

Una Interpretación Funcional de la Inaccesibilidad Gravitacional: La Hipótesis de Dispersión de Onda Vibracional (HDOV)

Arnoldo Walter Fernández
arnoldo@unsj.edu.ar

5 de julio de 2025

Versión 5.3 — revisión orientada a evaluación externa

Resumen

Presentamos una versión revisada del formalismo HDOV (Hipótesis de Dispersión de Onda Vibracional), centrada en su sector gravitacional mínimo. El núcleo del modelo se organiza en tres niveles complementarios: una ecuación de onda proyectiva para el campo escalar Ψ , una ley WKB de transporte para su amplitud y un cierre geométrico mínimo para el parámetro funcional η_p . En esta versión, dicho cierre se adopta como ansatz covariante líder, $\eta_p = \xi R$, motivado por una truncación EFT en curvatura; esto permite que la visibilidad interferencial derivada de la amplitud deje de ser una parametrización libre y pase a depender de la geometría del fondo. Sobre esta base derivamos explícitamente el sector métrico mínimo asociado al acoplamiento $\lambda R X$, obteniendo las ecuaciones de campo efectivas, su traza, la reducción a un fondo FLRW y el límite lineal relevante para el sector post-newtoniano. Mostramos que, en la rama de vacío con $\bar{\Psi} = 0$, el campo escalar no es excitado por la materia ordinaria a primer orden y el sector PPN coincide con Relatividad General, con $\gamma = \beta = 1$. Para fondos homogéneos lentamente variables, el efecto dominante es una renormalización de G_{eff} sin deslizamiento gravitacional a orden lineal. El contraste con Supernovas Ia (Pantheon) y BAO (SDSS DR16) se reencuadra en esta versión como un benchmark fenomenológico reproducible: sus figuras y métricas diagnostican una parametrización efectiva compatible con HDOV, pero no sustituyen la resolución dinámica autoconsistente del sistema FLRW. Además, se explicita la extensión cosmológica mínima con materia y radiación, necesaria para pasar de una rama escalar idealizada a una validación dinámica. Finalmente, se formulan condiciones EFT y criterios mínimos de estabilidad que delimitan el dominio perturbativo del truncamiento. El objetivo del manuscrito es ofrecer una formulación autocontenida, falsable y matemáticamente más cerrada del sector gravitacional de HDOV, separando de forma explícita los resultados derivados, los ansätze de cierre y el programa observacional pendiente.

Índice

1. Introducción	3
2. Fundamentos del Marco HDOV	3
2.1. Motivación desde Teoría de Campos Efectivos	3
2.2. Acción y Ecuación de Onda Proyectiva	4
2.3. Transporte WKB y ley de atenuación sin ambigüedad dimensional	4
2.4. Normalización, dimensiones y notación (aclaratoria)	4
2.5. Interpretación operacional del GFoV	5
2.6. Chequeo de conservación en el límite clásico	6
3. Magnitud derivada de accesibilidad	6
4. Sector métrico mínimo de HDOV	7
4.1. Relación con teorías escalar–tensor y carácter EFT del acoplamiento geométrico	8
4.2. Fondo cosmológico homogéneo y rama rodante	9
4.3. Inclusión de materia, radiación y cierre cosmológico mínimo	9
4.4. Condiciones EFT y estabilidad mínima del truncamiento	10
5. Límite lineal y sector post-newtoniano	12
5.1. Conteo post-newtoniano y rama local de vacío	13
5.2. Fondo homogéneo lentamente variable y constante gravitacional efectiva	13
5.3. Posibles fuentes de desviación PPN	14
5.4. Alcance del resultado PPN	15
6. Benchmark fenomenológico reproducible con SN Ia y BAO	15
6.1. Definición operacional del benchmark	16
6.2. Figuras fenomenológicas y residuos	16
6.3. Historia de expansión efectiva e interpretación del cierre	19
6.4. Métricas diagnósticas y alcance estadístico	19
7. Discusión y Conclusiones	21
7.1. HDOV en el contexto de otros modelos teóricos	21
7.2. Régimen de validez efectiva y consistencia	22
7.3. Limitaciones y Direcciones Futuras	22
7.4. Predicciones y criterios de falsabilidad en el régimen considerado	22
A. Motivación EFT del cierre mínimo	23
B. Esquema de la variación métrica del acoplamiento geométrico	23

1. Introducción

La hipótesis HDOV propone un mecanismo de proyección funcional dependiente de la geometría que modula la *accesibilidad* de los grados de libertad. Motivada por tensiones entre Relatividad General y Mecánica Cuántica en regímenes de alta curvatura, HDOV sugiere que parte de lo que interpretamos como *inaccesibilidad* o *manifestación* (p. ej., expansiones efectivas) surge de un *coarse-graining* dinámico sobre un medio efectivo. Este proceso de granulado grueso implica que la información a microescala se vuelve inaccesible para un agente de medición macroscópico, no porque se destruya, sino porque se dispersa en grados de libertad no medibles. El foco de este trabajo es una formulación mínima, verificable y compatible con los tests cuantificables estándar (Almheiri et al., 2013).

En esta revisión adoptamos una meta más precisa: aislar un sector gravitacional mínimo, fijar un cierre geométrico líder para η_p , explicitar la respuesta métrica asociada y desarrollar el límite lineal relevante para el sector post-newtoniano. La comparación con datos cosmológicos se presenta aquí como un benchmark fenomenológico reproducible compatible con el formalismo, mientras que los tests de gravedad fuerte y la validación FLRW autoconsistente quedan como problemas abiertos que requieren un desarrollo adicional del sector métrico. En particular, la ecuación de onda modificada fija cómo se propaga Ψ una vez especificada la modulación funcional, pero no determina por sí sola la forma de η_p ; por ello, el cierre $\eta_p = \xi R$ debe entenderse en este trabajo como un *ansatz* mínimo y covariante, no como una derivación microscópica completa ni como una exclusión de otros operadores EFT posibles.

2. Fundamentos del Marco HDOV

En esta sección se introduce el núcleo matemático de la hipótesis HDOV. El punto de partida es una acción efectiva que describe un campo escalar acoplado no mínimamente a la gravedad, lo que da lugar a una ecuación de onda modificada.

2.1. Motivación desde Teoría de Campos Efectivos

La introducción del parámetro de proyección η_p se motiva desde teoría de campos efectivos en espacio-tiempos curvos (Birrell and Davies, 1982; Parker and Toms, 2009; Horndeski, 1974; Kobayashi et al., 2011; Bellini and Sawicki, 2014). La ecuación de onda modificada determina cómo una modulación dada afecta la propagación de Ψ , pero no fija por sí sola la forma funcional de η_p ; en consecuencia, para cerrar el modelo se requiere una relación constitutiva adicional. En lugar de dejar ese sector indeterminado, adoptamos aquí un *ansatz* gravitacional mínimo y covariante. El término *ansatz* es importante: en esta versión no se pretende derivar microscópicamente el cierre $\eta_p = \xi R$, sino seleccionar el operador local de curvatura más simple que vuelve calculable el truncamiento. Como guía dimensional y covariante, el punto de partida efectivo puede escribirse de forma esquemática como

$$\Gamma_{\text{eff}} = \Gamma_{\text{EH}} + \Gamma_{\text{matter}} + \Gamma_{\text{non-local}} + \dots \quad (1)$$

donde $\Gamma_{\text{non-local}}$ resume, de manera esquemática, correcciones de memoria cuántica dependientes de la historia causal. A orden líder en una expansión local de baja curvatura, una elección covariante mínima consiste en tomar un acoplamiento proporcional a R/M^2 . En esta versión del manuscrito adoptamos precisamente ese operador como cierre operativo del sector gravitacional,

$$\eta_p(x) = \xi R(x), \quad \xi \equiv \alpha/M^2, \quad (2)$$

reservando términos no locales y correcciones de orden superior para desarrollos posteriores. Otros invariantes, como R^2 , $R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$, $R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$, $\square R$ o combinaciones no locales, también son compatibles con una EFT gravitacional más general. Se omiten aquí por decisión de truncamiento mínimo, no porque hayan sido descartados dinámicamente u observacionalmente.

2.2. Acción y Ecuación de Onda Proyectiva

La dinámica del sistema se deriva de la siguiente acción, que incluye un término de acoplamiento explícito entre el campo escalar Ψ y la geometría, mediado por un campo auxiliar $\chi(I)$:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} (1 + 2g_c \chi(I)) g^{\mu\nu} \partial_\mu \Psi \partial_\nu \Psi - \frac{1}{2} m^2 \Psi^2 + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \chi(I) \partial_\nu \chi(I) - V(\chi(I)) \right]. \quad (3)$$

La acción de la Ec. (3) debe leerse como una acción efectiva de baja energía inspirada en mecanismos de decoherencia y gravedad estocástica (Bassi and Ghirardi, 2003; Hu and Verdaguer, 2004), no como una reconstrucción única de una teoría microscópica. Al variar esta acción respecto a Ψ , y tratando el término de acoplamiento como un parámetro funcional $\eta_p \equiv \chi(I)$, obtenemos la ecuación de onda proyectiva:

$$\nabla_\mu [(1 + 2g_c \eta_p) \nabla^\mu \Psi] + m^2 \Psi = 0, \quad (4)$$

Aunque la acción general incluye una dinámica propia para el campo auxiliar χ , en esta versión mínima no resolvemos ese sector de forma independiente. En su lugar, trabajamos con el cierre geométrico de la ecuación (2), de modo que la ecuación proyectiva queda completamente especificada a orden líder por la curvatura escalar del fondo. Esta elección debe leerse como un truncamiento efectivo de baja energía: vuelve calculable el modelo y elimina arbitrariedad fenomenológica, pero no sustituye una deducción desde primeros principios del sector auxiliar completo.

2.3. Transporte WKB y ley de atenuación sin ambigüedad dimensional

En el régimen eiconal, $\Psi = A e^{i\Theta}$ con $k_\mu = \nabla_\mu \Theta$ y $k^\mu \nabla_\mu \equiv \frac{d}{d\lambda}$. Partiendo de $\nabla_\mu [(1 + 2g_c \eta_p) \nabla^\mu \Psi] = 0$ y separando órdenes en la expansión de WKB, el término de transporte para la amplitud queda

$$\frac{d \ln A}{d\lambda} = -\frac{1}{2} \theta - \frac{1}{2} \frac{d}{d\lambda} \ln(1 + 2g_c \eta_p), \quad \theta \equiv \nabla_\mu k^\mu. \quad (5)$$

Para $|2g_c \eta_p| \ll 1$,

$$\frac{d \ln A}{d\lambda} \simeq -\frac{1}{2} \theta - g_c \frac{d\eta_p}{d\lambda}. \quad (6)$$

Integrando a lo largo del rayo entre λ_0 y λ ,

$$\ln \frac{A(\lambda)}{A(\lambda_0)} = -\frac{1}{2} \int_{\lambda_0}^{\lambda} \theta d\lambda' - \frac{1}{2} \ln \frac{1 + 2g_c \eta_p(\lambda)}{1 + 2g_c \eta_p(\lambda_0)} \simeq -\frac{1}{2} \int_{\lambda_0}^{\lambda} \theta d\lambda' - g_c [\eta_p(\lambda) - \eta_p(\lambda_0)]. \quad (7)$$

La Ley (7) es *adimensional* y no requiere introducir una constante con dimensión de longitud: el término geométrico (θ) y la variación funcional de η_p juegan roles distintos y compatibles.

