

Gabriel Beguerie

Fundamentos de álgebra para gente normal

Guía paso a paso (sin saltos)

El piso de álgebra que necesitás para entrar fuerte a Funciones, Trigonometría, Cálculo y Estadística

Autor: Gabriel Beguerie

© 2026 **Gabriel Beguerie**

Fundamentos de álgebra para gente normal

Todos los derechos reservados.

No se permite reproducir, almacenar ni transmitir ninguna parte de esta publicación, por ningún medio, sin autorización previa por escrito del autor, salvo citas breves con fines de reseña o estudio.

Zenodo DOI :

10.5281/zenodo.19421053

Índice general

Guía exprés: aprender lo esencial en pocos días	6
0. Unidad 0: el kit mínimo para que esto no sea una tortura (antes de álgebra)	9
Por qué esto importa (sin humo)	9
1. Orden de operaciones sin superstición	10
2. El signo igual significa equilibrio	11
3. Números con signo en una sola imagen limpia	12
4. Las fracciones son divisiones	13
5. Fracciones menores que 1, iguales a 1 y mayores que 1	14
6. Fracciones equivalentes y por qué importan	15
7. Sumar y restar fracciones sin magia	17
8. Multiplicar y dividir fracciones	19
9. Decimales y porcentajes sin niebla	21
Problemas	23
1. Qué es el álgebra de verdad (y por qué tanta gente cree que es más difícil de lo que es)	26
Por qué esto importa	26
Una variable es un lugar reservado para un número	27
Expresión vs. ecuación	27
La idea de equilibrio	28
Problemas	29
2. Números con signo sin confusión	31
Por qué esto importa	31
Mirarlo en la recta numérica	32
Restar es sumar el opuesto	32
Multiplicación y división de signos	33
Chequeos mentales rápidos	34
Problemas	34
3. Fracciones sin pánico	36
Por qué esto importa	36
Fracciones equivalentes	37
Suma y resta de fracciones	37
Multiplicación y división de fracciones	39
Problemas	40
4. Decimales, porcentajes y cómo pasar de una forma a otra	42
Por qué esto importa	42
Decimal, fracción y porcentaje son el mismo número	43
Porcentaje de una cantidad	44
Aumento porcentual y disminución porcentual	46
Problemas	49
5. Expresiones y propiedad distributiva	50

Por qué esto importa	50
Términos, coeficientes y constantes	51
La propiedad distributiva	51
Problemas	53
6. Ecuaciones de uno y dos pasos	55
Por qué esto importa	55
Ecuaciones de un paso	56
Ecuaciones de dos pasos	56
Problemas	57
7. Ecuaciones multietapa que suelen dejar a la gente congelada	59
Por qué esto importa	59
Caso 1: primero los paréntesis	60
Caso 2: variables en ambos lados	61
Caso 3: fracciones dentro de ecuaciones	62
Caso 4: resultados especiales	63
Problemas	65
8. Desigualdades sin errores de signo	67
Por qué esto importa	67
Resolver desigualdades como ecuaciones — hasta que aparece un negativo	68
Por qué el signo se invierte	69
Desigualdades compuestas	69
Notación de intervalo	70
Problemas	71
9. Potencias y raíces que de verdad tienen sentido	73
Por qué esto importa	73
Lo básico de los exponentes	74
Reglas de exponentes	74
Exponentes cero	76
Exponentes negativos	77
Raíces y radicales	78
Problemas	80
10. Factorización básica	82
Por qué esto importa	82
Paso 1: factor común máximo primero	83
Paso 2: trinomios simples	84
Paso 3: diferencia de cuadrados	85
Cuando no factoriza prolijo	86
Problemas	87
11. Coordenadas, pendiente y rectas	89
Por qué esto importa	89
Pares ordenados y plano cartesiano	89
Pendiente como tasa de cambio	90
Pendiente indefinida y rectas verticales	91
Ecuación de una recta	92
Construir una recta cuando conocés la pendiente y un punto	93
Problemas	94
12. Fórmulas y despeje de variables	96
Por qué esto importa	96
Modo 1: reemplazar valores en una fórmula	97

Modo 2: despejar una fórmula respecto de una variable	99
Fórmulas cargadas de fracciones	102
Problemas	104
13. Problemas de texto sin adivinar	106
Por qué esto importa	106
Familia 1: traducir frases sobre números	107
Familia 2: modelos de costo y tasa	108
Familia 3: geometría y perímetro	109
Familia 4: promedios	110
Familia 5: comparaciones y números consecutivos	110
Problemas	112
14. Repaso mixto: la caja de herramientas de álgebra en un solo lugar	114
Calentamiento mixto	115
Bloque estándar mixto	115
Bloque de dominio	116
15. Chequeo de entrada para <i>Funciones matemáticas para gente normal</i>	117
Chequeo mínimo de entrada	118
Chequeo fuerte de entrada	118
Cómo puntuarlo	119
Errores que son bandera roja	119
Dónde reparar si fallás ciertos problemas	120
Soluciones paso a paso (sin saltos)	121
Unidad 0	121
Capítulo 1	130
Capítulo 2	133
Capítulo 3	137
Capítulo 4	142
Capítulo 5	148
Capítulo 6	153
Capítulo 7	157
Capítulo 8	163
Capítulo 9	167
Capítulo 10	172
Capítulo 11	176
Capítulo 12	181
Capítulo 13	186
Capítulo 14	193
Capítulo 15	201

Guía exprés: aprender lo esencial en pocos días

Idea clave

Este libro existe por una razón muy concreta: mucha gente no necesita “matemática más difícil” primero. Necesita que le reconstruyan el piso.

Si signos, fracciones, ecuaciones, pendiente y fórmulas te quedan flojos, los libros que vienen después se sienten injustos. Este libro arregla ese piso capa por capa para que el resto de la serie se sienta como una rampa y no como un salto.

Objetivo del capítulo

Dos maneras honestas de usar este libro.

Camino A: frená la hemorragia rápido. Usá este camino si ya tenés una materia, un examen o un ingreso muy cerca.

1. Unidad 0 (el piso: signos, orden de operaciones, fracciones, decimales, porcentajes)
2. Capítulo 5 (expresiones y distributiva)
3. Capítulos 6 y 7 (ecuaciones)
4. Capítulo 8 (desigualdades)
5. Capítulo 9 (potencias y raíces)
6. Capítulo 11 (coordenadas, pendiente y rectas)
7. Capítulo 12 (fórmulas)
8. Capítulo 15 (diagnóstico de entrada a *Funciones matemáticas para gente normal*)

Camino B: dominio completo antes de *Funciones matemáticas para gente normal*.

1. Leé todos los capítulos en orden.
2. Hacé los ejemplos con lápiz, no solo con los ojos.
3. Intentá los problemas del capítulo antes de mirar las soluciones.
4. Volvé a hacer los que fallaste dos días después.
5. Recién tomá el Capítulo 15 cuando hayas dado la pasada completa.

Una pasada rápida realista lleva entre **8 y 12 días**. Una pasada completa realista lleva entre **3 y 6 semanas**. El punto no es la velocidad. El punto es salir de este libro con el piso finalmente firme.

Prerrequisitos (si esto te cuesta, volvé a la Unidad 0)

¿Podés saltar la Unidad 0? Solo si las preguntas de la Unidad 0 te salen fáciles, no solo familiares.

Si con orden de operaciones, signos, fracciones, decimales o porcentajes todavía te trabás, no saltees el piso. Los capítulos siguientes *usan* esos movimientos; no te los reconstruyen desde cero.

Nota de modelo

Cómo usar el libro para que realmente funcione.

- Lee la **idea clave** hasta que la puedas decir con tus palabras.
- Reproducí la **receta** sin mirar.
- Tapá el ejemplo resuelto e intentá rehacerlo por tu cuenta.
- Probá los ejercicios de fin de capítulo antes de abrir el capítulo de soluciones.
- Si te congelás, retrocedé una capa. En este libro, el pánico casi siempre significa “hay un prerrequisito flojo”, no “soy malo para matemática”.

Vida real: para qué sirve

Este libro cubre los movimientos de álgebra que manejan silenciosamente el resto de la serie:

- precios, impuestos, descuentos y porcentajes,
- fórmulas en ciencias y estadística,
- pendientes, tasas de cambio y gráficos,
- trabajo simbólico adentro de trigonometría,
- simplificación, factorización y despejes en cálculo.

No estás aprendiendo “trucos chiquitos de escuela.” Estás armando el sistema operativo sobre el que corre la matemática que viene después.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

Este libro va **antes** de *Funciones matemáticas para gente normal*. Su trabajo es simple: hacer que los libros siguientes se sientan aprendibles.

- Funciones necesita álgebra casi en cada página.
- Trigonometría esconde álgebra adentro de identidades y ecuaciones.

- Cálculo está lleno de simplificaciones, factorización, fracciones y despejes.
- Estadística usa fórmulas, porcentajes, fracciones y lógica de signos todo el tiempo.

Si este libro hace bien su trabajo, los siguientes te tendrían que resultar desafiantes en el buen sentido, no caóticos.

Resumen: lo que te llevás

No necesitás velocidad primero. Necesitás repetibilidad primero.

La meta de este libro no es que parezcas vivo durante cinco minutos. La meta es que quedes lo bastante firme como para que el resto de la serie deje de sentirse como un ejercicio de adivinación.

Capítulo 0

Unidad 0: el kit mínimo para que esto no sea una tortura (antes de álgebra)

Objetivo del capítulo

Al terminar esta unidad, vas a poder:

- seguir el orden de operaciones sin inventarte tu propia regla,
- leer el signo igual como una relación de equilibrio,
- manejar positivos y negativos sin adivinar,
- entender que una fracción es una división,
- distinguir cuándo una fracción es menor que 1, igual a 1 o mayor que 1,
- reescribir fracciones equivalentes,
- sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones básicas,
- moverte entre fracciones, decimales y porcentajes en casos simples.

Por qué esto importa (sin humo)

Idea clave

Una cantidad sorprendente de los supuestos “problemas de álgebra” no son realmente problemas de álgebra. Son problemas de fracciones, de signos, de orden de operaciones o de porcentajes disfrazados de álgebra.

Si esos movimientos básicos están flojos, todos los capítulos que vienen después se sienten más difíciles de lo que realmente son. Por eso la Unidad 0 no intenta quedar sofisticada. Intenta dejar el piso firme.

Nota de modelo

Esta unidad es el lugar donde el libro explica la lógica aritmética con detalle completo. Eso es intencional. Acá no te puede aparecer nada como “obvio”, porque este es el piso sobre el que se apoya el resto del libro.

Los capítulos siguientes van a *usar* estas ideas todo el tiempo, pero no van a frenar a reenseñar cada paso básico. Entonces, si más adelante un capítulo se te pone turbio por culpa de aritmética, signos, fracciones, decimales o porcentajes, a este lugar tenés que volver.

Vida real: para qué sirve

Estas ideas no son habilidades “solo escolares”.

- El orden de operaciones importa en calculadoras, hojas de cálculo y fórmulas.
- Los números con signo aparecen en deudas, temperatura, altura y cambio de posición.
- Las fracciones aparecen en cocina, medicina, construcción, descuentos y probabilidad.
- Los porcentajes aparecen en impuestos, propinas, notas, tasas de interés y resúmenes de datos.

Si estas bases quedan firmes, el álgebra deja de sentirse como castigo aleatorio.

1. Orden de operaciones sin superstición

Idea clave

El orden correcto es:

1. paréntesis,
2. potencias,
3. multiplicación y división de izquierda a derecha,
4. suma y resta de izquierda a derecha.

Lo importante no es una frase de memoria. Lo importante es esto: **multiplicación y división comparten nivel**, y **suma y resta comparten nivel**. Entonces, dentro de cada nivel, avanzás de **izquierda a derecha**.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$18 - 6 \div 3 \cdot 2$$

Paso 1: la división y la multiplicación van antes que la resta. Además van de izquierda a derecha. Entonces arrancamos con:

$$6 \div 3 = 2$$

Ahora la expresión pasa a ser:

$$18 - 2 \cdot 2$$

Paso 2: multiplicamos.

$$2 \cdot 2 = 4$$

Ahora la expresión queda:

$$18 - 4$$

Paso 3: restamos.

$$18 - 4 = 14$$

Respuesta: 14.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$(5 + 7) \div 3$$

Paso 1: el paréntesis va primero.

$$5 + 7 = 12$$

Paso 2: dividimos.

$$12 \div 3 = 4$$

Respuesta: 4.

2. El signo igual significa equilibrio

Idea clave

El signo igual **no** significa “ahora viene la respuesta.” Significa que el lado izquierdo y el lado derecho tienen el mismo valor.

Entonces, en

$$4 + 3 = 5 + 2$$

estamos diciendo que ambos lados valen 7.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Decidí si esta afirmación es verdadera:

$$9 - 4 = 2 + 3$$

Paso 1: calculamos el lado izquierdo.

$$9 - 4 = 5$$

Paso 2: calculamos el lado derecho.

$$2 + 3 = 5$$

Paso 3: comparamos. Ambos lados valen 5, así que la afirmación es verdadera.

3. Números con signo en una sola imagen limpia

Idea clave

Positivo significa moverse hacia la derecha en la recta numérica. Negativo significa moverse hacia la izquierda en la recta numérica.