2.4. Normalización, dimensiones y notación (aclaratoria)

Para evitar colisiones de notación, distinguimos: (i) $g \equiv \det(g_{\mu\nu})$ (sólo dentro de $\sqrt{-g}$) y (ii) g_c como la constante de acoplamiento (adimensional) que multiplica a η_p en la cinética efectiva.

Dimensiones y consistencia de la acción. Trabajamos en unidades naturales $\hbar = c = 1$, donde la acción es adimensional y la densidad lagrangiana tiene dimensión de masa⁴. Para un escalar Ψ con dimensión $[\Psi] = \text{masa}$, el término cinético estándar $\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \Psi \partial_\nu \Psi$ ya tiene la dimensión correcta. Por lo tanto, el factor multiplicativo $(1 + 2g_c \eta_p)$ que modula la cinética debe ser *adimensional*. Exigimos entonces que tanto g_c como η_p sean adimensionales. En particular, si $\eta_p = \xi R$, la adimensionalidad de η_p exige $[\xi] = \text{masa}^{-2}$, lo que justifica escribir $\xi = \alpha/M^2$ con α adimensional. Con esta convención, la ecuación de onda proyectiva que usamos en el texto

$$\nabla_\mu [(1 + 2g_c \eta_p) \nabla^\mu \Psi] + m^2 \Psi = 0 \quad (8)$$

es dimensionalmente consistente (véase la forma empleada en la Sección 2).

Aclaración de notación. Usaremos η_p para denotar el parámetro funcional que modula la ecuación de onda proyectiva, y \mathcal{V}_p para la visibilidad interferencial derivada de la amplitud. Ambos símbolos no representan la misma cantidad: η_p entra como modulación geométrica efectiva de la dinámica, mientras que \mathcal{V}_p se obtiene a posteriori a partir de la ley de transporte WKB. En particular, una vez fijado el cierre geométrico para η_p , la cantidad \mathcal{V}_p deja de ser una parametrización libre y pasa a ser una magnitud derivada.

Parámetros y régimen físico asumido. Para facilitar la auditabilidad física del modelo, resumimos en la Tabla 1 las cantidades efectivas principales del truncamiento mínimo. La combinación observable relevante en el sector métrico es $\lambda = g_c \xi$, mientras que η_p y \mathcal{V}_p cumplen papeles conceptualmente distintos: la primera modula la dinámica y la segunda cuantifica el efecto propagativo sobre la amplitud.

Tabla 1: Parámetros principales del truncamiento métrico mínimo de HDOV. La tabla resume la dimensión de cada cantidad, su rol físico dentro del modelo y el régimen de validez asumido en el manuscrito; las condiciones indicadas son hipótesis de uso del truncamiento efectivo, no resultados de estabilidad global.

Parámetro	Dimensión	Rol físico	Régimen asumido
g_c	adimensional	acoplamiento funcional	$ g_c \eta_p \ll 1$ en WKB perturbativo
ξ	masa ⁻²	cierre geométrico $\eta_p = \xi R$	EFT líder en curvatura
$\lambda = g_c \xi$	masa ⁻²	acoplamiento métrico $\lambda R X$	$ 2\lambda R \ll 1$
m	masa	escala del campo escalar	libre, a fijar fenomenológicamente
η_p	adimensional	modulación geométrica efectiva	derivada del cierre adoptado
\mathcal{V}_p	adimensional	visibilidad derivada de la amplitud	no libre una vez fijado η_p

2.5. Interpretación operacional del GFoV

Introducimos el concepto de Campo Operacional Gravitacional (GFoV) como una interpretación operacional del régimen en el cual la modulación funcional suprime efectivamente ciertos modos del subespacio accesible. En esta etapa, el umbral η_\star debe entenderse como un valor fenomenológico y no como una constante universal derivada. La Figura 1 mantiene por tanto un papel estrictamente conceptual.

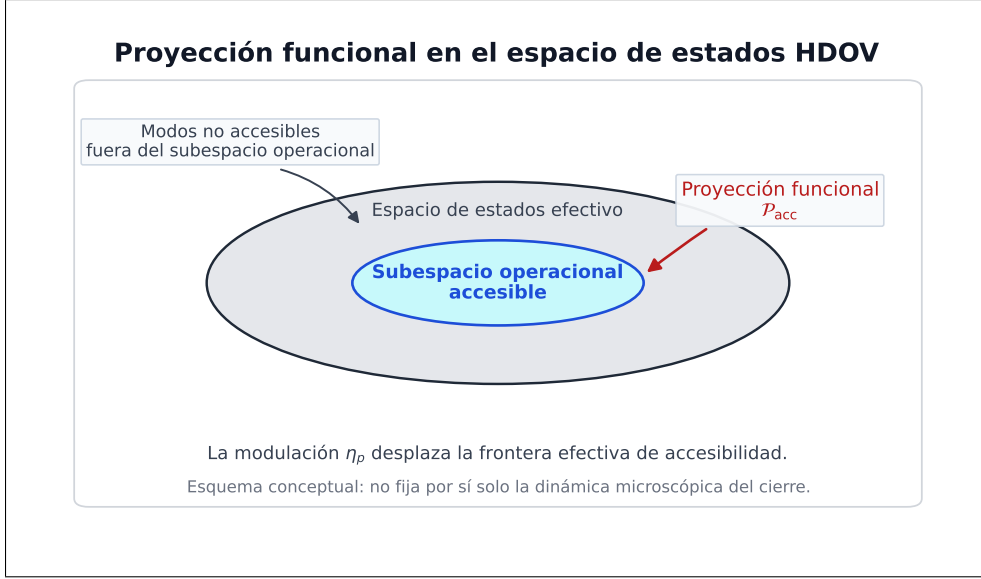


Figura 1: Esquema conceptual de la proyección funcional en HDOV. La región externa representa el espacio efectivo de estados, la región interna el subespacio operacional accesible y la flecha indica la acción idealizada del proyector funcional sobre los modos relevantes. La figura ilustra la interpretación operacional del GFoV y no representa una simulación ni una derivación microscópica del cierre geométrico.

2.6. Chequeo de conservación en el límite clásico

En la formulación mínima, la identidad de Bianchi asegura la conservación covariante del lado geométrico una vez incorporado el sector HDOV al sistema métrico. En el límite clásico $\eta_p \rightarrow 0$, el sector adicional se apaga y se recupera la conservación estándar. Más allá de ese límite, la consistencia covariante depende de las ecuaciones de campo derivadas en la Sección 4.

3. Magnitud derivada de accesibilidad

La ley WKB obtenida en la Sección 2.3 permite definir la visibilidad interferencial

$$\mathcal{V}_p(\lambda) \equiv \frac{|A(\lambda)|^2}{|A(\lambda_0)|^2}, \quad (9)$$

que no debe confundirse con el parámetro funcional η_p introducido en la ecuación proyectiva. Separando el foco geométrico puramente GR, la contribución propia de HDOV puede escribirse como

$$\mathcal{V}_p(\lambda) = \exp[-2g_c(\eta_p(\lambda) - \eta_p(\lambda_0))] \equiv \exp[-2u(\lambda)], \quad (10)$$

con

$$u(\lambda) \equiv g_c[\eta_p(\lambda) - \eta_p(\lambda_0)]. \quad (11)$$

Una vez fijado el cierre mínimo $\eta_p = \xi R$, la cantidad \mathcal{V}_p deja de ser una parametrización libre y pasa a ser una magnitud derivada de la geometría. En cosmología,

$$\mathcal{V}_p(z) = \exp[-2g_c\xi(R(z) - R_0)], \quad (12)$$

donde R_0 es el valor de la curvatura escalar en el punto de referencia elegido. Esta relación será el puente conceptual entre el sector métrico y la exploración fenomenológica posterior. En esta jerarquía, η_p actúa como entrada geométrica del modelo, mientras que \mathcal{V}_p cuantifica su efecto propagativo sobre la amplitud.

4. Sector métrico mínimo de HDOV

La principal laguna técnica de las versiones previas del manuscrito era la ausencia de una variación explícita respecto de la métrica. Si se adopta el cierre líder

$$\eta_p(x) = \xi R(x), \quad \xi \equiv \alpha/M^2, \quad (13)$$

el término cinético efectivo puede reescribirse como

$$\frac{1}{2}(1 + 2g_c\eta_p) \nabla_\mu \Psi \nabla^\mu \Psi = \frac{1}{2}X + \lambda R X, \quad X \equiv \nabla_\mu \Psi \nabla^\mu \Psi, \quad \lambda \equiv g_c \xi. \quad (14)$$

Esto conduce a la acción métrica mínima

$$S[g, \Psi] = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2\kappa} R + \frac{1}{2}X - \frac{1}{2}m^2\Psi^2 + \lambda R X \right], \quad (15)$$

donde $\kappa \equiv 8\pi G$.

La variación respecto del campo escalar produce

$$\nabla_\mu [(1 + 2\lambda R) \nabla^\mu \Psi] + m^2 \Psi = 0, \quad (16)$$

que coincide con la ecuación proyectiva original tras identificar $\eta_p = \xi R$.

Para hacer explícita la variación métrica del término $\lambda R X$, trabajamos respecto de la métrica inversa $g^{\mu\nu}$ y usamos

$$\delta X = \nabla_\mu \Psi \nabla_\nu \Psi \delta g^{\mu\nu}, \quad \delta(\sqrt{-g}R) = \sqrt{-g} [G_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} + (g_{\mu\nu} \square - \nabla_\mu \nabla_\nu) \delta g^{\mu\nu}], \quad (17)$$

integrando por partes los términos de borde. Con estas convenciones, la variación directa de

$$S_\lambda = \int d^4x \sqrt{-g} \lambda R X \quad (18)$$

queda determinada por el bloque tensorial

$$\mathcal{A}_{\mu\nu}^{(\lambda)} \equiv X G_{\mu\nu} + (g_{\mu\nu} \square - \nabla_\mu \nabla_\nu) X + R \nabla_\mu \Psi \nabla_\nu \Psi, \quad (19)$$

de modo que

$$\delta S_\lambda = \int d^4x \sqrt{-g} \lambda \mathcal{A}_{\mu\nu}^{(\lambda)} \delta g^{\mu\nu}, \quad (20)$$

hasta divergencias totales. El signo del último término en las ecuaciones de campo efectivas no debe leerse directamente de la Ec. (20), sino de la contribución que dicho bloque induce al lado derecho de las ecuaciones métricas. Con la convención usada en este manuscrito para escribir $G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}^{\text{eff}}$, dicha contribución es $-2\lambda \mathcal{A}_{\mu\nu}^{(\lambda)}$.