Restar un número significa sumar su opuesto. Entonces:

$$5 - 9 = 5 + (-9).$$

Eso no es un truco. Es el significado de la resta.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$5 - 9$$

Reescribí la resta como suma del opuesto:

$$5 - 9 = 5 + (-9)$$

Empezás en 5 y te movés 9 unidades a la izquierda. Caés en:

$$-4$$

Respuesta: -4 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$(-3)(-8)$$

Paso 1: negativo por negativo da positivo.**Paso 2:** multiplicamos los valores absolutos.

$$3 \cdot 8 = 24$$

Respuesta:

$$(-3)(-8) = 24$$

4. Las fracciones son divisiones**Idea clave**

Una fracción es un número. No son “dos números apilados.”

$$\frac{3}{4}$$

significa:

$$3 \div 4.$$

Esa es la forma más limpia de pensarlo.

El número de arriba es el **numerador**. El número de abajo es el **denominador**. El denominador te dice por qué número estás dividiendo. Entonces:

$$\frac{1}{4} = 1 \div 4, \quad \frac{7}{2} = 7 \div 2.$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Explicá qué significa

$$\frac{3}{5}$$

Significa:

$$3 \div 5.$$

También puede leerse como “tres partes cuando el todo fue cortado en cinco partes iguales,” pero el significado aritmético limpio es simplemente:

$$\frac{3}{5} = 3 \div 5.$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Reescribí

$$1 - \frac{1}{4}$$

de modo que los dos números queden escritos en cuartos.

Paso 1: escribimos 1 como una fracción con denominador 4. Podemos hacerlo porque:

$$1 = \frac{4}{4}$$

¿Por qué? Porque:

$$\frac{4}{4} = 4 \div 4 = 1.$$

Paso 2: reemplazamos esa forma de 1.

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4}$$

Ahora ambos números están escritos en cuartos.

5. Fracciones menores que 1, iguales a 1 y mayores que 1**Idea clave**

Una vez que recordás que una fracción es una división, tres casos básicos quedan claros:

- Si el numerador es **menor** que el denominador, la fracción es **menor que** 1.
- Si el numerador es **igual** al denominador, la fracción es exactamente 1.
- Si el numerador es **mayor** que el denominador, la fracción es **mayor que** 1.

Ejemplos:

$$\frac{1}{2} < 1, \quad \frac{4}{4} = 1, \quad \frac{7}{2} > 1.$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Explicá por qué

$$\frac{7}{2}$$

es mayor que 1.

Porque:

$$\frac{7}{2} = 7 \div 2.$$

Si dividís 7 por 2, el resultado es mayor que 1. Otra manera de verlo es esta:

$$\frac{2}{2} = 1.$$

Entonces, siete medios son más que una unidad entera.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Reescribí

$$\frac{7}{2}$$

como número mixto.

Paso 1: separamos la fracción en grupos completos de

$$\frac{2}{2}.$$

Como

$$\frac{2}{2} = 1,$$

eso nos va a mostrar cuántos enteros hay adentro.

Paso 2: separamos los siete medios.

$$\frac{7}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2}$$

Paso 3: reemplazamos cada

$$\frac{2}{2}$$

por 1.

$$\frac{7}{2} = 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2}$$

Paso 4: sumamos los enteros.

$$1 + 1 + 1 = 3$$

Entonces:

$$\frac{7}{2} = 3 + \frac{1}{2}$$

Paso 5: escribimos el resultado como número mixto.

$$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

El 3 sale de los tres grupos completos de

$$\frac{2}{2},$$

y el $\frac{1}{2}$ es lo que sobra.

6. Fracciones equivalentes y por qué importan**Idea clave**

Las fracciones equivalentes son fracciones que se ven distintas pero tienen el mismo valor.
Por ejemplo:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}.$$

¿Por qué son iguales? Porque multiplicar numerador y denominador por el mismo número no

nulo no cambia el valor. En el fondo eso es multiplicar por 1 disfrazado. Por ejemplo:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{4}.$$

Y:

$$\frac{2}{2} = 1.$$

Entonces el valor no cambia.

Receta (pasos que siempre funcionan)

Para construir fracciones equivalentes:

1. elegí el factor que querés usar,
2. multiplicá el numerador por ese factor,
3. multiplicá el denominador por ese mismo factor,
4. recordá que cambiaste la pinta, no el valor.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Reescribí

$$\frac{1}{4}$$

con denominador 8.

Paso 1: preguntamos qué le pasa a 4 para convertirse en 8.

$$4 \cdot 2 = 8$$

Entonces tenemos que multiplicar el denominador por 2.

Paso 2: multiplicamos el numerador por el mismo factor.

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8}$$

Respuesta:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}.$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Simplificá:

$$\frac{30}{60}$$

Paso 1: preguntamos si el numerador y el denominador comparten algún factor. Sí. Ambos son divisibles por 30.

Paso 2: dividimos numerador y denominador por el mismo número no nulo.

$$\frac{30}{60} = \frac{30 \div 30}{60 \div 30} = \frac{1}{2}$$

Respuesta:

$$\frac{30}{60} = \frac{1}{2}.$$

También podés dividir primero por 10:

$$\frac{30}{60} = \frac{3}{6}$$

y después dividir por 3:

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Los dos caminos son válidos porque en ambos dividís arriba y abajo por el mismo número no nulo.

7. Sumar y restar fracciones sin magia

Idea clave

Podés sumar o restar fracciones directamente solo cuando están hablando del mismo tamaño de pedazos. Eso es exactamente lo que hace el denominador común. Reescribe las dos fracciones para que estén medidas en el mismo tipo de pedazo.

Receta (pasos que siempre funcionan)

Para sumar o restar fracciones:

1. mirá si los denominadores ya coinciden,
2. si no coinciden, buscá un denominador común,
3. reescribí cada fracción con ese denominador,
4. sumá o restá los numeradores,
5. conservá el denominador,
6. simplificá si hace falta.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$$

Paso 1: preguntamos si los denominadores ya coinciden. No. Uno es 4 y el otro es 8.

Paso 2: preguntamos si 4 puede ser el denominador común. No. ¿Por qué no? Porque la fracción

$$\frac{3}{8}$$

tendría que reescribirse con denominador 4. Eso exigiría convertir 8 en 4 multiplicando por un factor entero, y eso es imposible. No existe ningún entero k tal que:

$$8 \cdot k = 4.$$

Entonces, 4 no puede ser denominador común.

Paso 3: preguntamos si 8 puede ser denominador común. Sí. ¿Por qué? Porque un denominador común tiene que ser un denominador que *las dos* fracciones puedan usar sin cambiar su valor. La fracción

$$\frac{1}{4}$$

puede reescribirse con denominador 8 porque 4 se puede convertir en 8 multiplicando por 2:

$$4 \cdot 2 = 8.$$

La segunda fracción ya tiene denominador 8. Entonces 8 es un denominador común. De hecho es el mínimo común denominador.

Paso 4: reescribimos la primera fracción en octavos.

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8}.$$

La segunda queda igual:

$$\frac{3}{8} = \frac{3}{8}.$$

Paso 5: sumamos los numeradores porque ahora los denominadores coinciden.

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}.$$

Respuesta:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}.$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$1 - \frac{1}{4}$$

Paso 1: escribimos 1 en cuartos.

$$1 = \frac{4}{4}$$

Paso 2: restamos.

$$\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Respuesta:

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$$

Paso 1: buscamos un denominador común. Una elección cómoda es 12 porque:

$$6 \cdot 2 = 12 \quad \text{y} \quad 4 \cdot 3 = 12.$$

Paso 2: reescribimos las dos fracciones con denominador 12.

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

Paso 3: restamos los numeradores.

$$\frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

Respuesta:

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{7}{12}.$$

8. Multiplicar y dividir fracciones

Idea clave

Como una fracción ya es una división, la multiplicación y la división de fracciones no son misteriosas si te mantenés ordenado.

Para multiplicar:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

Para dividir, dividir por una fracción significa multiplicar por su recíproco:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{12}$$

Paso 1: multiplicamos los numeradores.

$$3 \cdot 10 = 30$$

Paso 2: multiplicamos los denominadores.

$$5 \cdot 12 = 60$$

Entonces:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{12} = \frac{30}{60}$$

Paso 3: simplificamos. Tanto 30 como 60 son divisibles por 30. Entonces:

$$\frac{30}{60} = \frac{30 \div 30}{60 \div 30} = \frac{1}{2}$$

Respuesta:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{12} = \frac{1}{2}.$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$\frac{7}{8} \div \frac{1}{4}$$

Paso 1: dejamos la primera fracción igual.

$$\frac{7}{8}$$

Paso 2: cambiamos la división por multiplicación por el recíproco de la segunda fracción. El recíproco de

$$\frac{1}{4}$$

es

$$\frac{4}{1}.$$

Entonces:

$$\frac{7}{8} \div \frac{1}{4} = \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{1}$$

Paso 3: multiplicamos numeradores y denominadores.

$$\frac{7 \cdot 4}{8 \cdot 1} = \frac{28}{8}$$

Paso 4: simplificamos. Tanto 28 como 8 son divisibles por 4.

$$\frac{28}{8} = \frac{28 \div 4}{8 \div 4} = \frac{7}{2}$$

Paso 5: si querés un número mixto, usá la idea de la Sección 5.

$$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}.$$

Respuesta:

$$\frac{7}{8} \div \frac{1}{4} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}.$$

9. Decimales y porcentajes sin niebla

Idea clave

Un decimal es otra forma de escribir una fracción. Un porcentaje significa “de cada 100.” Entonces:

$$35\% = \frac{35}{100} = 0.35.$$

Esa es toda la idea. Un porcentaje no es más que una fracción con denominador 100, escrita de manera más corta.

Receta (pasos que siempre funcionan)

Traducciones útiles:

1. Para pasar de porcentaje a fracción, poné el número sobre 100.
2. Para pasar de porcentaje a decimal, dividí por 100.
3. Para pasar de decimal a porcentaje, multiplicá por 100.
4. En problemas de texto, “de” normalmente significa multiplicar.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Convertí

18 %

a decimal.

Paso 1: escribimos el porcentaje como “de cada 100.”

$$18\% = \frac{18}{100}$$

Paso 2: dividimos por 100.

$$\frac{18}{100} = 0.18$$

Respuesta:

$$18\% = 0.18.$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Convertí

$$0.45$$

a porcentaje.

Paso 1: entendemos qué significa porcentaje. Un porcentaje es “de cada 100.” Entonces queremos escribir el número con denominador 100.

Paso 2: multiplicamos por 100.

$$0.45 \cdot 100 = 45$$

Paso 3: agregamos el signo de porcentaje.

$$0.45 = 45 \%$$

Respuesta: 45 %.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Hallá el 25 % de 60.

Paso 1: transformamos el porcentaje en decimal o fracción.

$$25 \% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0.25$$

Paso 2: “de” significa multiplicar.

$$25 \% \text{ de } 60 = 0.25 \cdot 60$$

Paso 3: multiplicamos.

$$0.25 \cdot 60 = 15$$

Respuesta: 15.

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- hacer suma antes que multiplicación solo porque aparece primero,
- leer el signo igual como decoración en vez de equilibrio,
- olvidarte de que restar es sumar el opuesto,
- pensar que una fracción no es un número,
- sumar denominadores cuando sumás fracciones,
- elegir un “denominador común” sin chequear si ambas fracciones realmente pueden reescribirse con él,
- simplificar una fracción sin decir qué número divide al numerador y al denominador,
- escribir un número mixto sin mostrar de dónde sale la parte entera,
- tratar 20 % como 20 en lugar de $\frac{20}{100}$ o 0.20.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

Vas a usar esta unidad por todos lados más adelante.

- En *Funciones matemáticas para gente normal*, las expresiones algebraicas se rompen si los signos y las fracciones están flojos.
- En *Trigonometría para gente normal*, las fórmulas de ángulos y las identidades siguen dependiendo de álgebra prolija.
- En *Cálculo para gente normal*, un control flojo de fracciones hace que límites, derivadas e integrales parezcan muchísimo más difíciles de lo que son.
- En *Estadística y probabilidad para gente normal*, fórmulas, porcentajes y razones aparecen todo el tiempo.

La Unidad 0 no es glamorosa, pero es estructural.

Resumen: lo que te llevás

Si la Unidad 0 hizo bien su trabajo, estas ideas ya te deberían resultar menos misteriosas:

- una fracción es una división,
- una fracción puede ser menor que 1, igual a 1 o mayor que 1,
- las fracciones equivalentes son el mismo valor con distinta ropa,
- los denominadores comunes sirven para igualar el tamaño de los pedazos,
- los porcentajes son fracciones de cada 100,
- simplificar significa dividir arriba y abajo por el mismo número no nulo.

No son notas al pie. Son el piso del resto del libro.

Problemas

0.1. Calculá: $20 - 4 \cdot 3$.

0.2. Calculá: $24 \div 6 \cdot 2$.

0.3. Calculá: $(18 - 6) \div 3$.

0.4. Calculá: $7 + 3 \cdot 4$.

0.5. Decidí si esta afirmación es verdadera: $8 + 5 = 10 + 3$.

0.6. Decidí si esta afirmación es verdadera: $9 - 2 = 3 + 5$.

0.7. Calculá: $5 - 9$.

0.8. Calculá: $-8 - 5$.

0.9. Calculá: $-7 + 12$.

- 0.10.** Calculá: $(-6)(+2)$.
- 0.11.** Calculá: $(-3)(-8)$.
- 0.12.** Explicá con palabras qué significa el signo igual.
- 0.13.** Escribí $\frac{3}{5}$ como una división.
- 0.14.** Escribí 1 como una fracción con denominador 4.
- 0.15.** Reescribí $1 - \frac{1}{4}$ para que ambos números queden escritos en cuartos.
- 0.16.** Explicá por qué $\frac{7}{2}$ es mayor que 1.
- 0.17.** Reescribí $\frac{7}{2}$ como número mixto.
- 0.18.** Reescribí $\frac{1}{2}$ como una fracción con denominador 10.
- 0.19.** Reescribí $\frac{3}{4}$ como una fracción con denominador 12.
- 0.20.** Simplificá $\frac{30}{60}$.
- 0.21.** Simplificá $\frac{12}{18}$.
- 0.22.** Calculá: $\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$.
- 0.23.** Calculá: $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$.
- 0.24.** Calculá: $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$.
- 0.25.** Calculá: $1 - \frac{1}{4}$.
- 0.26.** Calculá: $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$.
- 0.27.** Calculá: $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{12}$.
- 0.28.** Calculá: $\frac{7}{8} \div \frac{1}{4}$.
- 0.29.** Convertí 0.45 a porcentaje.
- 0.30.** Convertí 0.125 a porcentaje.
- 0.31.** Convertí 18 % a decimal.
- 0.32.** Convertí 35 % a decimal.
- 0.33.** Hallá el 25 % de 60.
- 0.34.** Hallá el 12 % de 250.