Definiendo

$$T_{\mu\nu}^{(0)} = \nabla_\mu \Psi \nabla_\nu \Psi - g_{\mu\nu} \left(\frac{1}{2}X - \frac{1}{2}m^2\Psi^2 \right), \quad (21)$$

la ecuación métrica puede escribirse primero como

$$\frac{1}{\kappa} G_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^{(0)} - 2\lambda \mathcal{A}_{\mu\nu}^{(\lambda)}. \quad (22)$$

Sustituyendo la definición de $\mathcal{A}_{\mu\nu}^{(\lambda)}$ y trasladando al lado izquierdo el término proporcional a $X G_{\mu\nu}$, se obtiene la forma operativa

$$\left(\frac{1}{\kappa} + 2\lambda X \right) G_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^{(0)} + 2\lambda (\nabla_\mu \nabla_\nu - g_{\mu\nu} \square) X - 2\lambda R \nabla_\mu \Psi \nabla_\nu \Psi. \quad (23)$$

Esta expresión es la forma usada en el resto del artículo. De forma equivalente, puede escribirse

$$G_{\mu\nu} = \kappa \left(T_{\mu\nu}^{(0)} + T_{\mu\nu}^{\text{HDOV}} \right), \quad (24)$$

con

$$T_{\mu\nu}^{\text{HDOV}} = \frac{2\lambda}{1 + 2\kappa\lambda X} [(\nabla_\mu \nabla_\nu - g_{\mu\nu} \square) X - R \nabla_\mu \Psi \nabla_\nu \Psi - X G_{\mu\nu}]. \quad (25)$$

Esta forma compacta se obtiene despejando $T_{\mu\nu}^{\text{HDOV}}$ de la Ec. (23) una vez trasladado al otro lado el factor $\left(\frac{1}{\kappa} + 2\lambda X\right) G_{\mu\nu}$ y reagrupados los términos puramente escalares. La conservación covariante del sistema completo se entiende en el sentido usual de una acción difeomorfa-invariante: $T_{\mu\nu}^{\text{HDOV}}$ no tiene por qué conservarse separadamente fuera de la solución de las ecuaciones de movimiento, pero el lado derecho total es compatible con la identidad de Bianchi cuando las ecuaciones de campo se satisfacen.

Tomando la traza de la Ec. (23) se obtiene la relación compacta

$$R = \kappa \left(X - 2m^2 \Psi^2 + 6\lambda \square X \right). \quad (26)$$

En un fondo FLRW plano con $\Psi = \Psi(t)$ y $R = 6(\dot{H} + 2H^2)$, la ecuación escalar se reduce a

$$(1 + 2\lambda R)(\ddot{\Psi} + 3H\dot{\Psi}) + 2\lambda \dot{R} \dot{\Psi} + m^2 \Psi = 0, \quad (27)$$

mientras que las ecuaciones de fondo toman la forma

$$3H^2 \left(\frac{1}{\kappa} + 2\lambda \dot{\Psi}^2 \right) = \rho_\Psi - 6\lambda H \dot{X} - 2\lambda R \dot{\Psi}^2, \quad (28)$$

$$-(2\dot{H} + 3H^2) \left(\frac{1}{\kappa} + 2\lambda \dot{\Psi}^2 \right) = p_\Psi - 2\lambda (\ddot{X} + 2H\dot{X}), \quad (29)$$

con $\rho_\Psi = \frac{1}{2}\dot{\Psi}^2 + \frac{1}{2}m^2\Psi^2$ y $p_\Psi = \frac{1}{2}\dot{\Psi}^2 - \frac{1}{2}m^2\Psi^2$.

4.1. Relación con teorías escalar–tensor y carácter EFT del acoplamiento geométrico

El operador $\lambda R X$ sitúa al truncamiento mínimo de HDOV dentro de la vecindad formal de las teorías escalar–tensor con acoplamientos cinético-geométricos (Horndeski, 1974; Kobayashi et al., 2011; Bellini and Sawicki, 2014). Sin embargo, esta observación no debe interpretarse como una afirmación de equivalencia completa con una teoría de Horndeski. En la notación usual de Horndeski, un sector de la forma $G_4(\Psi, X)R$ queda acompañado, cuando G_4 depende de X , por combinaciones específicas de segundas derivadas del escalar que cancelan ecuaciones de orden superior. Esquemáticamente, la estructura relevante contiene

$$G_4(\Psi, X)R + G_{4X} \left[(\square \Psi)^2 - \nabla_\mu \nabla_\nu \Psi \nabla^\mu \nabla^\nu \Psi \right]. \quad (30)$$

El truncamiento usado aquí retiene el operador local $\lambda R X$ como cierre métrico mínimo inducido por $\eta_p = \xi R$, pero no incluye de forma explícita el término compensador de la Ec. (30). Por esta razón, el modelo debe entenderse como una EFT perturbativa de baja energía, válida bajo las condiciones de la Sección 4.4, y no como una completación Horndeski plenamente cerrada en todas sus ramas.

Esta distinción también fija el alcance de las ecuaciones derivadas en esta sección. Las Ecs. (23)–(25) son las ecuaciones operativas del truncamiento mínimo adoptado; la clasificación completa de grados de libertad, hiperbolicidad y estabilidad requiere comparar esta EFT con una completación escalar–tensor de orden superior o derivar la acción cuadrática alrededor del fondo de interés. Esa tarea se identifica como parte del programa posterior y no se asume resuelta en el presente manuscrito.

4.2. Fondo cosmológico homogéneo y rama rodante

Para conectar el sector métrico con una futura validación autoconsistente es útil explicitar la rama homogénea con

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 d\vec{x}^2, \quad \Psi = \bar{\Psi}(t), \quad (31)$$

de modo que

$$X = \dot{\bar{\Psi}}^2, \quad R = 6(\dot{H} + 2H^2). \quad (32)$$

Las Ecs. (27)–(29) constituyen entonces el sistema homogéneo del sector escalar-gravitacional en ausencia de fluidos cosmológicos externos. En particular, la ecuación escalar puede escribirse como

$$(1 + 2\lambda R)(\ddot{\bar{\Psi}} + 3H\dot{\bar{\Psi}}) + 2\lambda\dot{R}\dot{\bar{\Psi}} + m^2\bar{\Psi} = 0, \quad (33)$$

mientras que la historia de expansión queda determinada por las ecuaciones de Friedmann modificadas con $X = \dot{\bar{\Psi}}^2$.

En un régimen de rodadura lenta,

$$|\ddot{\bar{\Psi}}| \ll 3H|\dot{\bar{\Psi}}|, \quad \dot{\bar{\Psi}}^2 \ll m^2\bar{\Psi}^2, \quad |\lambda\dot{R}| \ll H|1 + 2\lambda R|, \quad (34)$$

la Ec. (33) se aproxima por

$$\left[3H(1 + 2\lambda R) + 2\lambda\dot{R}\right]\dot{\bar{\Psi}} + m^2\bar{\Psi} \simeq 0. \quad (35)$$

Si además $|\lambda|\dot{\bar{\Psi}}^2 \ll 1/\kappa$ y $|\lambda H\dot{X}| \ll H^2/\kappa$, la primera ecuación de Friedmann se reduce a

$$3H^2 \simeq \kappa \frac{m^2\bar{\Psi}^2}{2} \left[1 + \mathcal{O}\left(\kappa\lambda\dot{\bar{\Psi}}^2, \frac{\lambda H\dot{X}}{H^2/\kappa}, \frac{\lambda R\dot{\bar{\Psi}}^2}{H^2/\kappa}\right)\right]. \quad (36)$$

Estas relaciones muestran que la rama rodante no introduce, en primera aproximación, un nuevo tipo de deslizamiento gravitacional, sino una deformación controlada del fondo FLRW mediada por λ , R y la evolución de $\bar{\Psi}(t)$. Sin embargo, una comparación cosmológica real no puede basarse sólo en esta rama escalar idealizada: debe incluir explícitamente materia, radiación y sus leyes de conservación. Esa extensión mínima se introduce en la subsección siguiente.

Estas expresiones no cierran aún el programa PPN ni el análisis lineal completo, pero sí incorporan explícitamente el sector métrico mínimo que faltaba para discutir a HDOV como teoría gravitacional efectiva.

4.3. Inclusión de materia, radiación y cierre cosmológico mínimo

La rama homogénea anterior describe el sector escalar-gravitacional mínimo, pero no constituye todavía un modelo cosmológico completo. Para comparar el formalismo con datos de expansión es necesario incluir, al menos, materia no relativista y radiación como fluidos perfectos mínimamente acoplados. El punto de partida extendido es

$$S_{\text{tot}} = S[g, \Psi] + S_m[g, \psi_m] + S_r[g, \psi_r], \quad (37)$$

donde S_m y S_r representan, respectivamente, los sectores efectivos de materia y radiación. Al ser mínimos sus acoplamientos a la métrica, sus tensores energía-momento obedecen las ecuaciones usuales de conservación covariante en el fondo FLRW.

Con las mismas convenciones de las Ecs. (28) y (29), las ecuaciones de fondo extendidas pueden escribirse como

$$3H^2 \left(\frac{1}{\kappa} + 2\lambda\dot{\bar{\Psi}}^2\right) = \rho_m + \rho_r + \rho_\Psi - 6\lambda H\dot{X} - 2\lambda R\dot{\bar{\Psi}}^2, \quad (38)$$

$$-(2\dot{H} + 3H^2) \left(\frac{1}{\kappa} + 2\lambda \dot{\Psi}^2 \right) = p_m + p_r + p_\Psi - 2\lambda(\ddot{X} + 2H\dot{X}), \quad (39)$$

con

$$\rho_\Psi = \frac{1}{2} \dot{\Psi}^2 + \frac{1}{2} m^2 \bar{\Psi}^2, \quad p_\Psi = \frac{1}{2} \dot{\Psi}^2 - \frac{1}{2} m^2 \bar{\Psi}^2, \quad X = \dot{\Psi}^2. \quad (40)$$

Para materia fría y radiación se adoptan las ecuaciones de estado

$$p_m \simeq 0, \quad p_r = \frac{1}{3} \rho_r, \quad (41)$$

y las ecuaciones de conservación

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = 0, \quad \dot{\rho}_r + 4H\rho_r = 0. \quad (42)$$

En términos del corrimiento al rojo, con $1 + z = a_0/a$, esto implica

$$\rho_m(z) = \rho_{m0}(1+z)^3, \quad \rho_r(z) = \rho_{r0}(1+z)^4. \quad (43)$$

La ecuación dinámica del campo escalar se mantiene dada por

$$(1 + 2\lambda R)(\ddot{\Psi} + 3H\dot{\Psi}) + 2\lambda\dot{R}\dot{\Psi} + m^2\bar{\Psi} = 0, \quad (44)$$

con $R = 6(\dot{H} + 2H^2)$ para un fondo espacialmente plano.

De este modo, el sistema cosmológico mínimo queda definido por las Ecs. (38)–(44), junto con la definición geométrica de R y las leyes de conservación de materia y radiación. En la práctica, debido a la presencia de \dot{R} , \dot{X} y \ddot{X} , esta formulación debe tratarse como un sistema diferencial-algebraico efectivo, o bien reescribirse mediante variables auxiliares antes de la integración numérica. Una elección natural de variables de evolución es

$$\mathcal{Y}(t) = \{H, \dot{H}, \bar{\Psi}, \dot{\Psi}, \rho_m, \rho_r\}, \quad (45)$$

sujeta a la restricción de Friedmann modificada.

Es importante subrayar que en las Ecs. (38)–(44) no se ha añadido una densidad ρ_Λ ni un término constante de presión $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$. Por lo tanto, esta formulación permite estudiar si una historia de expansión acelerada puede emerger del sector geométrico-funcional de HDOV. Sin embargo, esto no constituye todavía una demostración de ausencia de energía oscura: para sostener una afirmación de ese tipo será necesario resolver el sistema extendido, ajustar $H(z)$, distancias luminosas y observables BAO con covarianzas completas, y comparar estadísticamente contra Λ CDM mediante χ^2 , AIC y BIC.

4.4. Condiciones EFT y estabilidad mínima del truncamiento

El cierre $\eta_p = \xi R$ y el acoplamiento inducido $\lambda R X$ deben interpretarse como los primeros términos de una expansión efectiva en curvatura y derivadas. Por lo tanto, el modelo mínimo no pretende describir todos los regímenes de curvatura arbitraria, sino un dominio perturbativo en el cual las correcciones de orden superior permanecen subdominantes. En esta versión adoptamos las siguientes condiciones necesarias de consistencia:

$$|2\lambda R| \ll 1, \quad |2\kappa\lambda X| \ll 1, \quad \frac{|R|}{M^2} \ll 1, \quad (46)$$

donde $\lambda = g_c \xi$ y, si $\xi = \alpha/M^2$, la escala M representa el corte efectivo del operador líder. La primera condición controla la corrección cinética del escalar, la segunda evita que la renormalización del acoplamiento gravitacional sea no perturbativa y la tercera expresa la jerarquía propia de la expansión EFT.

A nivel de signos cinéticos, el truncamiento requiere que el factor multiplicativo de la ecuación escalar no cambie de signo,

$$Z_\Psi \equiv 1 + 2\lambda R > 0, \quad (47)$$

y que el coeficiente efectivo del tensor de Einstein en la ecuación métrica permanezca positivo,

$$M_{\text{eff}}^2 \equiv \frac{1}{\kappa} + 2\lambda X > 0. \quad (48)$$

La Ec. (47) es una condición necesaria para evitar un cambio de signo del término cinético efectivo del campo Ψ en el régimen de fondo considerado. La Ec. (48) impide que la constante gravitacional efectiva cruce una singularidad de acoplamiento. En particular, en la rama homogénea lentamente variable se recupera

$$G_{\text{eff}} = \frac{G}{1 + 2\kappa\lambda X}, \quad (49)$$

de modo que $1 + 2\kappa\lambda X > 0$ es una condición mínima de regularidad del sector métrico.

La estabilidad de gradientes tampoco debe asumirse de manera global. En el límite local donde R varía lentamente frente a la escala de propagación del modo escalar, la parte principal de la ecuación para Ψ conserva el cono característico métrico y el valor líder $c_s^2 \simeq 1$. Sin embargo, cuando las variaciones de R son rápidas o cuando los términos de orden superior de la EFT dejan de ser despreciables, pueden aparecer correcciones a la propagación que requieren un análisis perturbativo completo. Por esta razón imponemos, como condición operacional de uso del truncamiento,

$$\frac{|\nabla_\mu R|}{|R|k} \ll 1, \quad \frac{|\Box R|}{M^2|R|} \ll 1, \quad |\lambda \nabla_\mu \nabla_\nu X| \ll \frac{1}{\kappa L^2}, \quad (50)$$

donde k representa la escala de número de onda del modo considerado y L la escala macroscópica característica del fondo. Estas desigualdades no son nuevas ecuaciones dinámicas, sino criterios de control para que la aproximación local y el truncamiento líder sean fiables.

En cosmología homogénea, las condiciones anteriores se traducen en restricciones prácticas sobre la evolución de fondo,

$$|2\lambda R| \ll 1, \quad |\lambda \dot{R}| \ll H|1 + 2\lambda R|, \quad |\kappa \lambda \dot{\Psi}^2| \ll 1, \quad (51)$$

que son las condiciones bajo las cuales las Ecs. (38)–(44) pueden usarse como sistema efectivo de baja energía. En el régimen de gravedad fuerte, o cerca de regiones donde Z_Ψ o M_{eff}^2 se anulen, el truncamiento mínimo debe considerarse insuficiente y deberá completarse con términos superiores o con la dinámica microscópica del sector auxiliar.

Tabla 2: Condiciones mínimas de validez EFT y estabilidad perturbativa del truncamiento $\lambda R X$. Son condiciones necesarias dentro del modelo efectivo, no una prueba global de estabilidad de todas las ramas dinámicas.

Criterio	Condición	Interpretación
Jerarquía EFT	$ 2\lambda R \ll 1, R /M^2 \ll 1$	Las correcciones de curvatura superiores permanecen subdominantes.
Acoplamiento métrico	$ 2\kappa\lambda X \ll 1$	La renormalización de G_{eff} sigue siendo perturbativa.
Ausencia de ghost escalar líder	$Z_\Psi = 1 + 2\lambda R > 0$	El término cinético efectivo de Ψ no cambia de signo.
Regularidad gravitacional	$M_{\text{eff}}^2 = 1/\kappa + 2\lambda X > 0$	El coeficiente efectivo del sector tensorial permanece positivo.
Control de derivadas	$ \lambda\nabla\nabla X $ pequeño frente a la escala geométrica	Los términos de mezcla no dominan la ecuación métrica.
Validez cosmológica	$ \lambda\dot{R} \ll H 1 + 2\lambda R $	La rama FLRW puede tratarse como evolución lenta del truncamiento líder.

Estas condiciones delimitan el dominio en el que las predicciones del artículo deben ser interpretadas. En particular, los resultados PPN de la Sección 5 y la exploración cosmológica de la Sección 6 se apoyan en este régimen perturbativo. Una demostración completa de estabilidad requerirá estudiar la acción cuadrática de perturbaciones escalares, vectoriales y tensoriales alrededor de fondos generales, tarea que queda fuera del alcance de esta versión.

5. Límite lineal y sector post-newtoniano

Para discutir el régimen de campo débil añadimos un sector de materia ordinaria mínimamente acoplada,

$$S_{\text{tot}} = S[g, \Psi] + S_m[g, \psi_m], \quad (52)$$

y linealizamos alrededor de un fondo localmente casi Minkowskiano,

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad \Psi = \bar{\Psi} + \varphi, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1. \quad (53)$$

Denotamos

$$X = \bar{X} + \delta X + \mathcal{O}(2), \quad \bar{X} \equiv \partial_\mu \bar{\Psi} \partial^\mu \bar{\Psi}. \quad (54)$$

La ecuación escalar linealizada obtenida de la Ec. (16) es

$$(1 + 2\lambda\bar{R})\square\varphi + m^2\varphi + 2\lambda(\partial_\mu\bar{R})\partial^\mu\varphi + 2\lambda(\partial_\mu\bar{R}^{(1)})\partial^\mu\bar{\Psi} = 0. \quad (55)$$

Esta ecuación muestra un punto importante para el régimen PPN: en la acción mínima la materia ordinaria no acopla directamente a Ψ . Por lo tanto, a diferencia de muchos modelos escalar-tensor, no aparece una carga escalar bariónica lineal en el lado derecho de la ecuación para φ . Las posibles excitaciones escalares en campo débil deben provenir de condiciones de borde, de un fondo no trivial $\bar{\Psi}$, de gradientes cosmológicos residuales o de extensiones no mínimas no incluidas en el truncamiento actual.

5.1. Conteo post-newtoniano y rama local de vacío

Adoptamos el conteo post-newtoniano estándar para fuentes lentas y cuasiestáticas: $v^2 \sim |\Phi| \sim \epsilon$, $\partial_t = \mathcal{O}(v\partial_i)$, presiones internas subdominantes frente a la densidad de masa y métrica escrita en gauge newtoniano,

$$ds^2 = (1 + 2\Phi)dt^2 - (1 - 2\Psi_N)\delta_{ij}dx^i dx^j. \quad (56)$$

En una rama de vacío local con

$$\bar{g}_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}, \quad \bar{R} = 0, \quad \bar{\Psi} = 0, \quad (57)$$

la Ec. (55) se reduce a

$$\square\varphi + m^2\varphi = 0. \quad (58)$$

Con condiciones de borde sin modos escalares libres incidentes, la solución $\varphi = 0$ es consistente a primer orden en presencia de fuentes bariónicas débiles. En esa rama,

$$X = \mathcal{O}(\varphi^2), \quad \delta X = \mathcal{O}(2), \quad T_{\mu\nu}^{(0,1)} = 0, \quad (59)$$

y la Ec. (23) se reduce a

$$G_{\mu\nu}^{(1)} = \kappa T_{\mu\nu}^{(m,1)}. \quad (60)$$

Por lo tanto, el límite lineal del sector métrico mínimo coincide exactamente con el de Relatividad General en la rama local de vacío con $\bar{\Psi} = 0$.

En el gauge de la Ec. (56), la Ec. (60) implica

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho, \quad \Phi = \Psi_N. \quad (61)$$

Siguiendo la parametrización PPN estándar (Will, 2014), la igualdad de potenciales da inmediatamente

$$\gamma = 1. \quad (62)$$

Además, como en esta rama el término $\lambda R X$ comienza en orden cuadrático en las perturbaciones escalares, la métrica post-newtoniana conserva la estructura de Einstein–Hilbert y no introduce una no linealidad escalar adicional en el orden considerado. En consecuencia,

$$\beta = 1 \quad (63)$$

en la rama mínima de vacío y bajo las condiciones de borde especificadas. Esta conclusión debe leerse como un resultado de rama: no prueba que todas las soluciones del modelo tengan parámetros PPN idénticos a GR, sino que identifica una rama local compatible con los tests solares dominados por γ y β .

5.2. Fondo homogéneo lentamente variable y constante gravitacional efectiva

El resultado anterior puede generalizarse de forma prudente a un fondo homogéneo lentamente variable con $\bar{X} \neq 0$ pero aproximadamente constante en escalas del Sistema Solar. En ese caso, despreciando derivadas espaciales de δX y términos proporcionales a $\partial_i \bar{\Psi}$, la ecuación linealizada toma la forma

$$\left(\frac{1}{\kappa} + 2\lambda\bar{X}\right) G_{\mu\nu}^{(1)} \simeq T_{\mu\nu}^{(m,1)}, \quad (64)$$

de donde se obtiene una constante gravitacional efectiva

$$G_{\text{eff}} = \frac{G}{1 + 2\kappa\lambda\bar{X}}. \quad (65)$$

Mientras \bar{X} sea localmente homogéneo, la razón entre los potenciales permanece unitaria a primer orden, de modo que el deslizamiento gravitacional sigue siendo nulo y el valor líder de γ no cambia. Si \bar{X} evoluciona cosmológicamente, la cantidad medida localmente debe interpretarse como el valor renormalizado de Newton en la época de observación. En ese caso, una condición necesaria de compatibilidad local es que la variación temporal sea suficientemente lenta,

$$\left| \frac{\dot{G}_{\text{eff}}}{G_{\text{eff}}} \right| = \left| \frac{2\kappa\lambda\dot{\bar{X}}}{1 + 2\kappa\lambda\bar{X}} \right| \quad \text{pequeña en escalas del Sistema Solar.} \quad (66)$$

Esta condición no se evalúa numéricamente en este manuscrito; queda como requisito para una confrontación posterior con límites observacionales sobre variación temporal de G .