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Puedo seguir el orden de operaciones sin inventar reglas nuevas.
- Entiendo que el signo igual significa que ambos lados tienen el mismo valor.
- Puedo manejar el movimiento básico de números con signo en la recta numérica.
- Entiendo que una fracción es una división.

- Puedo explicar por qué una fracción es menor que 1, igual a 1 o mayor que 1.
- Puedo construir fracciones equivalentes y explicar por qué conservan el mismo valor.
- Puedo sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones básicas sin saltos mágicos.
- Entiendo que un porcentaje significa “de cada 100.”

Capítulo 1

Qué es el álgebra de verdad (y por qué tanta gente cree que es más difícil de lo que es)

Objetivo del capítulo

Al terminar este capítulo, vas a poder:

- explicar qué es una variable con palabras normales,
- distinguir una expresión de una ecuación,
- usar la idea de equilibrio para entender qué movimientos algebraicos son legales,
- simplificar expresiones básicas sin tratar el álgebra como si fuera magia.

Por qué esto importa

Idea clave

Mucha gente siente que el álgebra empieza cuando desaparecen los números y aparecen letras por todos lados. Pero no es eso lo que está pasando.

El álgebra empieza cuando dejamos de hablar de un número fijo y pasamos a describir una regla o un patrón que puede servir para muchos números distintos.

Vida real: para qué sirve

El álgebra es lo que te deja decir cosas como:

- “el costo total es cargo fijo más precio por kilómetro”,
- “la temperatura después de h horas sigue esta regla”,
- “mi sueldo después de impuestos es esta fracción del sueldo bruto”,
- “el abono del celular es cargo fijo más consumo de datos”.

Sin variables, cada situación habría que reconstruirla desde cero.

Una variable es un lugar reservado para un número

Idea clave

Una variable es un símbolo que representa un valor.

Si $x = 5$, entonces

$$x + 2 = 5 + 2 = 7.$$

Si $x = -3$, entonces

$$x + 2 = -3 + 2 = -1.$$

La regla es la misma. Lo que cambia es el valor que le metés.

Nota de modelo

A veces se dice “incógnita” y eso hace que algunos estudiantes imaginen que la variable es una especie de objeto misterioso. No. No tiene nada de misterioso. Es un lugar reservado para un número. Cuando aceptás eso, la página se vuelve bastante más tranquila.

Expresión vs. ecuación

Idea clave

Una **expresión** es una frase matemática sin signo igual. Ejemplos: $3x + 1$, $2a - 5$, $y^2 + 4y$.

Una **ecuación** es una afirmación que dice que dos expresiones valen lo mismo. Ejemplos: $3x + 1 = 10$, $2a - 5 = 7$.

Entonces:

- las expresiones se simplifican,
- las ecuaciones se resuelven.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Simplificá la expresión:

$$3x + 2x$$

Paso 1: identificamos términos semejantes. Los dos tienen x .

Paso 2: sumamos los coeficientes.

$$3 + 2 = 5$$

Paso 3: conservamos la parte literal.

$$3x + 2x = 5x$$

Respuesta: $5x$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Decidí si

$$4m - 7 = 9$$

es una expresión o una ecuación.

Como hay signo igual, esto es una ecuación. Eso significa que la podés resolver.

La idea de equilibrio

Receta (pasos que siempre funcionan)

Para que una ecuación siga siendo verdadera, tenés que hacer el mismo movimiento legal en ambos lados.

Si sumás 4 a la izquierda, sumás 4 a la derecha. Si dividís la izquierda por 3, dividís la derecha por 3.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$x + 3 = 10$$

Paso 1: deshacemos el +3 restando 3.

Paso 2: restamos 3 en ambos lados.

$$x + 3 - 3 = 10 - 3$$

Paso 3: simplificamos.

$$x = 7$$

Chequeo:

$$7 + 3 = 10$$

La ecuación es verdadera, así que la solución es correcta.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$2p = 18$$

La variable está multiplicada por 2. Deshacemos eso dividiendo ambos lados por 2:

$$\frac{2p}{2} = \frac{18}{2}$$

$$p = 9$$

Chequeo:

$$2(9) = 18$$

Correcto.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

Este capítulo no es decorativo. Es estructural. Funciones, trigonometría, cálculo y estadística suponen que podés leer símbolos con calma y hacer movimientos algebraicos legales sin drama.

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- pensar que una variable es una cosa misteriosa en vez de un lugar para un número,
- mezclar simplificar una expresión con resolver una ecuación,
- cambiar un solo lado de la ecuación,
- combinar términos no semejantes, como $3x + 2$ y escribir $5x$.

Resumen: lo que te llevás

El álgebra no es un idioma secreto. Es aritmética con símbolos.
Si distinguís una expresión de una ecuación y entendés la idea de equilibrio, ya tenés el modelo mental que el resto del libro va a usar una y otra vez.

Problemas

- 1.1. Si $x = 4$, calculá $x + 3$.
- 1.2. Si $x = -2$, calculá $2x + 1$.
- 1.3. Simplificá: $5a + 3a$.
- 1.4. Simplificá: $7y - y$.
- 1.5. Decidí si $3x + 2$ es una expresión o una ecuación.
- 1.6. Decidí si $3x + 2 = 11$ es una expresión o una ecuación.
- 1.7. Resolvé: $m + 5 = 12$.
- 1.8. Resolvé: $p - 4 = 9$.
- 1.9. Si $a = 3$, calculá $4a - 7$.
- 1.10. Si $b = -5$, calculá $2b + 6$.
- 1.11. Simplificá: $9m - 2m + 4$.
- 1.12. Resolvé: $q - 8 = 6$.
- 1.13. Si $x = 6$, calculá $3x - 4$.
- 1.14. Si $t = -3$, calculá $t^2 + 2$.
- 1.15. Simplificá: $4p + p - 7$.
- 1.16. Simplificá: $9m - 4m + 2$.

1.17. Resolvé: $n - 7 = 5$.

1.18. Resolvé: $3k = 21$.

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Puedo explicar qué es una variable sin sonar místico.
- Sé la diferencia entre expresión y ecuación.
- Entiendo por qué los movimientos legales en una ecuación se hacen en ambos lados.
- Puedo resolver una ecuación de un paso y chequearla.

Capítulo 2

Números con signo sin confusión

Objetivo del capítulo

Al terminar este capítulo, vas a poder:

- sumar y restar números con signo sin adivinar,
- multiplicar y dividir signos correctamente,
- usar chequeos rápidos para detectar signos imposibles,
- dejar de arruinar cuentas buenas por un menos perdido.

Prerrequisitos (si esto te cuesta, volvé a la Unidad 0)

Si todavía te tambalean las sumas y multiplicaciones básicas con enteros, volvé primero a la Unidad 0.

Por qué esto importa

Idea clave

Una parte enorme del “álgebra mal hecha” en realidad es mal control de signos. La idea matemática puede estar bien, pero un signo menos mal puesto te destruye toda la solución.

Vida real: para qué sirve

Los números con signo modelan dirección y cambio.

- Una temperatura de -5° está por debajo de cero.
- Un saldo de -40 significa deuda.
- Una velocidad vertical puede ser positiva al subir y negativa al bajar.

Si los signos te parecen arbitrarios, los modelos reales también te van a parecer arbitrarios.

Mirarlo en la recta numérica

Idea clave

Positivo significa derecha. Negativo significa izquierda.

Sumar un número positivo te mueve a la derecha. Sumar un número negativo te mueve a la izquierda.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$7 + (-3)$$

Empezás en 7. Sumar -3 significa moverte 3 unidades a la izquierda. Llegás a 4.

Respuesta: 4.

Restar es sumar el opuesto

Receta (pasos que siempre funcionan)

Cuando veas una resta, podés reescribirla como suma del opuesto:

$$a - b = a + (-b)$$

Después simplificás.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$6 - 11$$

Reescribimos la resta como suma del opuesto:

$$6 - 11 = 6 + (-11)$$

Empezás en 6 y te movés 11 unidades a la izquierda:

$$-5$$

Respuesta: -5 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$-8 - (-3)$$

Restar un negativo equivale a sumar su opuesto:

$$-8 - (-3) = -8 + 3$$

Ahora te movés 3 unidades a la derecha desde -8 :

$$-5$$

Respuesta: -5 .

Multiplicación y división de signos**Idea clave**

Las reglas de signos son:

$$(+)(+) = +, \quad (-)(-) = +, \quad (+)(-) = -, \quad (-)(+) = -.$$

Signos iguales dan positivo. Signos distintos dan negativo.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$(-4)(7)$$

Signos distintos dan negativo. Multiplicamos los valores absolutos:

$$4 \cdot 7 = 28$$

Entonces:

$$(-4)(7) = -28$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$\frac{-18}{-3}$$

Negativo dividido negativo da positivo:

$$\frac{-18}{-3} = 6$$

Chequeos mentales rápidos**Idea clave**

Antes de seguir, te conviene preguntarte si el signo tiene sentido.

- $-5 + 2$ te debería seguir dando negativo porque la parte negativa es más grande.
- $(-100)(3)$ no puede dar positivo.
- $(-12)/(-4)$ no puede dar negativo.

Estos mini-chequeos agarran un montón de errores antes de que se propaguen.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

El control de signos importa en todo lo que viene después. La pendiente puede ser positiva o negativa, los valores trigonométricos cambian de signo según el cuadrante, las derivadas cambian de signo y en estadística las desviaciones pueden quedar por arriba o por abajo del promedio.

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- tratar la resta como si fuera una operación totalmente distinta de la suma,
- olvidarte de los paréntesis cuando restás un negativo,
- creer que menos por menos da menos,
- no hacer un chequeo mínimo de si el signo final tiene sentido.

Resumen: lo que te llevás

Dominar signos no tiene glamour, pero te salva en todo el libro. Si esta parte queda automática, más adelante vas a poder concentrarte en la idea nueva y no en pelearte con un menos perdido.

Problemas

2.1. Calculá: $8 + (-5)$.

- 2.2. Calculá: $-3 + 9$.
- 2.3. Calculá: $6 - 11$.
- 2.4. Calculá: $-7 - 4$.
- 2.5. Calculá: $-8 - (-3)$.
- 2.6. Calculá: $12 - (-5)$.
- 2.7. Calculá: $(-4)(7)$.
- 2.8. Calculá: $(-6)(-5)$.
- 2.9. Calculá: $(9)(-3)$.
- 2.10. Calculá: $\frac{-18}{-3}$.
- 2.11. Calculá: $\frac{20}{-5}$.
- 2.12. Calculá: $\frac{-24}{6}$.
- 2.13. Calculá: $-15 + 8$.
- 2.14. Calculá: $14 - 19$.
- 2.15. Calculá: $(-2)(11)$.
- 2.16. Calculá: $(-7)(-4)$.
- 2.17. Calculá: $\frac{-35}{-7}$.
- 2.18. Calculá: $\frac{42}{-6}$.

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Puedo sumar y restar signos sin improvisar.
- Sé que restar es sumar el opuesto.
- Multiplico y divido signos correctamente.
- Hago un chequeo mental rápido antes de dar por bueno un resultado.

Capítulo 3

Fracciones sin pánico

Objetivo del capítulo

Al terminar este capítulo, vas a poder:

- simplificar fracciones correctamente,
- sumar y restar fracciones con denominador común,
- multiplicar y dividir fracciones sin confundirte,
- usar números mixtos con calma,
- entender por qué dominar fracciones importa tanto en el álgebra que viene después.

Por qué esto importa

Idea clave

Las fracciones son el lugar donde mucha gente deja de confiar en sí misma. Y entonces cualquier capítulo posterior se siente peor de lo que realmente es. Pero, bien explicadas, las fracciones son mecánicas. No son magia.

Vida real: para qué sirve

Las fracciones están por todos lados: recetas, dosis, escalas, probabilidad, descuentos, tasas e intereses. En álgebra aparecen además dentro de ecuaciones, fórmulas, pendientes, derivadas y desvíos estándar.

Fracciones equivalentes

Idea clave

Este capítulo asume que ya viste la lógica completa en la Unidad 0. Acá va la versión corta: si multiplicás o dividís numerador y denominador por el mismo número no nulo, cambiás el aspecto de la fracción, no su valor. Por eso la simplificación funciona.

Prerrequisitos (si esto te cuesta, volvé a la Unidad 0)

Si la frase “el mismo número no nulo” todavía te suena muy abstracta, volvé a la Unidad 0 antes de apretar el acelerador. Las fracciones se vuelven manejables cuando ese movimiento deja de sentirse sospechoso.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Simplificá:

$$\frac{12}{18}$$

Paso 1: buscamos el máximo factor común de 12 y 18. Ese factor es 6.

Paso 2: dividimos numerador y denominador por 6.

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$$

Respuesta: $\frac{2}{3}$.

Suma y resta de fracciones

Receta (pasos que siempre funcionan)

Para sumar o restar fracciones:

1. encontrá un denominador común,
2. reescribí cada fracción con ese denominador,
3. combiná numeradores,
4. conservá el denominador,
5. simplificá si se puede.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$$

Paso 1: usamos 8 como denominador común. Ese es exactamente el movimiento que se explicó con detalle en la Unidad 0: el denominador 4 se puede convertir en 8 multiplicando por 2, mientras que la segunda fracción ya está escrita en octavos.

Paso 2: reescribimos $\frac{1}{4}$ como $\frac{2}{8}$.

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8}.$$

Paso 3: sumamos porque ahora ambas fracciones están en octavos.

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{2+3}{8} = \frac{5}{8}$$

Respuesta: $\frac{5}{8}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$$

Paso 1: buscamos un denominador común. Una elección cómoda es 6 porque el primer denominador ya es 6 y el 3 se puede convertir en 6 multiplicando por 2.

Paso 2: reescribimos la segunda fracción en sextos.

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$$

La primera queda igual:

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{6}$$

Paso 3: restamos numeradores.

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$$

Paso 4: simplificamos. Como 3 y 6 son divisibles por 3:

$$\frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$$

Respuesta: $\frac{1}{2}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$2\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

Paso 1: dejamos la parte entera separada un momento.

$$2\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 2 + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

Paso 2: sumamos las partes fraccionarias. Los denominadores ya coinciden, así que:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Paso 3: sumamos las partes enteras.

$$2 + 1 = 3$$

Respuesta: 3.

Multiplicación y división de fracciones

Idea clave

La lógica completa ya apareció en la Unidad 0. Acá el foco está en la fluidez, porque estas cuentas van a empezar a meterse dentro de ecuaciones, fórmulas y funciones.

Multiplicar es directo:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Dividir significa multiplicar por el recíproco:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{12}$$

Paso 1: multiplicamos numeradores y denominadores.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{12} = \frac{3 \cdot 10}{5 \cdot 12} = \frac{30}{60}$$

Paso 2: simplificamos. Tanto 30 como 60 son divisibles por 30:

$$\frac{30}{60} = \frac{30 \div 30}{60 \div 30} = \frac{1}{2}$$

Respuesta: $\frac{1}{2}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{4}$$

Paso 1: cambiamos la división por multiplicación del recíproco.

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$$

Paso 2: multiplicamos.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

Respuesta: $\frac{8}{15}$.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

Las fracciones vuelven en todo el resto del libro. Aparecen dentro de ecuaciones, desigualdades, pendientes, fórmulas, porcentajes y problemas de texto. Por eso te conviene que esta parte te quede cómoda ahora, y no recién cuando ya estés peleando contra otro tema al mismo tiempo.

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- sumar denominadores al sumar fracciones,
- elegir un denominador común sin justificar por qué sirve,
- simplificar sin mostrar por qué número dividiste arriba y abajo,
- olvidar que dividir por una fracción es multiplicar por el recíproco,
- mezclar parte entera y parte fraccionaria sin orden cuando aparece un número mixto.

Resumen: lo que te llevás

Las fracciones no se doman por intuición vaga. Se doman con dos o tres reglas claras y mucha prolijidad.

Si podés simplificar, llevar a denominador común y trabajar con recíprocos sin trabarte, te acabás de ahorrar un montón de dolores de cabeza para lo que sigue.

Problemas

3.1. Simplificá: $\frac{12}{18}$.

3.2. Simplificá: $\frac{15}{35}$.

3.3. Reescribí $\frac{1}{2}$ con denominador 10.

3.4. Reescribí $\frac{3}{4}$ con denominador 12.

3.5. Calculá: $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$.

3.6. Calculá: $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$.

3.7. Calculá: $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$.

3.8. Calculá: $\frac{11}{12} - \frac{1}{4}$.

3.9. Calculá: $1 - \frac{1}{4}$.

3.10. Calculá: $2\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$.

3.11. Calculá: $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{12}$.

3.12. Calculá: $\frac{2}{3} \div \frac{5}{4}$.

3.13. Calculá: $\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{14}$.

3.14. Calculá: $\frac{5}{8} \div \frac{15}{16}$.

3.15. Decidí si $\frac{3}{4}$ es menor que 1, igual a 1 o mayor que 1.

3.16. Decidí si $\frac{6}{6}$ es menor que 1, igual a 1 o mayor que 1.

3.17. Decidí si $\frac{9}{4}$ es menor que 1, igual a 1 o mayor que 1.

3.18. Explicá por qué $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$.

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Puedo simplificar una fracción mostrando el paso legal.
- Puedo encontrar un denominador común sin elegirlo al azar.
- Multiplico y divido fracciones sin mezclar reglas.
- Entiendo de dónde sale la parte entera en una fracción impropia.

Capítulo 4

Decimales, porcentajes y cómo pasar de una forma a otra

Objetivo del capítulo

Al terminar este capítulo, vas a poder:

- convertir entre decimales, fracciones y porcentajes,
- hallar un porcentaje de una cantidad sin adivinar,
- distinguir *porcentaje de una cantidad* de *porcentaje de cambio*,
- calcular aumentos y disminuciones porcentuales correctamente,
- leer el lenguaje cotidiano de porcentajes sin que se te vuelva niebla.

Por qué esto importa

Idea clave

El lenguaje de porcentajes está por todos lados: descuentos, impuestos, inflación, notas, concentraciones, crecimiento y tasas de error.

Si los porcentajes te quedan vagos, la información del mundo real también te queda vaga.

Vida real: para qué sirve

Una oferta dice “25 % de descuento.” Un comprobante dice “8 % de impuesto.” Una noticia dice “el alquiler subió un 12 %.” Un docente dice “sacaste 84 %.”

No son cuatro temas distintos. Es una sola idea con cuatro disfraces diferentes.

Decimal, fracción y porcentaje son el mismo número

Idea clave

La Unidad 0 dejó la idea base: **porcentaje significa de cada 100**. Este capítulo solo construye soltura arriba de esa base.

Por ejemplo,

$$0.18 = \frac{18}{100} = 18\%$$

No son tres valores distintos. Son tres maneras de escribir el mismo valor.

Receta (pasos que siempre funcionan)

Para pasar de una forma a otra:

1. decimal a porcentaje: multiplicá por 100,
2. porcentaje a decimal: dividí por 100,
3. porcentaje a fracción: escribilo sobre 100 y después simplificá,
4. fracción a decimal: dividí numerador por denominador.

“Mover la coma” es solo un nombre corto. El movimiento real que hay abajo es **multiplicar o dividir por 100**.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Convertí 0.45 a porcentaje.

Paso 1: recordamos qué significa 0.45. Significa cuarenta y cinco centésimos:

$$0.45 = \frac{45}{100}$$

Paso 2: escribimos ese mismo valor como porcentaje. Como porcentaje significa “de cada 100,”

$$\frac{45}{100} = 45\%$$

Mirada rápida: si multiplicás 0.45 por 100, te da 45, y después agregás el signo de porcentaje.

Respuesta: $0.45 = 45\%$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Convertí 18 % a decimal y a fracción.

Paso 1: usamos el significado de porcentaje.

$$18\% = \frac{18}{100}$$

Paso 2: escribimos la forma decimal. Dividir por 100 mueve la coma dos lugares a la izquierda:

$$\frac{18}{100} = 0.18$$

Paso 3: simplificamos la fracción. Tanto 18 como 100 son divisibles por 2:

$$\frac{18}{100} = \frac{18 \div 2}{100 \div 2} = \frac{9}{50}$$

Respuesta: $18\% = 0.18 = \frac{9}{50}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Convertí $\frac{3}{20}$ a decimal y a porcentaje.

Paso 1: convertimos la fracción a decimal dividiendo.

$$\frac{3}{20} = 3 \div 20 = 0.15$$

Paso 2: convertimos el decimal a porcentaje. Multiplicamos por 100:

$$0.15 \cdot 100 = 15$$

Entonces:

$$0.15 = 15\%$$

Respuesta: $\frac{3}{20} = 0.15 = 15\%$.

Nota de modelo

Un porcentaje puede ser mayor que 100 %. Por ejemplo,

$$250\% = 2.5$$

Eso significa *dos veces y media la cantidad original*. Así que no construyas la regla falsa de que los porcentajes siempre tienen que quedar entre 0 y 100.

Porcentaje de una cantidad

Idea clave

La frase “ $p\%$ de una cantidad” significa:

porcentaje como decimal o fracción \times cantidad

La palabra “de” es la señal para multiplicar.

Receta (pasos que siempre funcionan)

Para hallar $p\%$ de una cantidad:

1. convertí el porcentaje a decimal o fracción,
2. multiplicá por la cantidad,

3. reportá la respuesta en las mismas unidades que la cantidad.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Hallá el 12 % de 90.

Paso 1: convertimos el porcentaje.

$$12 \% = 0.12$$

Paso 2: multiplicamos porque “de” significa multiplicar.

$$0.12 \cdot 90 = 10.8$$

Respuesta: el 12 % de 90 es 10.8.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Hallá el 25 % de 64.

Paso 1: elegimos la forma más limpia. Como

$$25 \% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4},$$

es más cómodo escribir:

$$25 \% \text{ de } 64 = \frac{1}{4} \cdot 64$$

Paso 2: hacemos la cuenta. Tomar un cuarto de 64 significa dividir 64 por 4:

$$\frac{1}{4} \cdot 64 = 16$$

Respuesta: 16.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Hallá el 250 % de 40.

Paso 1: convertimos el porcentaje.

$$250 \% = 2.5$$

Paso 2: multiplicamos.

$$2.5 \cdot 40 = 100$$

Respuesta: 100.

Nota de modelo

No confundas estas dos cosas:

- el 20 % de 50 significa $0.20 \cdot 50 = 10$,
- 20 menos que 50 significa $50 - 20 = 30$.

Un porcentaje es una *tasa*. No es lo mismo que un número pelado.

Aumento porcentual y disminución porcentual

Idea clave

Estas son preguntas distintas:

- **Porcentaje de una cantidad:** ¿cuánto es el $p\%$ de algo?
- **Porcentaje de cambio:** ¿cuánto creció o disminuyó un valor *en relación con el valor original*?

En porcentaje de cambio, el valor original importa. Ese es justamente el punto.

Receta (pasos que siempre funcionan)

Para hallar el **valor nuevo** después de un aumento o una disminución:

1. identifiqué el valor original,
2. identifiqué la tasa como decimal,
3. si hay aumento, multiplicá por $1 + r$,
4. si hay disminución, multiplicá por $1 - r$.

Para hallar el **porcentaje de cambio en sí**:

$$\text{porcentaje de cambio} = \frac{\text{cambio}}{\text{valor original}}$$

Después convertís ese decimal a porcentaje.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Una mochila cuesta \$80 y tiene un descuento del 15 %. Hallá el precio de oferta.

Paso 1: un descuento es una disminución. Entonces nos queda:

$$100\% - 15\% = 85\%$$

Como decimal, eso es

$$85\% = 0.85$$

Paso 2: multiplicamos el precio original por el decimal que queda.

$$0.85 \cdot 80 = 68$$

Respuesta: el precio de oferta es \$68.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Un cuaderno cuesta \$25 y el impuesto es del 6 %. Hallá el costo total.

Paso 1: el impuesto es un aumento, así que mantenemos el 100 % original y le sumamos 6 %.

$$100 \% + 6 \% = 106 \% = 1.06$$

Paso 2: multiplicamos por el precio original.

$$1.06 \cdot 25 = 26.50$$

Respuesta: el costo total es \$26.50.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Una nota sube de 70 a 84. Hallá el porcentaje de aumento.

Paso 1: calculamos el cambio bruto.

$$84 - 70 = 14$$

Paso 2: comparamos ese cambio con el valor *original*, que es 70.

$$\frac{14}{70} = 0.2$$

Paso 3: convertimos el decimal a porcentaje.

$$0.2 = 20 \%$$

Respuesta: la nota aumentó un 20 %.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Una población baja de 500 a 440. Hallá el porcentaje de disminución.

Paso 1: calculamos el cambio bruto.

$$500 - 440 = 60$$

Paso 2: comparamos ese cambio con el valor original 500.

$$\frac{60}{500} = 0.12$$

Paso 3: convertimos a porcentaje.

$$0.12 = 12 \%$$

Respuesta: la población disminuyó un 12 %.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

La batería de un teléfono está en 40 % y después llega a 50 %. ¿Eso es un aumento del 10 %? No. El nivel de batería cambió en *10 puntos porcentuales*, pero el porcentaje de aumento compara ese cambio con el nivel original.

Paso 1: hallamos el cambio bruto.

$$50 - 40 = 10$$

Paso 2: dividimos por el nivel original.

$$\frac{10}{40} = 0.25$$

Paso 3: convertimos a porcentaje.

$$0.25 = 25 \%$$

Respuesta: es un aumento del 25 %, no del 10 %.

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- confundir 20 % con 20,
- mover la coma para el lado incorrecto,
- olvidarte de que “de” significa multiplicar,
- tratar porcentaje de cambio como si fuera solo una resta,
- dividir por el valor nuevo en lugar de por el valor original.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

El lenguaje de porcentajes vuelve después por dos caminos grandes.