5.3. Posibles fuentes de desviación PPN

La igualdad $\Phi = \Psi_N$ obtenida en las ramas anteriores puede fallar si el fondo escalar posee gradientes espaciales, si δX adquiere estructura local o si se incorporan acoplamientos no mínimos adicionales entre materia y Ψ . De forma esquemática, las correcciones al sector de potenciales toman la forma

$$\Phi - \Psi_N = \mathcal{O}\left(\lambda \partial_i \partial_j \delta X, \lambda R \partial_i \bar{\Psi} \partial_j \bar{\Psi}, \lambda \dot{\bar{X}}\right), \quad (67)$$

lo que permite identificar los supuestos que deben cumplirse para recuperar el límite GR. En particular, el análisis PPN completo de ramas con $\bar{\Psi} \neq 0$ y gradientes no despreciables requerirá derivar la solución métrica hasta orden post-newtoniano completo, incluyendo los potenciales vectoriales y los términos de orden v^4 de g_{00} . Esa tarea excede el alcance del presente trabajo.

Así, el sector PPN del modelo mínimo puede resumirse como

$$\gamma = 1 + \mathcal{O}(\partial_i \bar{\Psi}, \partial_i \partial_j \delta X, \dot{\bar{X}}), \quad \beta = 1 + \mathcal{O}(\partial_i \bar{\Psi}, \partial_i \partial_j \delta X, \dot{\bar{X}}), \quad (68)$$

con una posible renormalización de G dada por la Ec. (65). Este resultado muestra que el truncamiento métrico mínimo de HDOV posee una rama local compatible, a primer orden y bajo los supuestos explicitados, con las restricciones solares dominadas por γ y β . No constituye todavía una demostración PPN general del modelo, y deja abierta la posibilidad de desviaciones en fondos cosmológicos o en ramas con escalar no trivial.

Tabla 3: Sector PPN del truncamiento métrico mínimo de HDOV bajo los supuestos explicitados en la Sección 5.

Rama de fondo	Requisitos locales	Resultado líder	Limitación principal
Vacío local ($\bar{\Psi} = 0$)	Sin modos escalares libres incidentes; materia mínimamente acoplada	$G_{\text{eff}} = G, \gamma = 1, \beta = 1$	Resultado válido sólo para la rama mínima de vacío
Fondo homogéneo, $\bar{X} \approx \text{cte}$	$\partial_i \bar{\Psi} \simeq 0, \partial_i \delta X \simeq 0, \dot{\bar{X}} $ pequeño	$G_{\text{eff}} = G/(1 + 2\kappa\lambda\bar{X})$, sin deslizamiento líder	Requiere controlar variación temporal de G_{eff}
Fondo con gradientes escalares	Gradientes no despreciables o estructura local de δX	Posibles correcciones a γ y β	Requiere análisis PPN completo de la rama no homogénea

5.4. Alcance del resultado PPN

El resultado central de esta sección es negativo en el sentido técnico: el truncamiento mínimo no genera automáticamente una quinta fuerza bariónica ni un deslizamiento gravitacional lineal en la rama local de vacío. Esto hace que la versión mínima sea compatible, a nivel de orden líder, con el límite de campo débil de GR. Sin embargo, la compatibilidad completa con el formalismo PPN requiere todavía: (i) obtener la solución métrica hasta orden v^4 ; (ii) analizar ramas con $\bar{\Psi} \neq 0$ y gradientes locales; (iii) confrontar la variación temporal de G_{eff} con datos; (iv) estudiar si extensiones futuras del sector de materia introducen cargas escalares efectivas; y (v) calcular el conjunto completo de parámetros PPN, incluyendo posibles parámetros de marco preferido o no conservación como α_1 , α_2 , α_3 y ξ_{PPN} , si la rama considerada los habilita. Por ello, las igualdades $\gamma = \beta = 1$ deben entenderse como una propiedad de la rama mínima y no como una demostración universal del espacio completo de soluciones HDOV.

6. Benchmark fenomenológico reproducible con SN Ia y BAO

En esta sección se conserva el trabajo observacional ya reproducible, pero se reencuadra de forma estricta como un *benchmark* fenomenológico de propagación. El análisis toma como referencia el uso de Supernovas Ia como trazadores de distancia en cosmología observacional (Riess et al., 1998; Perlmutter et al., 1999; Scolnic et al., 2018) y las medidas BAO de SDSS DR16/eBOSS (Alam et al., 2021). Su objetivo no es demostrar que el sistema FLRW de HDOV ya reproduce de forma autoconsistente los datos, sino documentar que una rama paramétrica efectiva compatible con el cierre geométrico puede generar curvas, residuos y métricas diagnósticas comparables con un modelo de referencia.

La distinción metodológica es esencial. Las Ecs. (38)–(44) definen el sistema cosmológico dinámico mínimo asociado al acoplamiento λRX , incluyendo materia y radiación. En cambio, las figuras y métricas de esta sección proceden de un *pipeline* fenomenológico previo en el cual la modulación efectiva se introduce mediante una familia paramétrica de propagación, representable en términos de $\eta_p(z)$ o de la visibilidad derivada $\mathcal{V}_p(z)$. Por lo tanto, el benchmark no prueba por sí solo que esa misma función sea generada por una solución de las ecuaciones FLRW extendidas para algún conjunto de condiciones iniciales y parámetros EFT.

Para evitar ambigüedades, la Tabla 4 resume la jerarquía de validación usada en este trabajo. La tabla aparece antes de las figuras porque fija el significado de los residuos y de los criterios de información reportados posteriormente.

Tabla 4: Jerarquía de validación cosmológica considerada para HDOV. La primera fila describe el benchmark implementado en esta versión: un ajuste fenomenológico reproducible de observables de propagación. Las filas siguientes identifican los pasos necesarios para convertir ese benchmark en una validación dinámica del sistema FLRW completo. La tabla explicita qué se demuestra en el manuscrito y qué queda pendiente.

Nivel	Implementado en esta versión	Alcance físico
Benchmark de propagación	Se ajusta una familia paramétrica efectiva compatible con HDOV a SN Ia y BAO; se reportan residuos, χ^2_{eff} , AIC y BIC internos.	Diagnóstico reproducible de compatibilidad fenomenológica; no equivale a resolver el sistema FLRW HDOV.
Validación de fondo	Pendiente: resolver las Ecs. (38)–(44) para obtener $H(z)$ desde la dinámica.	Permitiría construir $D_L(z)$, BAO y $H(z)$ desde soluciones autoconsistentes.
Control EFT del ajuste	Pendiente para la rama dinámica: verificar $ 2\lambda R \ll 1$, $Z_\Psi > 0$ y $M_{\text{eff}}^2 > 0$ a lo largo del rango de redshift.	Determina si el ajuste permanece dentro del dominio de validez de la EFT.
Perturbaciones	No incluido.	Requiere crecimiento de estructura, CMB/lensing y estabilidad lineal.

6.1. Definición operacional del benchmark

El benchmark usa la muestra de Supernovas Ia para construir un módulo de distancia efectivo y emplea BAO como restricciones adicionales del ajuste conjunto. En términos operativos, la magnitud aparente estandarizada se convierte en módulo de distancia mediante una calibración de magnitud absoluta del *pipeline*,

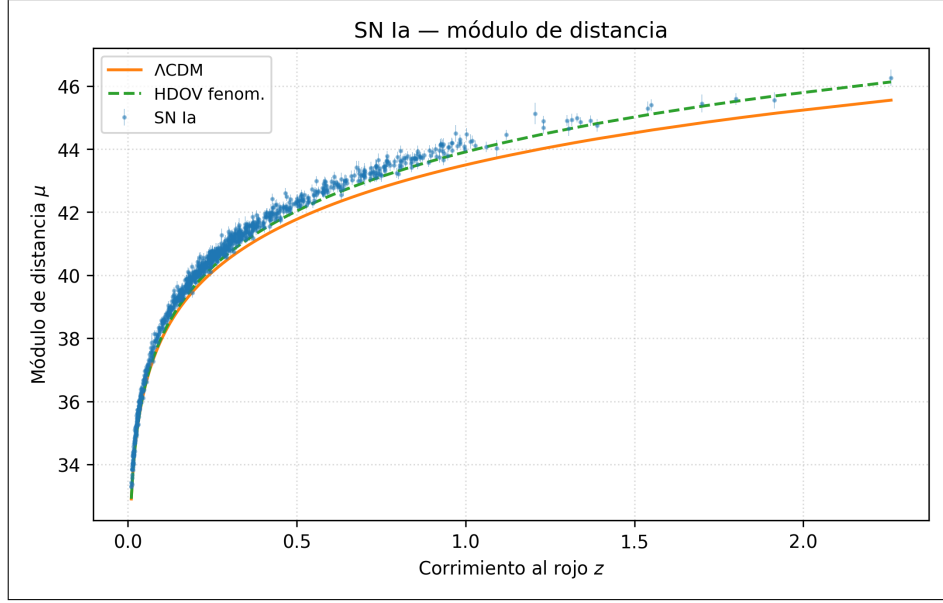
$$\mu_{\text{obs}} = m_B - M_B, \quad (69)$$

y las curvas modelo se comparan con $\mu_{\text{obs}}(z)$ dentro de la misma normalización. La rama HDOV fenomenológica no introduce una función arbitraria libre punto a punto: se restringe a una familia paramétrica finita del *pipeline*. Aun así, como dicha familia no se obtiene todavía resolviendo las Ecs. (38)–(44), los parámetros efectivos de la Tabla 5 no deben identificarse directamente con un par único (λ, ξ) ni con condiciones iniciales de la teoría métrica.

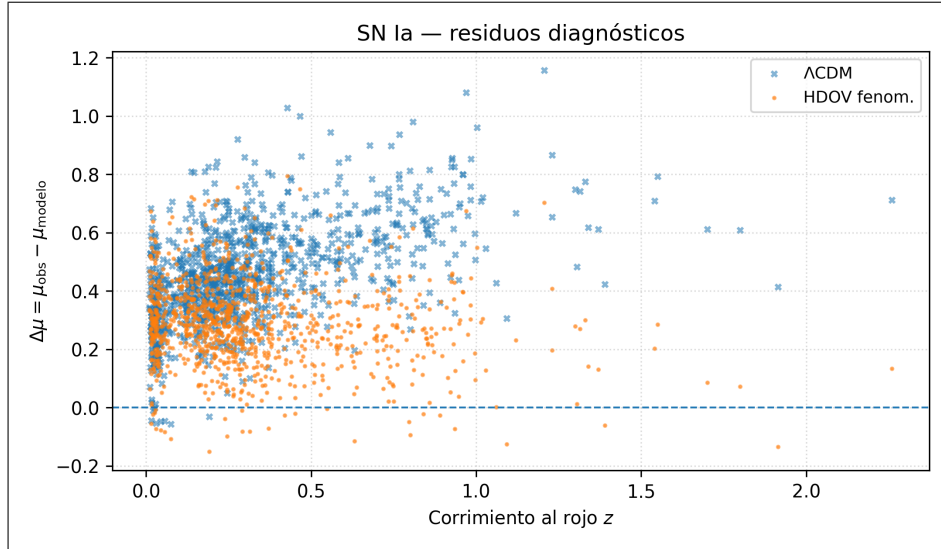
Esta aclaración responde a una limitación importante: las condiciones EFT de la Sección 4.4 pueden verificarse de forma inequívoca sólo cuando el mejor ajuste provenga de una solución dinámica con $R(z)$, $X(z)$ y $\Psi(z)$ determinados. En el benchmark actual, esas condiciones se mantienen como requisitos que debe satisfacer la futura versión autoconsistente, no como chequeos ya cerrados de las curvas fenomenológicas.

6.2. Figuras fenomenológicas y residuos

Las Figuras 2 y 3 muestran curvas y residuos obtenidos en el esquema fenomenológico reproducible. La Figura 2 resume la comparación diagnóstica basada en Supernovas Ia, mientras que la Figura 3 muestra la proyección en módulo de distancia obtenida al usar los parámetros del ajuste fenomenológico combinado SN+BAO. En esta segunda figura, los observables BAO no se grafican como puntos de módulo de distancia; entran como restricciones paramétricas dentro del ajuste conjunto. Dentro de este benchmark, la rama HDOV fenomenológica queda visualmente más próxima a la nube SN y presenta residuos de menor amplitud que la curva Λ CDM de referencia usada en el mismo *pipeline*. Esta observación debe leerse como diagnóstico interno de la parametrización efectiva, no como selección cosmológica definitiva.

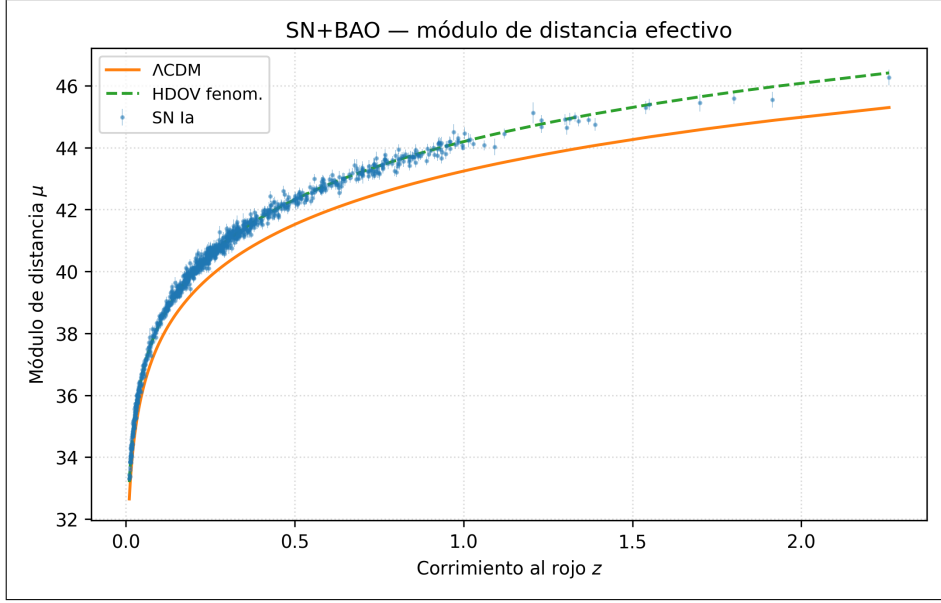


(a) Proyección del módulo de distancia para la muestra de Supernovas Ia utilizada en el *pipeline* reproducible. El eje horizontal representa el corrimiento al rojo y el eje vertical el módulo de distancia efectivo definido en la Ec. (69). Los puntos corresponden a las supernovas de la muestra y las curvas a los modelos indicados en la leyenda.

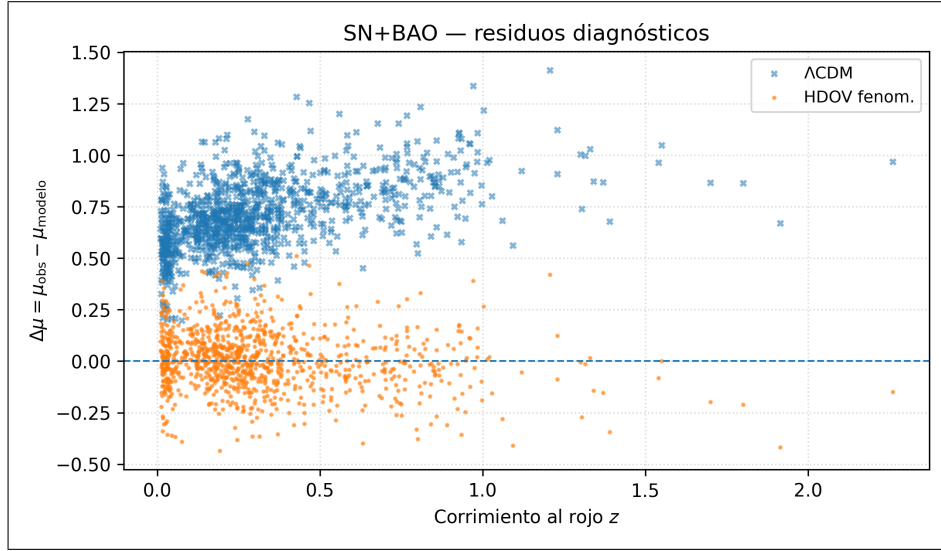


(b) Residuos asociados al panel anterior. El eje horizontal representa el corrimiento al rojo y el eje vertical la diferencia entre el módulo de distancia observado y el módulo de distancia del modelo indicado en la leyenda. La línea horizontal marca residuo nulo. La menor amplitud residual de la rama HDOV en este panel es una propiedad del benchmark fenomenológico y no sustituye un ajuste FLRW autoconsistente.

Figura 2: Benchmark fenomenológico para el análisis de Supernovas Ia. El panel superior muestra puntos observacionales de la muestra SN y curvas de los modelos indicados en la leyenda; el panel inferior muestra los residuos respecto de esas curvas y la línea de residuo nulo. En esta salida diagnóstica, la rama HDOV fenomenológica presenta residuos menores que la curva Λ CDM de referencia dentro del mismo *pipeline*; esta comparación no constituye todavía una validación cosmológica definitiva del sistema métrico mínimo.



(a) Proyección en módulo de distancia para la muestra de Supernovas Ia usando los parámetros obtenidos en el ajuste fenomenológico combinado SN+BAO. El eje horizontal representa el corrimiento al rojo y el eje vertical el módulo de distancia efectivo. Los puntos corresponden a la muestra SN proyectada; los observables BAO no se representan aquí como puntos de módulo de distancia, sino que se incorporan como restricciones adicionales del *pipeline* conjunto.



(b) Residuos de la proyección SN obtenida con parámetros del ajuste fenomenológico combinado SN+BAO. El eje horizontal representa el corrimiento al rojo y el eje vertical la diferencia entre el módulo de distancia observado y el del modelo indicado en la leyenda. La línea horizontal marca residuo nulo. La mayor cercanía visual de la rama HDOV al residuo nulo se interpreta como resultado diagnóstico del benchmark, no como una representación directa de los observables BAO.

Figura 3: Benchmark fenomenológico en módulo de distancia usando parámetros del análisis combinado SN+BAO. El panel superior muestra los puntos de la muestra SN proyectada y las curvas de los modelos indicados en la leyenda; el panel inferior muestra los residuos correspondientes y la línea de residuo nulo. Los datos BAO intervienen como restricciones del ajuste conjunto, no como puntos de módulo de distancia en esta figura. Dentro del *pipeline* usado, la rama HDOV presenta residuos más centrados que la referencia Λ CDM; la comparación sigue siendo preliminar porque no procede de resolver las ecuaciones métricas completas.

6.3. Historia de expansión efectiva e interpretación del cierre

En el cierre mínimo propuesto, $\eta_p = \xi R$, la variable relevante no es una función libre reconstruida de manera independiente, sino una magnitud geométrica inducida por la curvatura escalar. En el benchmark actual, sin embargo, el objeto ajustado debe entenderse como una representación efectiva de $\xi R(z)$ dentro de un esquema de propagación, no como la solución cosmológica completa del sistema métrico HDOV. La Figura 4 se conserva con este estatus estrictamente ilustrativo.

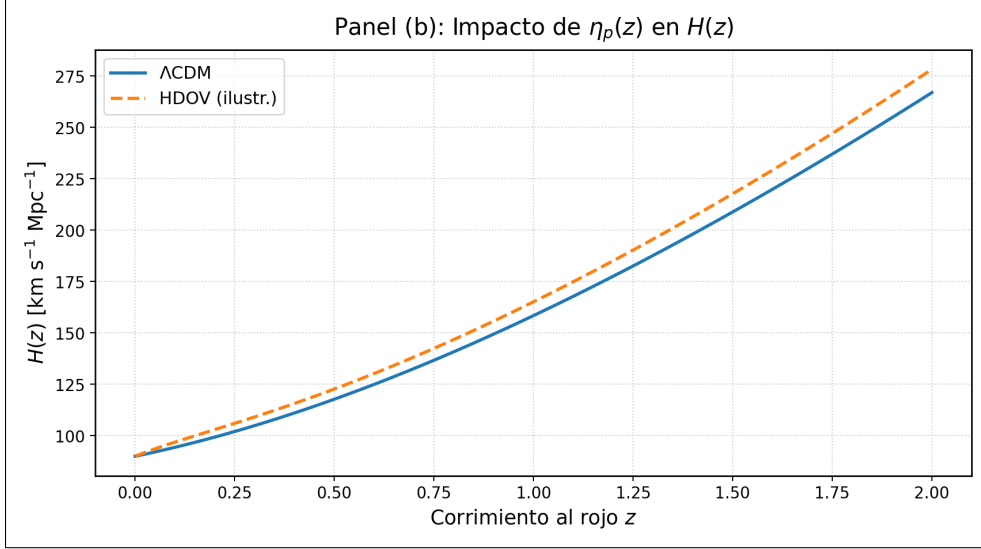


Figura 4: Comparación ilustrativa de la historia efectiva de expansión en el benchmark fenomenológico. El eje horizontal representa el corrimiento al rojo y el eje vertical la tasa de expansión en unidades de $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. La línea continua muestra el modelo de referencia ΛCDM y la línea discontinua la rama efectiva compatible con HDOV usada en el *pipeline*. La figura no reemplaza la integración autoconsistente del sistema FLRW extendido ni fija por sí sola los parámetros EFT del acoplamiento métrico.