- En estadística, los porcentajes se conectan con frecuencia relativa, tasas de error e interpretación de datos.
- En funciones y en cálculo, el porcentaje de cambio se vuelve una puerta de entrada temprana a las tasas de cambio.

Si este capítulo te queda firme, muchas interpretaciones posteriores se vuelven mucho más fáciles.

Resumen: lo que te llevás

Tres preguntas que se parecen en la superficie en realidad son distintas:

- **Convertir.** Ejemplo: pasar 0.32 a porcentaje.
- **Hallar un porcentaje de una cantidad.** Ejemplo: el 12 % de 90.
- **Hallar porcentaje de cambio.** Ejemplo: de 70 a 84.

Si sabés cuál de las tres preguntas estás contestando, la cuenta se vuelve mucho más tranquila.

Problemas

- 4.1. Convertí 0.08 a porcentaje.
- 4.2. Convertí 62 % a decimal.
- 4.3. Convertí $\frac{3}{5}$ a decimal y a porcentaje.
- 4.4. Convertí 125 % a decimal.
- 4.5. Convertí 0.375 a fracción y a porcentaje.
- 4.6. Hallá el 15 % de 80.
- 4.7. Hallá el 8 % de 250.
- 4.8. Hallá el 25 % de 96.
- 4.9. Hallá el 150 % de 40.
- 4.10. Hallá el 12.5 % de 64.
- 4.11. Una remera de \$40 tiene un descuento del 30 %. Hallá el precio de oferta.
- 4.12. Un artículo de \$120 tiene un impuesto del 8 %. Hallá el costo total.
- 4.13. Un valor de 50 aumenta un 10 %. Hallá el valor nuevo.
- 4.14. Un valor de 200 disminuye un 8 %. Hallá el valor nuevo.
- 4.15. Una nota sube de 60 a 72. Hallá el porcentaje de aumento.
- 4.16. Un precio sube de \$50 a \$65. Hallá el porcentaje de aumento.
- 4.17. Una nota baja de 90 a 72. Hallá el porcentaje de disminución.
- 4.18. Una población baja de 800 a 680. Hallá el porcentaje de disminución.
- 4.19. Una receta usa el 20 % de una bolsa de azúcar de 500 gramos. ¿Cuántos gramos son?
- 4.20. Un saldo bancario de \$400 crece un 5 %. ¿Cuál es el saldo nuevo?
- 4.21. Un plan de teléfono cuesta \$50 y recibe un descuento del 12 %. ¿Cuál es el precio con descuento?
- 4.22. Convertí $\frac{7}{8}$ a decimal y a porcentaje.
- 4.23. Convertí 2.4 a porcentaje.
- 4.24. El nivel de batería pasa de 25 % a 40 %. Hallá el porcentaje de aumento.

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Puedo moverme entre fracción, decimal y porcentaje.
- Sé que “de” significa multiplicar.
- Puedo distinguir porcentaje de una cantidad de porcentaje de cambio.
- Sé que, para hallar aumento o disminución porcentual, tenés que dividir por el valor original.

Capítulo 5

Expresiones y propiedad distributiva

Objetivo del capítulo

Al terminar este capítulo, vas a poder:

- identificar términos, coeficientes y constantes,
- combinar términos semejantes correctamente,
- distribuir sobre paréntesis sin perder signos,
- simplificar expresiones algebraicas con un método repetible.

Por qué esto importa

Idea clave

Las expresiones son la materia prima del álgebra. Antes de resolver ecuaciones o graficar funciones, tenés que ser capaz de limpiar lo que aparece en la página.

Una gran parte de la matemática que después parece “más avanzada” no es otra cosa que control de expresiones más una idea nueva.

Vida real: para qué sirve

Un plan de celular puede costar “carga fijo + precio por GB”. Un taxi puede modelarse como “bajada de bandera + precio por kilómetro”. Un sueldo simple puede ser “tarifa por hora por cantidad de horas”.

Todo eso son expresiones. Simplificarlas es lo que vuelve usables a las fórmulas.

Términos, coeficientes y constantes

Idea clave

En

$$4x - 7 + 3x + 2$$

- los términos son $4x$, -7 , $3x$ y 2 ,
- los coeficientes son 4 y 3 ,
- las constantes son -7 y 2 .

Los términos semejantes se pueden combinar. Los no semejantes, no.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Simplificá:

$$4x - 7 + 3x + 2$$

Paso 1: agrupamos mentalmente términos semejantes. Los términos con x van juntos y las constantes van juntas.

Paso 2: combinamos los términos con x .

$$4x + 3x = 7x$$

Paso 3: combinamos las constantes.

$$-7 + 2 = -5$$

Paso 4: escribimos la expresión simplificada.

$$4x - 7 + 3x + 2 = 7x - 5$$

La propiedad distributiva

Receta (pasos que siempre funcionan)

Para distribuir un número sobre un paréntesis, lo multiplicás por **cada** término que haya adentro:

$$a(b + c) = ab + ac$$

La misma idea sirve si adentro hay una resta:

$$a(b - c) = ab - ac$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Desarrollá y simplificá:

$$3(x + 4)$$

Distribuimos el 3 sobre cada término del paréntesis:

$$\begin{aligned} 3(x + 4) &= 3 \cdot x + 3 \cdot 4 \\ &= 3x + 12 \end{aligned}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Desarrollá y simplificá:

$$-2(3x - 5)$$

Paso 1: distribuimos -2 a ambos términos.

$$-2(3x - 5) = (-2)(3x) + (-2)(-5)$$

Paso 2: multiplicamos cada parte.

$$(-2)(3x) = -6x, \quad (-2)(-5) = 10$$

Entonces el resultado es

$$-6x + 10$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Desarrollá y simplificá:

$$2(3x + 1) - 4$$

Paso 1: distribuimos el 2.

$$2(3x + 1) - 4 = 6x + 2 - 4$$

Paso 2: combinamos constantes.

$$2 - 4 = -2$$

Entonces la expresión simplificada es

$$6x - 2$$

Nota de modelo

Un hábito buenísimo es marcar o agrupar mentalmente los términos semejantes antes de combinarlos. Te hace frenar cinco segundos y te ahorra un montón de errores evitables.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

La distributiva aparece por todos lados más adelante: factorización, fórmulas de pendiente, simplificaciones trigonométricas, reglas de derivación y fórmulas de estadística dependen de que esta parte te salga limpia.

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- combinar términos que no son semejantes,
- distribuir al primer término y olvidarte del segundo,
- perder un signo negativo al distribuir,
- simplificar en un orden caótico en vez de agrupar primero.

Resumen: lo que te llevás

Simplificar expresiones es una mezcla de prolijidad y método. Si agrupás bien, distribuís bien y recién después combinás, la mayoría de las cuentas dejan de ser confusas.

Problemas

- 5.1. Simplificá: $4x - 7 + 3x + 2$.
- 5.2. Simplificá: $5a + 2a - 9 + 4$.
- 5.3. Simplificá: $9m - 4m + 2$.
- 5.4. Desarrollá y simplificá: $3(x + 4)$.
- 5.5. Desarrollá y simplificá: $-2(3x - 5)$.
- 5.6. Desarrollá y simplificá: $2(3x + 1) - 4$.
- 5.7. Desarrollá y simplificá: $5(y - 2)$.
- 5.8. Desarrollá y simplificá: $-3(2t + 7)$.
- 5.9. Simplificá: $6p - 2 + p + 9$.
- 5.10. Simplificá: $8k - k - 3 + 10$.
- 5.11. Desarrollá y simplificá: $4(2x - 3) + 5$.
- 5.12. Desarrollá y simplificá: $-5(a - 1) + 2$.
- 5.13. Simplificá: $7q + q - 4$.
- 5.14. Simplificá: $10r - 3r + 6 - 8$.
- 5.15. Desarrollá y simplificá: $2(5m - 4) - 3$.
- 5.16. Desarrollá y simplificá: $-2(x + 6) + 1$.
- 5.17. Decidí cuáles son los términos semejantes en $3x + 5 - 2x + 7$.
- 5.18. Explicá con palabras qué significa distribuir.

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Puedo identificar términos semejantes.
- Sé combinar coeficientes sin tocar las variables indebidamente.
- Distribuyo sin olvidarme de ningún término ni de ningún signo.
- Simplifico con un orden claro.

Capítulo 6

Ecuaciones de uno y dos pasos

Objetivo del capítulo

Al terminar este capítulo, vas a poder:

- resolver ecuaciones de un paso,
- resolver ecuaciones de dos pasos en el orden correcto,
- chequear si una solución propuesta es correcta,
- entender las ecuaciones como problemas de equilibrio, no de adivinanza.

Por qué esto importa

Idea clave

Resolver una ecuación significa encontrar el valor de la variable que hace verdadera la afirmación. El objetivo no es “pasar cosas de un lado al otro” como si fuera magia. El objetivo es aislar la variable sin romper la igualdad.

Vida real: para qué sirve

Las ecuaciones responden preguntas reales:

- “¿A qué cantidad se igualan ingreso y costo?”
- “¿Cuántas horas hacen falta para llegar a una meta?”
- “¿Qué nota necesito en el final?”

Ecuaciones de un paso

Receta (pasos que siempre funcionan)

Deshacé la operación que está pegada a la variable. Hacé lo mismo en ambos lados.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$x + 7 = 15$$

Restamos 7 en ambos lados:

$$x + 7 - 7 = 15 - 7$$

$$x = 8$$

Chequeo:

$$8 + 7 = 15$$

Correcto.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$3x = 21$$

Dividimos ambos lados por 3:

$$\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$$

$$x = 7$$

Chequeo: $3(7) = 21$.

Ecuaciones de dos pasos

Idea clave

Si la variable forma parte de un proceso de dos pasos, deshacés esos pasos en orden inverso. Es la versión algebraica de sacarte la campera antes que la remera.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$2x + 5 = 19$$

Paso 1: primero deshacemos el $+5$.

$$2x + 5 - 5 = 19 - 5$$

$$2x = 14$$

Paso 2: dividimos por 2.

$$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$$
$$x = 7$$

Chequeo:

$$2(7) + 5 = 14 + 5 = 19$$

Correcto.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$\frac{x}{4} - 3 = 2$$

Paso 1: sumamos 3 en ambos lados.

$$\frac{x}{4} - 3 + 3 = 2 + 3$$

$$\frac{x}{4} = 5$$

Paso 2: multiplicamos ambos lados por 4.

$$4 \cdot \frac{x}{4} = 4 \cdot 5$$

$$x = 20$$

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- hacer operaciones distintas en cada lado,
- dividir antes de sacar una constante que estorba,
- olvidarte de chequear la respuesta,
- tratar el signo igual como un lugar para reiniciar la cuenta en vez de como equilibrio.

Resumen: lo que te llevás

Resolver ecuaciones es, sobre todo, mantener la calma y deshacer operaciones en orden inverso. Si conservás la idea de equilibrio y chequeás al final, las ecuaciones de uno y dos pasos se vuelven rutinarias.

Problemas

6.1. Resolvé: $x + 9 = 14$.

6.2. Resolvé: $y - 6 = 11$.

6.3. Resolvé: $4m = 28$.

6.4. Resolvé: $\frac{p}{5} = 3$.

6.5. Resolvé: $2x + 7 = 23$.

6.6. Resolvé: $3a - 4 = 11$.

6.7. Resolvé: $\frac{t}{3} + 2 = 6$.

6.8. Resolvé: $5 - 2k = 17$.

6.9. Resolvé: $x - 11 = -4$.

6.10. Resolvé: $-5y = 35$.

6.11. Resolvé: $4m - 9 = 19$.

6.12. Resolvé: $\frac{z}{7} - 2 = 3$.

6.13. Resolvé: $\frac{x}{4} = 5$.

6.14. Resolvé: $3y - 2 = 16$.

6.15. Resolvé: $2m + 9 = 23$.

6.16. Resolvé: $\frac{n}{3} + 4 = 9$.

6.17. Resolvé: $5 - p = 11$.

6.18. Resolvé: $-2x = 14$.

6.19. Resolvé: $7k + 5 = 40$.

6.20. Resolvé: $\frac{a}{5} - 3 = 1$.

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Puedo aislar la variable usando operaciones inversas.
- Puedo deshacer un proceso de dos pasos en orden inverso.
- Sé chequear una solución.

Capítulo 7

Ecuaciones multietapa que suelen dejar a la gente congelada

Objetivo del capítulo

Al terminar este capítulo, vas a poder:

- resolver ecuaciones con paréntesis,
- resolver ecuaciones con variables en ambos lados,
- limpiar fracciones de forma segura,
- reconocer casos sin solución y con infinitas soluciones,
- mantener el orden cuando te toca encadenar varios movimientos algebraicos.

Por qué esto importa

Idea clave

Las ecuaciones multietapa no son una matemática nueva. Son varios movimientos conocidos puestos uno atrás del otro.

El pánico suele venir de querer hacer todo al mismo tiempo.

Vida real: para qué sirve

Cuando una fórmula de precios tiene costo de arranque, tarifa, descuento e impuesto, la ecuación naturalmente tiene varios pasos. Cuando una fórmula científica tiene fracciones y varias variables, la ecuación naturalmente tiene varios pasos.

Entonces este capítulo no es “álgebra extra.” Es el punto donde el álgebra empieza a parecerse a fórmulas reales.

Receta (pasos que siempre funcionan)

Un orden confiable es este:

1. simplificá cada lado primero,
2. distribuí si hace falta,
3. combiná términos semejantes en cada lado,
4. mové los términos con variable a un lado,
5. mové las constantes al otro lado,
6. dividí o multiplicá para aislar la variable,
7. chequeá.