6.4. Métricas diagnósticas y alcance estadístico

Para que una comparación entre HDOV y ΛCDM sea publicable como contraste cosmológico completo, las métricas estadísticas deben calcularse a partir de una función de verosimilitud con covarianzas observacionales, parámetros nuisance y una predicción $H(z)$ derivada de las ecuaciones de fondo. En Supernovas Ia esto implica separar el módulo de distancia de la calibración de magnitud absoluta, incorporar la matriz de covarianza y contrastar con catálogos modernos como Pantheon+ (Scolnic et al., 2022; Brout et al., 2022). Para BAO, una etapa posterior debería incorporar, además de SDSS DR16, medidas DESI DR1 con distancias transversales y radiales en bins de redshift (DESI Collaboration et al., 2025a,b).

En el paquete de reproducibilidad se conserva una salida diagnóstica del *pipeline* fenomenológico, resumida en la Tabla 5. Definimos aquí $\chi_{\text{eff}}^2 \equiv -2 \ln \mathcal{L}_{\text{tot}}$ sólo como indicador interno del benchmark. Los criterios de información se escriben como

$$\text{AIC} = 2k - 2 \ln \hat{\mathcal{L}}, \quad \text{BIC} = k \ln N - 2 \ln \hat{\mathcal{L}}, \quad (70)$$

donde k es el número de parámetros efectivos, N el número de datos y $\hat{\mathcal{L}}$ la verosimilitud máxima (Akaike, 1974; Schwarz, 1978; Kass and Raftery, 1995). En la Tabla 5, k cuenta sólo los parámetros libres explícitos de la familia paramétrica implementada. No incluye una penalización funcional no paramétrica porque el benchmark no ajusta $\eta_p(z)$ punto a punto; aun así, esta convención impide usar el ΔBIC como evidencia final de selección de modelo.

Tabla 5: Métricas diagnósticas del benchmark fenomenológico reproducible. Para cada fila se indica el modelo comparado, el número de datos, el número efectivo de parámetros explícitos y los criterios AIC/BIC definidos en la Ec. (70); la columna de diferencia en BIC se mide respecto del modelo de referencia. Dentro de este benchmark, la rama HDOV obtiene valores menores de χ^2_{eff} , AIC y BIC que la referencia ΛCDM . Esta ventaja es diagnóstica del *pipeline* y debe recalcularse en una etapa autoconsistente con covarianzas completas, mismo tratamiento de parámetros nuisance y $H(z)$ derivado de las ecuaciones de fondo.

Modelo	χ^2_{eff}	N	k	AIC	BIC	ΔBIC
HDOV fenomenológico	1062.3	1071	5	1072.3	1097.2	-10,48
ΛCDM de referencia	1065.8	1071	6	1077.8	1107.7	0,00

La lectura prudente de la Tabla 5 es la siguiente: el esquema actual produce una salida numérica auditable y, dentro de su propia familia paramétrica, favorece a la rama HDOV fenomenológica frente a la referencia ΛCDM . Sin embargo, la interpretación estadística queda condicionada por la normalización SN/BAO, la incorporación de covarianzas completas, la penalización correcta de la libertad funcional efectiva y la derivación de $H(z)$ desde el sistema extendido de HDOV. Por tanto, estos valores se reportan como diagnóstico de reproducibilidad y no como evidencia concluyente de reemplazo de ΛCDM o de eliminación de la energía oscura.

Tabla 6: Estado observacional de la rama cosmológica de HDOV. La primera columna identifica el bloque de datos o prueba física, la segunda resume qué se implementa en esta versión y la tercera explicita el requisito técnico mínimo para una etapa de validación cosmológica estricta. La tabla separa el benchmark fenomenológico reproducible del programa pendiente de ajuste dinámico autoconsistente.

Bloque observacional	Estado en esta versión	Requisito para etapa publicable
SN Ia	Benchmark fenomenológico con Pantheon	Reprocesar observable, magnitud absoluta, covarianza y parámetros nuisance; migrar a Pantheon+
BAO	Restricciones preliminares con SDSS DR16/eBOSS	Incorporar covarianzas BAO y contrastar con DESI DR1
$H(z)$	Curva efectiva ilustrativa	Obtener $H(z)$ resolviendo las ecuaciones FLRW extendidas
AIC/BIC	Salida diagnóstica del <i>pipeline</i>	Recalcular con likelihood completa, mismos datos y mismo tratamiento de nuisance
Control EFT	No verificable de forma unívoca para el benchmark	Evaluar $ 2\lambda R $, Z_Ψ y M_{eff}^2 sobre la solución dinámica ajustada
Perturbaciones	No incluidas	Agregar crecimiento de estructura, CMB/lensing y estabilidad lineal

En consecuencia, esta sección preserva el valor del trabajo de datos y reproducibilidad, pero lo ubica en su nivel epistemológico correcto. La etapa necesaria para una afirmación cosmológica fuerte será resolver numéricamente el sistema extendido de las Ecs. (38)–(44), obtener $H(z)$ directamente de las ecuaciones dinámicas y recalcular χ^2 , AIC y BIC con observables y covarianzas homogéneos.

7. Discusión y Conclusiones

En esta revisión hemos cerrado el sector gravitacional mínimo de HDOV mediante el acoplamiento efectivo λRX , obteniendo una ecuación escalar, una respuesta métrica explícita, su ecuación de traza y el sistema de fondo FLRW correspondiente. Este paso permite presentar a HDOV, en su versión mínima, como una propuesta efectiva de gravedad modificada mejor definida que en versiones previas. Al mismo tiempo, hemos separado de forma explícita el sistema dinámico derivado del benchmark fenomenológico usado para inspeccionar datos SN Ia y BAO. Por ello, el manuscrito debe leerse como una formulación técnicamente más sólida del sector gravitacional y como una base para futuros ajustes completos, no como una validación observacional definitiva ni como una demostración de reemplazo de Λ CDM.

7.1. HDOV en el contexto de otros modelos teóricos

Desde el punto de vista formal, el truncamiento mínimo de HDOV pertenece a la familia amplia de teorías escalar–tensor con acoplamientos entre un escalar y la curvatura, aunque su punto de partida conceptual es distinto: el objeto primario del modelo es la ecuación de onda proyectiva y la interpretación operacional de la accesibilidad, no una modificación post hoc del sector cosmológico. En particular, el término λRX lo acerca a clases conocidas de teorías con acoplamientos cinético-geométricos (Horndeski, 1974; Kobayashi et al., 2011; Bellini and Sawicki, 2014). Como se explicó en la Sección 4.1, esta proximidad no equivale a una completación Horndeski completa: en el presente trabajo λRX se usa como operador EFT líder asociado al cierre $\eta_p = \xi R$, no como clasificación exhaustiva de todos los grados de libertad del modelo.

Tabla 7: Ubicación conceptual del truncamiento mínimo de HDOV frente a modelos escalares conocidos. La tabla compara el término característico, el orden esperado de las ecuaciones en el régimen considerado y el alcance físico de cada caso. La fila HDOV debe leerse como un truncamiento EFT perturbativo inducido por el cierre geométrico adoptado, no como una clasificación completa de todas sus ramas dinámicas.

Modelo	Término característico	Orden de ecuaciones	Comentario
Escalar mínimo	$X - m^2 \Psi^2$	segundo	referencia base sin acoplamiento geométrico
Escalar no mín. estándar	$F(\Psi)R$	segundo	tipo Brans–Dicke / Jordan, como referencia escalar–tensor clásica (Brans and Dicke, 1961)
HDOV mínimo	λRX	EFT perturbativo	modulación cinética geométrica válida bajo las condiciones de la Tabla 2

A nivel fenomenológico, HDOV también se diferencia de otros marcos frecuentemente citados:

- **Gravity’s Rainbow:** postula una métrica dependiente de la energía, con posible ruptura o deformación efectiva de la estructura de Lorentz (Magueijo and Smolin, 2004). HDOV mantiene, en el truncamiento aquí usado, un cierre local dependiente de curvatura y preserva la covariancia del formalismo.
- **Stochastic Gravity:** introduce fluctuaciones métricas estocásticas y términos de ruido asociados a correlaciones cuánticas de la materia (Hu and Verdaguer, 2004). HDOV es determinista en su núcleo mínimo, donde la inaccesibilidad se representa como modulación funcional y no como ruido aleatorio.
- **Modelos de decoherencia gravitacional:** HDOV puede leerse como una parametrización efectiva inspirada en programas de decoherencia o reducción dinámica (Bassi and Ghirardi, 2003), pero con un mecanismo explícito de proyección funcional vía η_p .

La principal distinción del enfoque presente es, por tanto, la modulación geométrica de la accesibilidad funcional mediante un cierre covariante mínimo. En esta versión evitamos interpretar dicho cierre como una dualidad plenamente establecida con sistemas análogos o como una teoría escalar-tensor ya exhaustivamente clasificada, ya que esa extensión requerirá un análisis microscópico y dinámico adicional.

7.2. Régimen de validez efectiva y consistencia

Las conclusiones del truncamiento mínimo deben entenderse dentro del régimen EFT perturbativo definido en la Sección 4.4. En particular, el manuscrito no establece todavía la estructura completa de grados de libertad del modelo ni descarta de forma definitiva inestabilidades de tipo ghost o de gradiente fuera de ese dominio. Las condiciones $|2\lambda R| \ll 1$, $Z_\Psi = 1 + 2\lambda R > 0$ y $M_{\text{eff}}^2 = 1/\kappa + 2\lambda X > 0$ deben leerse como requisitos necesarios para usar la versión mínima, no como una prueba global de estabilidad. En esta versión no se desarrolla todavía un análisis Hamiltoniano completo ni se obtiene la acción cuadrática de perturbaciones alrededor de fondos generales. Por ello, los resultados presentados se restringen a campos débiles, curvaturas moderadas y fondos lentamente variables donde el cierre $\eta_p = \xi R$ puede tratarse como truncación controlada de baja energía.

7.3. Limitaciones y Direcciones Futuras

Las líneas de investigación futuras incluyen: (i) resolver numéricamente el sistema cosmológico extendido de las Ecs. (38)–(44) para generar un $H(z)$ autoconsistente en presencia de materia y radiación; (ii) verificar sobre esa solución las condiciones EFT $|2\lambda R| \ll 1$, $Z_\Psi > 0$ y $M_{\text{eff}}^2 > 0$; (iii) derivar la acción cuadrática de perturbaciones escalares, vectoriales y tensoriales para convertir las condiciones necesarias de la Tabla 2 en criterios dinámicos completos; (iv) extender el análisis PPN más allá de la rama homogénea mínima, incorporando fondos con gradientes no triviales, variación temporal de G_{eff} y posibles fuentes efectivas para el escalar; (v) obtener soluciones de agujero negro y sus perturbaciones para un análisis serio de modos cuasi-normales; (vi) recalcular las métricas χ^2 , AIC y BIC con una verosimilitud completa y covarianzas observacionales; y (vii) complementar la fenomenología cosmológica con intervalos de confianza, perturbaciones de crecimiento de estructura, CMB y lensing.

Estas tareas delimitan el alcance real del presente artículo. En particular, el manuscrito no demuestra todavía la ausencia de energía oscura, no descarta singularidades en general y no sustituye a Λ CDM como modelo cosmológico estándar; más bien formula una rama efectiva que puede ser sometida a contraste matemático y observacional en etapas posteriores.