Caso 1: primero los paréntesis**Idea clave**

Si hay paréntesis, el primer peligro es hacer como si no existieran. Por lo general tenés que distribuir antes de que la ecuación se vuelva fácil de leer.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$3(x + 2) = 18$$

Paso 1: distribuimos.

$$3x + 6 = 18$$

Paso 2: restamos 6 en ambos lados.

$$3x = 12$$

Paso 3: dividimos por 3.

$$x = 4$$

Chequeo:

$$3(4 + 2) = 3(6) = 18$$

Correcto.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$5 - 2(x + 1) = -9$$

Paso 1: distribuimos el -2 con cuidado.

$$5 - 2x - 2 = -9$$

Paso 2: combinamos términos semejantes a la izquierda.

$$3 - 2x = -9$$

Paso 3: restamos 3 en ambos lados.

$$-2x = -12$$

Paso 4: dividimos por -2 .

$$x = 6$$

Chequeo:

$$5 - 2(6 + 1) = 5 - 14 = -9$$

Correcto.

Nota de modelo

La línea

$$-2(x + 1) = -2x - 2$$

es exactamente donde mucha gente pierde el problema. El signo negativo tiene que pegarle a *cada término* que está adentro del paréntesis.

Caso 2: variables en ambos lados**Idea clave**

Cuando aparecen variables en ambos lados, la meta sigue siendo la misma: juntar todos los términos con variable de un lado y todas las constantes del otro.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$5x - 7 = 2x + 8$$

Paso 1: restamos $2x$ en ambos lados.

$$5x - 2x - 7 = 2x - 2x + 8$$

$$3x - 7 = 8$$

Paso 2: sumamos 7 en ambos lados.

$$3x = 15$$

Paso 3: dividimos por 3.

$$x = 5$$

Chequeo:

$$5(5) - 7 = 25 - 7 = 18, \quad 2(5) + 8 = 10 + 8 = 18$$

Los dos lados coinciden.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$2(x - 3) + 4 = x + 9$$

Paso 1: distribuimos.

$$2x - 6 + 4 = x + 9$$

Paso 2: combinamos términos semejantes a la izquierda.

$$2x - 2 = x + 9$$

Paso 3: restamos x en ambos lados.

$$x - 2 = 9$$

Paso 4: sumamos 2.

$$x = 11$$

Chequeo:

$$2(11 - 3) + 4 = 2(8) + 4 = 20, \quad 11 + 9 = 20$$

Correcto.

Caso 3: fracciones dentro de ecuaciones

Idea clave

Las fracciones no están prohibidas. Solo son incómodas.

Si las fracciones hacen que la ecuación se lea mal, multiplicá cada término por el mínimo común denominador.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$$

Paso 1: elegimos un mínimo común denominador. Los denominadores son 2 y 3. El menor número positivo divisible por ambos es 6, así que el mínimo común denominador es 6.

Paso 2: multiplicamos todos los términos por 6.

$$6 \cdot \frac{x}{2} + 6 \cdot \frac{x}{3} = 6 \cdot 5$$

Paso 3: simplificamos cada término. Como $6 \div 2 = 3$ y $6 \div 3 = 2$, queda:

$$3x + 2x = 30$$

Paso 4: combinamos términos semejantes.

$$5x = 30$$

Paso 5: dividimos por 5.

$$x = 6$$

Chequeo:

$$\frac{6}{2} + \frac{6}{3} = 3 + 2 = 5$$

Correcto.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$\frac{2x - 1}{3} = 5$$

Paso 1: multiplicamos ambos lados por 3 para limpiar el denominador.

$$3 \cdot \frac{2x - 1}{3} = 3 \cdot 5$$

Paso 2: simplificamos.

$$2x - 1 = 15$$

Paso 3: sumamos 1.

$$2x = 16$$

Paso 4: dividimos por 2.

$$x = 8$$

Chequeo:

$$\frac{2(8) - 1}{3} = \frac{16 - 1}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

Correcto.

Nota de modelo

Cuando limpiás fracciones, multiplicá *todos* los términos por el mínimo común denominador, no solo el primero que te salta a la vista.

Caso 4: resultados especiales

Idea clave

A veces el álgebra colapsa en una afirmación falsa o en una afirmación siempre verdadera. Eso no es un error. Eso **es** la respuesta.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$2x + 5 = 2x - 1$$

Paso 1: restamos $2x$ en ambos lados.

$$5 = -1$$

Eso es falso.

Respuesta: la ecuación tiene **ninguna solución**.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$4(x + 1) = 4x + 4$$

Paso 1: distribuimos a la izquierda.

$$4x + 4 = 4x + 4$$

Paso 2: restamos $4x$ en ambos lados.

$$4 = 4$$

Eso es siempre verdadero.

Respuesta: la ecuación tiene **infinitas soluciones**.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

Este capítulo protege el resto de la serie más de lo que parece.

Funciones usa ecuaciones multietapa al buscar intersecciones y al comparar expresiones. Trigonometría esconde álgebra adentro de identidades y ecuaciones. Cálculo te pide simplificar todo el tiempo antes de que pueda pasar la idea real. Las fórmulas de estadística también exigen exactamente este tipo de control simbólico tranquilo.

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- saltearte la distributiva,
- “pasar términos” sin hacer una operación legal en ambos lados,
- multiplicar solo algunos términos al limpiar fracciones,
- olvidarte de chequear,
- forzar una única respuesta numérica cuando la ecuación en realidad no tiene solución o tiene infinitas soluciones.

Resumen: lo que te llevás

Cuando la ecuación se ve cargada, no aceleres. Bajá un cambio.

Tu trabajo no es ser ingenioso. Tu trabajo es mantener visible la secuencia:

- simplificar,
- aislar,
- resolver,
- chequear.

Problemas

- 7.1.** Resolvé: $3(x + 2) = 18$.
- 7.2.** Resolvé: $4(2y - 1) = 20$.
- 7.3.** Resolvé: $5 - 2(x + 1) = -9$.
- 7.4.** Resolvé: $2(x - 3) + 4 = 10$.
- 7.5.** Resolvé: $5x - 7 = 2x + 8$.
- 7.6.** Resolvé: $6a + 3 = 2a + 15$.
- 7.7.** Resolvé: $3x + 4 = 2x + 11$.
- 7.8.** Resolvé: $4(x - 1) + 3 = 2x + 9$.
- 7.9.** Resolvé: $2(x + 3) - 4 = x + 9$.
- 7.10.** Resolvé: $3 - (2x - 5) = 12$.
- 7.11.** Resolvé: $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$.
- 7.12.** Resolvé: $\frac{x}{3} + 5 = 9$.
- 7.13.** Resolvé: $\frac{2x-1}{3} = 5$.
- 7.14.** Resolvé: $\frac{x+4}{2} = 7$.
- 7.15.** Resolvé: $2x + 5 = 2x - 1$.
- 7.16.** Resolvé: $4(x + 1) = 4x + 4$.
- 7.17.** Resolvé: $3(x - 2) = 3x + 5$.
- 7.18.** Resolvé: $7 - 2(y + 3) = 1$.
- 7.19.** Resolvé: $5(x - 2) = 3x + 6$.
- 7.20.** Resolvé: $\frac{3x+6}{3} = 8$.
- 7.21.** Resolvé: $2(3m - 1) + 5 = 15$.
- 7.22.** Resolvé: $4 - 3(2x - 1) = -11$.
- 7.23.** Decidí si $4a + 7 = 4a - 2$ tiene una solución, ninguna solución o infinitas soluciones.
- 7.24.** Decidí si $3(b - 2) = 3b - 6$ tiene una solución, ninguna solución o infinitas soluciones.

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Puedo distribuir antes de resolver cuando aparecen paréntesis.
- Puedo juntar variables de un lado y constantes del otro.
- Puedo limpiar fracciones multiplicando todos los términos por el mínimo común denominador.
- Puedo reconocer casos sin solución e infinitas soluciones.

Capítulo 8

Desigualdades sin errores de signo

Objetivo del capítulo

Al terminar este capítulo, vas a poder:

- resolver desigualdades lineales,
- saber exactamente cuándo y por qué se invierte el signo de desigualdad,
- leer notación de intervalo y entender su sentido en la recta,
- resolver desigualdades compuestas simples.

Por qué esto importa

Idea clave

Las ecuaciones piden igualdad exacta. Las desigualdades describen toda una región de valores. Por eso sirven para presupuestos, límites, rangos de seguridad, notas mínimas y requisitos de ingreso.

Vida real: para qué sirve

“Al menos 60 % en el final.” “No más de 20 gramos de azúcar.” “Temperatura por debajo de cero.” “Ingreso mayor que el requisito de alquiler.”
Todo eso son desigualdades, no ecuaciones.

Resolver desigualdades como ecuaciones — hasta que aparece un negativo

Receta (pasos que siempre funcionan)

Resolvé una desigualdad lineal casi igual que una ecuación:

1. hacé el mismo movimiento legal en ambos lados,
2. simplificá con cuidado,
3. si multiplicás o dividís por un número **negativo**, invertí el signo de desigualdad,
4. leé la respuesta como una región de valores, no solo como una hilera de símbolos.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$x + 4 > 9$$

Paso 1: restamos 4 en ambos lados.

$$x + 4 - 4 > 9 - 4$$

Paso 2: simplificamos.

$$x > 5$$

Significado: sirve cualquier número mayor que 5.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$3x - 5 \geq 7$$

Paso 1: sumamos 5 en ambos lados.

$$3x - 5 + 5 \geq 7 + 5$$

$$3x \geq 12$$

Paso 2: dividimos ambos lados por 3.

$$\frac{3x}{3} \geq \frac{12}{3}$$

$$x \geq 4$$

Significado: 4 sirve, y también cualquier número mayor que 4.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$-3x \leq 12$$

Paso 1: dividimos ambos lados por -3 . Normalmente dividir conserva el equilibrio, pero acá el divisor es negativo, así que el signo de desigualdad tiene que darse vuelta.

$$\frac{-3x}{-3} \geq \frac{12}{-3}$$

Paso 2: simplificamos.

$$x \geq -4$$

Significado: sirve cualquier número mayor o igual que -4 .

Por qué el signo se invierte**Idea clave**

En la recta numérica, multiplicar por un número negativo refleja los valores respecto del cero. Esa reflexión invierte el orden.

Por ejemplo, como

$$2 < 5,$$

si multiplicás por -1 obtenés

$$-2 > -5.$$

Por eso el signo tiene que invertirse.

Nota de modelo

Esto no es una regla para memorizar a ciegas. Es una consecuencia de cómo la multiplicación por un número negativo cambia la dirección en la recta numérica. Una vez que lo ves, la inversión deja de sentirse caprichosa.

Desigualdades compuestas**Idea clave**

Una desigualdad compuesta te da dos condiciones al mismo tiempo. Por ejemplo,

$$1 < x \leq 5$$

significa:

- x es mayor que 1, y
- x es como mucho 5.

Las dos partes tienen que ser verdaderas al mismo tiempo.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$2 < x + 1 \leq 6$$

Paso 1: restamos 1 en las tres partes.

$$2 - 1 < x + 1 - 1 \leq 6 - 1$$

Paso 2: simplificamos.

$$1 < x \leq 5$$

Significado: x es mayor que 1 y como mucho 5.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Resolvé:

$$-4 \leq 2y - 2 < 8$$

Paso 1: sumamos 2 en las tres partes.

$$-4 + 2 \leq 2y - 2 + 2 < 8 + 2$$

$$-2 \leq 2y < 10$$

Paso 2: dividimos las tres partes por 2. Como 2 es positivo, el sentido de las desigualdades no cambia.

$$-1 \leq y < 5$$

Respuesta: $-1 \leq y < 5$.

Notación de intervalo**Idea clave**

La notación de intervalo es simplemente una forma compacta de escribir un conjunto de números.

- Un paréntesis significa que el extremo **no está incluido**.
- Un corchete significa que el extremo **sí está incluido**.

Por ejemplo:

$$x > 3 \quad \text{se escribe como} \quad (3, \infty)$$

$$x \geq 3 \quad \text{se escribe como} \quad [3, \infty)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Escribí la solución

$$x \geq -2$$

en notación de intervalo.

Como -2 está incluido, usamos corchete en -2 . Los valores siguen para siempre hacia la derecha, así que usamos infinito:

$$[-2, \infty)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Escribí la solución

$$x < 4$$

en notación de intervalo.

Como 4 no está incluido, usamos paréntesis en 4 . Los valores siguen para siempre hacia la izquierda, así que queda:

$$(-\infty, 4)$$

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- olvidarte de invertir el signo al dividir por un negativo,
- invertir el signo al dividir por un positivo,
- resolver de manera inconsistente la parte izquierda y la derecha de una desigualdad compuesta,
- olvidarte de qué significa la respuesta en la recta numérica,
- usar corchete cuando el extremo no está incluido.

Resumen: lo que te llevás

La respuesta de una desigualdad casi nunca es un solo número. Suele ser todo un conjunto de números.

Entonces, después de resolver, preguntate siempre:

- ¿La dirección del signo tiene sentido?
- ¿El extremo está incluido o no?
- ¿Puedo describir la respuesta como una región en la recta numérica?

Problemas

8.1. Resolvé: $x + 4 > 9$.

8.2. Resolvé: $y - 3 \leq 7$.

8.3. Resolvé: $2x < 10$.

8.4. Resolvé: $-3x \leq 12$.

8.5. Resolvé: $5 - 2k \geq 1$.

8.6. Resolvé: $2 < x + 1 \leq 6$.

8.7. Escribí en notación de intervalo la solución de $x \geq -2$.

8.8. Escribí en notación de intervalo la solución de $x < 4$.

8.9. Resolvé: $x + 4 > 11$.

8.10. Resolvé: $3x - 5 \leq 7$.

8.11. Resolvé: $-2x < 10$.

8.12. Resolvé: $5 - 3x \geq -7$.

8.13. Resolvé: $-3 \leq x + 2 < 9$.

8.14. Resolvé: $-4 \leq 2y - 2 < 8$.

8.15. Resolvé: $7 - 2m > 1$.

8.16. Resolvé: $\frac{x}{3} - 4 \geq -1$.

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Resuelvo desigualdades como ecuaciones hasta que aparece un multiplicador o divisor negativo.
- Sé exactamente cuándo tenés que invertir el signo.
- Puedo leer la respuesta como una región, no solo como una cadena de símbolos.

Capítulo 9

Potencias y raíces que de verdad tienen sentido

Objetivo del capítulo

Al terminar este capítulo, vas a poder:

- interpretar potencias como multiplicación repetida,
- usar correctamente las reglas principales de exponentes,
- entender exponentes cero y exponentes negativos,
- simplificar raíces cuadradas y radicales básicos sin reglas falsas.

Por qué esto importa

Idea clave

Las potencias comprimen multiplicación repetida. Las raíces deshacen potencias. Estas dos ideas aparecen todo el tiempo en funciones, trigonometría, cálculo y estadística.

Vida real: para qué sirve

La notación científica, el crecimiento compuesto, las fórmulas de área y volumen, el desvío estándar y muchísimas fórmulas de física usan potencias y raíces. Si los exponentes se sienten misteriosos, una parte enorme de la matemática que viene después también se siente misteriosa sin necesidad.

Lo básico de los exponentes

Idea clave

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

El exponente te dice cuántas veces aparece la base como factor.

En 2^4 , la base es 2 y el exponente es 4.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$2^5$$

Eso significa multiplicar cinco copias de 2:

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

Ahora multiplicamos con calma:

$$2 \cdot 2 = 4, \quad 4 \cdot 2 = 8, \quad 8 \cdot 2 = 16, \quad 16 \cdot 2 = 32$$

Entonces:

$$2^5 = 32$$

Reglas de exponentes

Receta (pasos que siempre funcionan)

Para la misma base:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Estas reglas no son magia. Salen de expandir multiplicaciones.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Simplificá:

$$x^3 \cdot x^4$$

Paso 1: expandimos el significado.

$$x^3 = x \cdot x \cdot x, \quad x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x$$

Paso 2: multiplicamos todos los factores juntos.

$$x^3 \cdot x^4 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$$

Paso 3: contamos cuántas copias de x hay. Hay 7, así que:

$$x^3 \cdot x^4 = x^7$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Simplificá:

$$\frac{y^5}{y^2}$$

Paso 1: expandimos las potencias.

$$\frac{y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y}{y \cdot y}$$

Paso 2: cancelamos factores comunes. Hay dos factores y en el numerador y en el denominador, así que se cancelan. Queda:

$$y \cdot y \cdot y$$

Entonces:

$$\frac{y^5}{y^2} = y^3$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Simplificá:

$$(a^2)^3$$

Eso significa tres copias de a^2 multiplicadas entre sí:

$$(a^2)^3 = (a^2)(a^2)(a^2)$$

Ahora usamos la regla del producto para la misma base:

$$a^{2+2+2} = a^6$$

Entonces:

$$(a^2)^3 = a^6$$

Exponentes cero**Idea clave**

Un exponente cero significa:

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

No es una regla caprichosa. Es el valor que hace que la regla del cociente siga siendo coherente.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Explicá por qué $x^0 = 1$ usando la regla del cociente.

Empezamos con:

$$\frac{x^3}{x^3}$$

Como numerador y denominador son la misma cantidad no nula, el valor es:

$$\frac{x^3}{x^3} = 1$$

Ahora usamos la regla de exponentes para división:

$$\frac{x^3}{x^3} = x^{3-3} = x^0$$

Entonces ambas expresiones tienen que valer lo mismo:

$$x^0 = 1$$

Exponentes negativos**Idea clave**

Un exponente negativo **no** significa que el valor sea negativo. Significa recíproco:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Por ejemplo,

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Reescribí sin exponentes negativos:

$$m^{-2}$$

Usamos la regla del recíproco:

$$m^{-2} = \frac{1}{m^2}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Reescribí sin exponentes negativos:

$$\frac{1}{p^{-3}}$$

Paso 1: reescribimos el exponente negativo del denominador. Como

$$p^{-3} = \frac{1}{p^3},$$

la expresión pasa a ser:

$$\frac{1}{\frac{1}{p^3}}$$

Paso 2: dividir por una fracción significa multiplicar por su recíproco.

$$\frac{1}{\frac{1}{p^3}} = p^3$$

Entonces la forma simplificada es:

$$p^3$$

Nota de modelo

Mantené separadas estas tres ideas:

- $-a^2$ significa el negativo de a^2 ,
- $(-a)^2$ significa el cuadrado del número negativo completo,
- a^{-2} significa recíproco, no valor negativo.

Cuando se mezclan esas tres cosas, el capítulo empieza a sentirse maldito. Cuando las separás, todo se vuelve bastante más tranquilo.

Raíces y radicales

Idea clave

Una raíz cuadrada pregunta:

¿Qué número no negativo, al cuadrado, da este valor?

Entonces:

$$\sqrt{25} = 5$$

porque $5^2 = 25$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Calculá:

$$\sqrt{49}$$

Hacemos la pregunta de la raíz: ¿qué número al cuadrado da 49? Como

$$7^2 = 49,$$

obtenemos:

$$\sqrt{49} = 7$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Simplificá:

$$\sqrt{72}$$

Paso 1: buscamos un factor cuadrado perfecto de 72. Una opción cómoda es 36 porque

$$36 \cdot 2 = 72$$

Entonces:

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2}$$

Paso 2: separamos la raíz.

$$\sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36} \sqrt{2}$$

Paso 3: simplificamos la parte cuadrada perfecta. Como

$$\sqrt{36} = 6,$$

queda:

$$\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Simplificá:

$$\sqrt{27}$$

Paso 1: buscamos un factor cuadrado perfecto de 27. Una opción cómoda es 9 porque

$$9 \cdot 3 = 27$$

Entonces:

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3}$$

Paso 2: separamos la raíz.

$$\sqrt{9 \cdot 3} = \sqrt{9} \sqrt{3}$$

Paso 3: simplificamos la parte cuadrada perfecta.

$$\sqrt{9} = 3$$

Entonces:

$$\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- sumar exponentes cuando las bases son distintas,
- pensar que $a^{-2} = -a^2$,
- creer que $(a + b)^2 = a^2 + b^2$,
- olvidarte de que una raíz pregunta qué potencia devuelve el número original,
- intentar simplificar un radical sin buscar primero un factor cuadrado perfecto.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

Las potencias y las raíces vuelven una y otra vez más adelante.

- Funciones usa potencias y raíces dentro de fórmulas y gráficos.
- Trigonometría usa reglas de exponentes cuando simplifica identidades.
- Cálculo usa potencias prácticamente en todas partes.
- Estadística usa cuadrados y raíces cuadradas en varianza y desvío estándar.

Si las reglas de este capítulo te quedan firmes, las fórmulas de después se sienten mucho menos hostiles.

Resumen: lo que te llevás

Las potencias comprimen multiplicación repetida, y las raíces deshacen potencias. La mayoría de los problemas con exponentes vienen de reglas falsas inventadas bajo presión. Si volvéis al significado y probás ejemplos simples cuando dudás, este capítulo se vuelve mucho más seguro.

Problemas

9.1. Simplificá: 2^5 .

9.2. Simplificá: $x^3 \cdot x^4$.

9.3. Simplificá: $\frac{y^5}{y^2}$.

9.4. Simplificá: $(a^2)^3$.

9.5. Reescribí sin exponentes negativos: m^{-2} .

9.6. Reescribí sin exponentes negativos: $\frac{1}{p^{-3}}$.

9.7. Simplificá: $\sqrt{49}$.

9.8. Simplificá: $\sqrt{72}$.

9.9. Simplificá: $x^2 \cdot x^5$.

- 9.10. Simplificá: $\frac{y^7}{y^3}$.
- 9.11. Reescribí a^{-3} con exponente positivo.
- 9.12. Simplificá: $(2a^3)(3a^2)$.
- 9.13. Reescribí con exponentes positivos: x^{-2} .
- 9.14. Simplificá: $(3b^2)^2$.
- 9.15. Simplificá: $\frac{c^5}{c^5}$.
- 9.16. Simplificá: $(m^3n^2)(m^2n)$.
- 9.17. Simplificá: $\frac{3^2 \cdot 3^4}{3^3}$.
- 9.18. Simplificá: $\sqrt{27}$.
- 9.19. Simplificá: $\sqrt{50}$.
- 9.20. Reescribí sin exponentes negativos: 4^{-1} .

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Entiendo un exponente como multiplicación repetida.
- Puedo usar las reglas principales de exponentes sin inventar reglas falsas.
- Sé que un exponente negativo significa recíproco, no respuesta negativa.
- Puedo simplificar una raíz cuadrada sacando un factor cuadrado perfecto.

Capítulo 10

Factorización básica

Objetivo del capítulo

Al terminar este capítulo, vas a poder:

- sacar factor común máximo,
- factorizar trinomios simples,
- reconocer una diferencia de cuadrados,
- decidir cuándo una expresión *no* factoriza prolijamente sobre los enteros,
- usar la expansión para chequear si una factorización quedó bien.

Por qué esto importa

Idea clave

Factorizar es hacer el camino inverso de la distributiva.

Como la distributiva aparece por todos lados, la factorización también. Cuando una expresión parece trabada, factorizar muchas veces revela la estructura que estaba escondida adentro.

Vida real: para qué sirve

Factorizar ayuda a simplificar fórmulas, resolver ecuaciones, encontrar dónde un gráfico corta un eje y reducir expresiones antes de meterlas en una calculadora o en una hoja de cálculo. Más adelante, cálculo usa factorización para simplificar límites y cocientes diferenciales.

Receta (pasos que siempre funcionan)

Un orden de decisión tranquilo es este:

1. buscá primero si hay factor común máximo,
2. si la expresión tiene dos términos, revisá si hay diferencia de cuadrados,
3. si tiene tres términos del tipo $x^2 + bx + c$, probá el patrón de trinomio,

4. expandí tu respuesta para chequear.

Paso 1: factor común máximo primero

Idea clave

Si todos los términos comparten un factor, sacalo primero.
Este es el movimiento de factorización que más se olvida.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Factorizá:

$$6x + 9$$

El factor común máximo es 3.

Dividimos cada término por 3:

$$6x \div 3 = 2x, \quad 9 \div 3 = 3$$

Entonces:

$$6x + 9 = 3(2x + 3)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Factorizá:

$$12a^2b + 18ab$$

Los coeficientes 12 y 18 comparten un factor 6. Los dos términos además contienen ab . Entonces el factor común máximo es:

$$6ab$$

Ahora dividimos cada término por $6ab$:

$$12a^2b \div 6ab = 2a, \quad 18ab \div 6ab = 3$$

Entonces:

$$12a^2b + 18ab = 6ab(2a + 3)$$

Paso 2: trinomios simples**Idea clave**

Para factorizar

$$x^2 + bx + c,$$

buscá dos enteros que:

- multipliquen para dar c ,
- sumen para dar b .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Factorizá:

$$x^2 + 7x + 10$$

Necesitamos dos números que multipliquen para dar 10 y sumen 7. Esos números son 5 y 2.

Entonces:

$$x^2 + 7x + 10 = (x + 5)(x + 2)$$

Chequeo:

$$(x + 5)(x + 2) = x^2 + 2x + 5x + 10 = x^2 + 7x + 10$$

Correcto.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Factorizá:

$$x^2 - 9x + 20$$

Necesitamos dos números que multipliquen para dar 20 y sumen -9 .

Esos números son -5 y -4 .

Entonces:

$$x^2 - 9x + 20 = (x - 5)(x - 4)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Factorizá:

$$3x^2 + 12x$$

No arranques con el patrón de trinomio. Arrancá con factor común máximo:

$$3x^2 + 12x = 3x(x + 4)$$

Esa es la factorización correcta.

Paso 3: diferencia de cuadrados**Idea clave**

El patrón

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

aparece muchísimas veces.

Mirale bien los signos:

- hay dos términos,
- hay un signo menos entre ellos,
- los dos términos son cuadrados perfectos.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Factorizá:

$$x^2 - 16$$

Reconocemos que:

$$16 = 4^2$$

Entonces:

$$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Factorizá:

$$4x^2 - 25$$

Los dos términos son cuadrados perfectos:

$$4x^2 = (2x)^2, \quad 25 = 5^2$$

Entonces:

$$4x^2 - 25 = (2x - 5)(2x + 5)$$

Cuando no factoriza prolijo**Idea clave**

No toda cuadrática factoriza prolijamente sobre los enteros.
Eso no es fracasar. Es información.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

¿Se puede factorizar

$$x^2 + 2x + 2$$

usando enteros?

Necesitamos dos enteros que multipliquen para dar 2 y sumen 2.

Probamos los pares enteros posibles:

$$1 \cdot 2 = 2, \quad 1 + 2 = 3$$

$$(-1)(-2) = 2, \quad -1 + (-2) = -3$$

Ningún par suma 2.

Entonces este trinomio **no** factoriza prolijamente sobre los enteros.