7.4. Predicciones y criterios de falsabilidad en el régimen considerado

El truncamiento mínimo sugiere criterios de falsabilidad concretos una vez cerrado el sistema métrico completo y fijadas las condiciones iniciales de cada rama:

- **Cosmología:** posibles modificaciones en la historia de expansión y en las distancias luminosas una vez resuelto de forma autoconsistente el sistema extendido con materia y radiación.
- **Régimen débil:** en la rama mínima de vacío el sector PPN coincide con GR a primer orden, con $\gamma = \beta = 1$ y sin quinta fuerza bariónica lineal. En ramas con fondo homogéneo no trivial, la predicción relevante es una posible renormalización lenta de G_{eff} ; gradientes escalares locales podrían generar desviaciones en γ , β o en el deslizamiento gravitacional.
- **Gravedad fuerte:** posibles desplazamientos en modos cuasi-normales sólo después de obtener soluciones de agujero negro y sus perturbaciones lineales dentro del sector métrico completo.

La falsación de cualquiera de estos bloques dependerá de observables construidos desde soluciones del sistema dinámico, no sólo desde parametrizaciones de propagación. Por ello, las predicciones anteriores se presentan como programa verificable y no como resultados ya establecidos.

A. Motivación EFT del cierre mínimo

Un ejemplo de cómo un término no local puede motivar un η_p dependiente de curvatura es la acción efectiva esquemática

$$S_{\text{nonlocal}} \sim \int d^4x \sqrt{-g} \frac{1}{M^2} R f(\square^{-1} R), \quad (71)$$

donde f es analítica. Expandiendo $f(x) = \alpha x + \beta x^2 + \dots$ se obtiene, a orden líder,

$$\eta_p \sim \frac{\alpha}{M^2} R + \mathcal{O}(R^2), \quad (72)$$

es decir, un acoplamiento funcional dependiente de la curvatura. Este argumento no reemplaza una derivación microscópica completa; sólo motiva el uso del cierre líder $\eta_p = \xi R$ como ansatz EFT local y mínimo. La elección no es única y no excluye operadores de curvatura superiores ni términos no locales adicionales.

La validez de esta motivación está restringida al régimen en el que las derivadas y potencias superiores de la curvatura permanecen subdominantes. En consecuencia, las Ecs. (71) y (72) deben leerse como una guía de truncamiento y no como una reconstrucción única del sector microscópico.

B. Esquema de la variación métrica del acoplamiento geométrico

Para la acción

$$S_\lambda = \int d^4x \sqrt{-g} \lambda R X, \quad X \equiv \nabla_\mu \Psi \nabla^\mu \Psi, \quad (73)$$

la variación respecto de $g^{\mu\nu}$ puede organizarse usando las identidades

$$\delta X = \nabla_\mu \Psi \nabla_\nu \Psi \delta g^{\mu\nu}, \quad (74)$$

$$\delta(\sqrt{-g} R) = \sqrt{-g} [G_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} + (g_{\mu\nu} \square - \nabla_\mu \nabla_\nu) \delta g^{\mu\nu}]. \quad (75)$$

Multiplicando la segunda identidad por X e integrando por partes los términos de borde, se obtiene

$$\delta S_\lambda = \int d^4x \sqrt{-g} \lambda [X G_{\mu\nu} + (g_{\mu\nu} \square - \nabla_\mu \nabla_\nu) X + R \nabla_\mu \Psi \nabla_\nu \Psi] \delta g^{\mu\nu} \quad (76)$$

$$\equiv \int d^4x \sqrt{-g} \lambda \mathcal{A}_{\mu\nu}^{(\lambda)} \delta g^{\mu\nu}, \quad (77)$$

donde

$$\mathcal{A}_{\mu\nu}^{(\lambda)} = X G_{\mu\nu} + (g_{\mu\nu} \square - \nabla_\mu \nabla_\nu) X + R \nabla_\mu \Psi \nabla_\nu \Psi. \quad (78)$$

Con la convención de signos adoptada en el texto, la contribución efectiva de este término al lado derecho de las ecuaciones métricas es $-2\lambda \mathcal{A}_{\mu\nu}^{(\lambda)}$. Por ello,

$$\frac{1}{\kappa} G_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^{(0)} - 2\lambda \mathcal{A}_{\mu\nu}^{(\lambda)}, \quad (79)$$

y, al trasladar $-2\lambda X G_{\mu\nu}$ al lado izquierdo, se recupera la Ec. (23). Este apéndice no sustituye a una derivación completa estilo Horndeski o $f(R, X)$, pero explicita el paso funcional entre la acción y las ecuaciones de campo usadas en el manuscrito.

Disponibilidad de datos y código

Todos los datos utilizados en la sección fenomenológica de este trabajo, incluyendo el catálogo Pantheon (Scolnic et al., 2018) y las medidas BAO del SDSS DR16 (Alam et al., 2021), son de libre acceso o se distribuyen como archivos derivados dentro del paquete de reproducibilidad, según las condiciones de uso de cada fuente.

Todo el código fuente utilizado en este trabajo se distribuye junto con el paquete de reproducibilidad `HDOV_repro_V6`, en los directorios `src/core_fig/`. Allí se incluyen los scripts necesarios para reproducir los ajustes cosmológicos, las figuras de SN Ia y BAO, así como las métricas asociadas al análisis fenomenológico descrito en este manuscrito. El archivo `README_HDOV_repro.md` describe la estructura del paquete, el entorno Python recomendado y las instrucciones básicas de ejecución.

Declaraciones y contribuciones

Conflicto de intereses: El autor declara que no existe ningún conflicto de intereses financiero ni personal que pudiera haber influido en los resultados presentados.

Contribuciones de autoría: Arnoldo Fernández concibió la hipótesis HDOV, desarrolló el formalismo matemático, realizó los análisis numéricos y redactó el manuscrito.

ORCID: [0000-0003-3027-0450](https://orcid.org/0000-0003-3027-0450).

Referencias

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6):716–723.
- Alam, S., Aubert, M., Avila, S., Balland, C., Bautista, J. E., Bershad, M. A., Blanton, M. R., Bolton, A. S., Brownstein, J. R., Burtin, E., Chapman, M. J., Chuang, C.-H., Comparat, J., Dawson, K. S., de la Macorra, A., de Mattia, A., du Mas des Bourboux, H., Escoffier, S., Fernandez-Trincado, J. G., Font-Ribera, A., Frinchaboy, P. M., Gil-Marín, H., Gonzalez-Morales, A. X., Hawken, A. J., Hou, J., Jimenez, R., Kamiya, Y., Kneib, J.-P., Kong, H., Landy, S. D., Lang, D., Laurent, P., Le Goff, J.-M., Li, C., Lin, S., Lyke, B. W., Macpherson, H. J., Mohammad, F. G., Moustakas, J., Mueller, E.-M., Myers, A. D., Nadathur, S., Neveux, R., Newman, J. A., Ntelis, P., O’Connell, R., Oravetz, D. J., Oravetz, A., Palanque-Delabrouille, N., Percival, W. J., Pieri, M. M., Prakash, A., Raichoor, A., Rezaie, M., Ross, A. J., Rossi, G., Ruhlmann-Kleider, V., Sanchez, F., Sanchez, A. G., Schlegel, D. J., Schneider, D. P., Seo, H.-J., Shao, L., Smith, R. E., Tamone, A., Tinker, J. L., Tojeiro, R., Vargas-Maga a, M., Vivek, M., Wang, Y., Y’eché, C., and Zhao, G.-B. (2021). The completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: Cosmological implications from two decades of spectroscopic surveys at the Apache Point Observatory. *Phys. Rev. D*, 103(8):083533.
- Almheiri, A., Marolf, D., Polchinski, J., and Sully, J. (2013). Black holes: Complementarity or firewalls? *JHEP*, 2013(2):62.
- Bassi, A. and Ghirardi, G. (2003). Dynamical reduction models. *Phys. Rep.*, 379(5-6):257–426.
- Bellini, E. and Sawicki, I. (2014). Maximal freedom at minimum cost: linear large-scale structure in general modifications of gravity. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2014(07):050.
- Birrell, N. D. and Davies, P. C. W. (1982). *Quantum Fields in Curved Space*. Cambridge University Press.
- Brans, C. and Dicke, R. H. (1961). Mach’s principle and a relativistic theory of gravitation. *Physical Review*, 124(3):925–935.

- Brout, D., Scolnic, D., Popovic, B., Riess, A. G., Zuntz, J., Kessler, R., Carr, A., Davis, T. M., Hinton, S., Jones, D., et al. (2022). The pantheon+ analysis: Cosmological constraints. *The Astrophysical Journal*, 938(2):110.
- DESI Collaboration, Adame, A. G., Aguilar, J., Ahlen, S., Alam, S., Alexander, D. M., et al. (2025a). DESI 2024 iii: Baryon acoustic oscillations from galaxies and quasars. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2025(04):012.
- DESI Collaboration, Adame, A. G., Aguilar, J., Ahlen, S., Alam, S., Alexander, D. M., et al. (2025b). DESI 2024 vi: Cosmological constraints from the measurements of baryon acoustic oscillations. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2025(02):021.
- Horndeski, G. W. (1974). Second-order scalar-tensor field equations in a four-dimensional space. *International Journal of Theoretical Physics*, 10(6):363–384.
- Hu, B.-L. and Verdaguer, E. (2004). Stochastic gravity: theory and applications. *Living Reviews in Relativity*, 7(3).
- Kass, R. E. and Raftery, A. E. (1995). Bayes factors. *Journal of the American Statistical Association*, 90(430):773–795.
- Kobayashi, T., Yamaguchi, M., and Yokoyama, J. (2011). Generalized g-inflation: Inflation with the most general second-order field equations. *Progress of Theoretical Physics*, 126(3):511–529.
- Magueijo, J. and Smolin, L. (2004). Gravity’s rainbow. *Classical and Quantum Gravity*, 21(7):1725–1736.
- Parker, L. E. and Toms, D. J. (2009). *Quantum Field Theory in Curved Spacetime: Quantized Fields and Gravity*. Cambridge University Press.
- Perlmutter, S. et al. (1999). Measurements of omega and lambda from 42 high-redshift supernovae. *Astrophys. J.*, 517(2):565–586.
- Riess, A. G. et al. (1998). Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. *Astron. J.*, 116(3):1009–1038.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, 6(2):461–464.
- Scolnic, D., Brout, D., Carr, A., Riess, A. G., Davis, T. M., Dwoimoh, A., Jones, D. O., Ali, N., Charvu, P., Chen, R., et al. (2022). The pantheon+ analysis: The full data set and light-curve release. *The Astrophysical Journal*, 938(2):113.
- Scolnic, D. M., Jones, D. O., Rest, A., Pan, Y. C., Chornock, R., Foley, R. J., Huber, M. E., Kessler, R., Narayan, G., Riess, A. G., et al. (2018). The complete light-curve sample of spectroscopically confirmed sne ia from pan-starrs1 and cosmological constraints from the combined pantheon sample. *The Astrophysical Journal*, 859(2):101.
- Will, C. M. (2014). *Theory and Experiment in Gravitational Physics*. Cambridge University Press, Cambridge, 2 edition.