Nota de modelo

Un error muy común es forzar un patrón porque el problema *se parece* a una cuadrática. Si el chequeo no cierra, dejá de forzarlo.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

La factorización es uno de los puentes más fuertes de toda la serie.

En *Funciones matemáticas para gente normal*, factorizar ayuda a revelar ceros, interceptos y estructura. En *Cálculo para gente normal*, factorizar muchas veces convierte una expresión enredada en una que realmente se puede simplificar y entender.

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- olvidarte de sacar factor común máximo primero,
- elegir números que multiplican bien pero no suman bien,
- forzar el patrón de diferencia de cuadrados cuando los signos no coinciden,
- confundir factorizar con expandir,
- no chequear multiplicando de nuevo los factores.

Resumen: lo que te llevás

Cuando estés en duda, usá siempre el mismo orden de decisión:

1. factor común primero,
2. después revisión de patrones,
3. y al final expansión para verificar.

Ese hábito es mucho más fuerte que tratar de depender solo de la memoria.

Problemas

- 10.1. Factorizá: $6x + 9$.
- 10.2. Factorizá: $8y - 12$.
- 10.3. Factorizá: $12a^2b + 18ab$.
- 10.4. Factorizá: $14m^2 - 21m$.
- 10.5. Factorizá: $x^2 + 5x + 6$.
- 10.6. Factorizá: $x^2 + 7x + 10$.
- 10.7. Factorizá: $x^2 - 8x + 15$.
- 10.8. Factorizá: $x^2 - 9x + 20$.
- 10.9. Factorizá: $x^2 + 9x + 20$.
- 10.10. Factorizá: $x^2 - 5x - 24$.
- 10.11. Factorizá: $y^2 + 2y - 15$.
- 10.12. Factorizá: $x^2 - 16$.
- 10.13. Factorizá: $x^2 - 25$.
- 10.14. Factorizá: $4x^2 - 25$.
- 10.15. Factorizá: $a^2 - 16$.

10.16. Factorizá: $9m^2 - 1$.

10.17. Factorizá: $3x^2 + 12x$.

10.18. Factorizá: $2x^2 + 10x$.

10.19. Expandí para chequear: $(x + 2)(x + 3)$.

10.20. Expandí para chequear: $(x - 4)(x + 4)$.

10.21. Decidí si $x^2 + 2x + 2$ factoriza prolijamente sobre los enteros.

10.22. Decidí si $x^2 + x - 6$ factoriza prolijamente sobre los enteros, y si sí, factorizalo.

10.23. Factorizá: $5x^2 - 45$.

10.24. Factorizá: $2x^2 + 8x + 6$.

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Busco factor común máximo primero.
- Puedo factorizar trinomios simples de la forma $x^2 + bx + c$.
- Reconozco una diferencia de cuadrados.
- Sé que algunas expresiones no factorizarán prolijamente sobre los enteros.
- Puedo expandir mi respuesta para chequearla.

Capítulo 11

Coordenadas, pendiente y rectas

Objetivo del capítulo

Al terminar este capítulo, vas a poder:

- leer puntos en el plano cartesiano,
- calcular la pendiente a partir de dos puntos,
- interpretar la pendiente como tasa de cambio,
- identificar la pendiente y la ordenada al origen en la ecuación de una recta,
- construir la ecuación de una recta cuando conocés una pendiente y un punto.

Por qué esto importa

Idea clave

Este capítulo es la puerta que conecta álgebra con funciones. Una recta es uno de los primeros modelos matemáticos completos que vas a aprender a leer, calcular y graficar.

Vida real: para qué sirve

La pendiente aparece en rampas, caminos, escaleras, modelos de precio por unidad, gráficos de velocidad y líneas de tendencia. Cada vez que una cantidad cambia en respuesta a otra, la pendiente anda cerca.

Pares ordenados y plano cartesiano

Idea clave

Un par ordenado (x, y) te da una posición horizontal y una posición vertical. El primer número es la coordenada en x . El segundo número es la coordenada en y . El orden importa. Entonces $(3, -2)$ y $(-2, 3)$ son puntos distintos.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

¿Qué significa el punto $(3, -2)$?

Paso 1: arrancamos en el origen. El origen es $(0, 0)$.

Paso 2: nos movemos 3 unidades a la derecha porque la coordenada x es 3.

Paso 3: nos movemos 2 unidades hacia abajo porque la coordenada y es -2 .
Esa ubicación es $(3, -2)$.

Pendiente como tasa de cambio**Idea clave**

La pendiente significa

$$\text{pendiente} = \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x}$$

A esto también se lo puede pensar como **cambio vertical sobre cambio horizontal**. El cambio vertical va arriba. El cambio horizontal va abajo.

Si la pendiente es positiva, la recta sube al moverte hacia la derecha. Si la pendiente es negativa, la recta baja al moverte hacia la derecha. Si la pendiente es 0, la recta es horizontal.

Receta (pasos que siempre funcionan)

Dados dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , la pendiente es

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

siempre que $x_2 - x_1 \neq 0$.

Elegí un orden de resta y mantenelo igual en numerador y denominador. Si cambiás solo uno de los dos, cambiás la respuesta.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Hallá la pendiente que pasa por $(1, 2)$ y $(5, 10)$.

Paso 1: etiquetamos las coordenadas.

$$x_1 = 1, \quad y_1 = 2, \quad x_2 = 5, \quad y_2 = 10$$

Paso 2: reemplazamos en la fórmula.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10 - 2}{5 - 1}$$

Paso 3: simplificamos numerador y denominador.

$$10 - 2 = 8, \quad 5 - 1 = 4$$

Entonces:

$$m = \frac{8}{4} = 2$$

Respuesta: la pendiente es 2.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Hallá la pendiente que pasa por $(2, 5)$ y $(6, 1)$.

Paso 1: reemplazamos en la fórmula.

$$m = \frac{1 - 5}{6 - 2}$$

Paso 2: simplificamos arriba y abajo.

$$1 - 5 = -4, \quad 6 - 2 = 4$$

Entonces:

$$m = \frac{-4}{4} = -1$$

Respuesta: la pendiente es -1 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Hallá la pendiente que pasa por $(-1, 4)$ y $(3, 4)$.

Paso 1: usamos la fórmula.

$$m = \frac{4 - 4}{3 - (-1)}$$

Paso 2: simplificamos con cuidado.

$$4 - 4 = 0, \quad 3 - (-1) = 3 + 1 = 4$$

Entonces:

$$m = \frac{0}{4} = 0$$

Respuesta: la recta es horizontal, así que su pendiente es 0 .

Pendiente indefinida y rectas verticales

Idea clave

Una recta vertical tiene pendiente indefinida porque su cambio en x es 0 . Eso haría que la fórmula de la pendiente divida por 0 , y dividir por 0 no está permitido.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

¿Qué pasa con la pendiente que pasa por $(7, -2)$ y $(7, 5)$?

Usamos la fórmula:

$$m = \frac{5 - (-2)}{7 - 7}$$

Simplificamos el numerador:

$$5 - (-2) = 7$$

Simplificamos el denominador:

$$7 - 7 = 0$$

Entonces la pendiente sería:

$$\frac{7}{0}$$

Eso es indefinido porque dividir por 0 no está permitido.

Respuesta: la recta es vertical, así que su pendiente es indefinida.

Ecuación de una recta

Idea clave

Una forma muy común es

$$y = mx + b$$

donde m es la pendiente y b es la ordenada al origen.

La ordenada al origen es el valor de y cuando $x = 0$. Entonces es el punto donde la recta corta al eje y .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

En la recta

$$y = 3x - 4,$$

identificá la pendiente y la ordenada al origen.

Comparamos la ecuación con

$$y = mx + b.$$

Acá,

$$m = 3, \quad b = -4.$$

Respuesta: la pendiente es 3 y la ordenada al origen es -4 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

En la recta

$$y = -2x + 7,$$

identificá la pendiente y la ordenada al origen.

Comparamos con

$$y = mx + b.$$

Entonces:

$$m = -2, \quad b = 7.$$

Respuesta: la pendiente es -2 y la ordenada al origen es 7.

Nota de modelo

Un error de principiante muy común es pensar “la recta pasa por (m, b) .” Eso no es lo que dice $y = mx + b$. Dice:

- m controla qué tan inclinada es la recta,

- b dice dónde la recta corta el eje y .

Construir una recta cuando conocés la pendiente y un punto

Idea clave

Si conocés la pendiente y un punto, igual podés usar

$$y = mx + b.$$

La pendiente ya la sabés. El punto te permite despejar b .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Escribí la ecuación de la recta con pendiente 2 y ordenada al origen -3 .

Usamos la forma

$$y = mx + b$$

Reemplazamos $m = 2$ y $b = -3$:

$$y = 2x - 3$$

Respuesta: $y = 2x - 3$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Escribí la ecuación de la recta que pasa por $(1, 4)$ y tiene pendiente -2 , en la forma $y = mx + b$.

Paso 1: arrancamos con la forma pendiente-ordenada.

$$y = mx + b$$

Paso 2: reemplazamos la pendiente conocida $m = -2$.

$$y = -2x + b$$

Paso 3: usamos el punto $(1, 4)$. Eso significa que cuando $x = 1$, el valor de y es 4. Entonces reemplazamos $x = 1$ e $y = 4$:

$$4 = -2(1) + b$$

Paso 4: simplificamos.

$$4 = -2 + b$$

Paso 5: despejamos b . Sumamos 2 en ambos lados:

$$6 = b$$

Entonces:

$$b = 6$$

Paso 6: metemos ese valor en la ecuación de la recta.

$$y = -2x + 6$$

Respuesta: la ecuación es

$$y = -2x + 6.$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

¿El punto $(2, 5)$ pertenece a la recta $y = 3x - 1$?

Paso 1: reemplazamos $x = 2$ en la recta.

$$y = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$$

Paso 2: comparamos el resultado con el valor de y del punto. El punto dice $y = 5$, y la recta también da $y = 5$.

Respuesta: sí, el punto $(2, 5)$ pertenece a la recta.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

En el siguiente libro las preguntas sobre gráficos, transformaciones y comportamiento se vuelven más profundas. Este capítulo hace que ese salto sea mucho más suave porque las rectas son la primera familia completa de funciones que normalmente vas a aprender a leer con confianza.

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- cambiar el orden de la resta en el numerador pero no en el denominador,
- confundir un punto con una pendiente,
- olvidarte de que las rectas horizontales tienen pendiente 0,
- dividir por cero cuando la recta es vertical,
- intentar escribir una recta a partir de un punto y una pendiente sin encontrar antes b .

Resumen: lo que te llevás

Una recta conecta tres miradas al mismo tiempo:

- un dibujo en el plano cartesiano,
- una tasa de cambio a través de la pendiente,
- una ecuación como $y = mx + b$.

Si esas tres miradas te quedan conectadas, llegás muy bien parado a *Funciones matemáticas para gente normal*.

Problemas

11.1. Explicá qué significa el punto $(3, -2)$.

11.2. Hallá la pendiente que pasa por $(1, 2)$ y $(5, 10)$.

11.3. Hallá la pendiente que pasa por $(2, 5)$ y $(6, 1)$.

11.4. Hallá la pendiente que pasa por $(-1, 4)$ y $(3, 4)$.

- 11.5.** En $y = 3x - 4$, identificá m y b .
- 11.6.** En $y = -2x + 7$, identificá m y b .
- 11.7.** Decidí si una recta con pendiente 0 sube, baja o se mantiene plana.
- 11.8.** Explicá por qué una recta vertical no tiene pendiente.
- 11.9.** Hallá la pendiente que pasa por $(-2, 4)$ y $(3, -6)$.
- 11.10.** Escribí la ecuación de la recta con pendiente 2 y ordenada al origen -3 .
- 11.11.** Escribí la ecuación de la recta que pasa por $(1, 4)$ y tiene pendiente -2 .
- 11.12.** Decidí si el punto $(2, 5)$ pertenece a la recta $y = 3x - 1$.
- 11.13.** Hallá la pendiente que pasa por $(2, 5)$ y $(6, 13)$.
- 11.14.** Hallá la pendiente que pasa por $(-4, -1)$ y $(2, 2)$.
- 11.15.** Hallá la pendiente que pasa por $(7, -2)$ y $(7, 5)$.
- 11.16.** Escribí la ecuación de la recta con pendiente 3 y ordenada al origen -2 en la forma $y = mx + b$.
- 11.17.** Escribí la ecuación de la recta con pendiente -1 que pasa por $(1, 2)$ en la forma $y = mx + b$.
- 11.18.** Para la recta $y = 2x - 5$, hallá y cuando $x = 4$.
- 11.19.** Para la recta $y = 2x - 5$, hallá x cuando $y = 9$.
- 11.20.** ¿El punto $(3, 1)$ pertenece a la recta $y = 2x - 5$?

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Puedo leer un par ordenado.
- Entiendo la pendiente como cambio en y sobre cambio en x .
- Puedo identificar pendiente y ordenada al origen en $y = mx + b$.
- Puedo construir la ecuación de una recta cuando conozco una pendiente y un punto.

Capítulo 12

Fórmulas y despeje de variables

Objetivo del capítulo

Al terminar este capítulo, vas a poder:

- reemplazar valores en fórmulas correctamente,
- despejar una fórmula respecto de la variable que te pidan,
- manejar paréntesis y fracciones con cuidado mientras despejás,
- evitar errores comunes con denominadores,
- ver por qué manejar fórmulas importa en ciencias, finanzas y estadística.

Por qué esto importa

Idea clave

Una fórmula es una ecuación que empaqueta una relación.

En clase de álgebra, las fórmulas son práctica. Fuera de clase, las fórmulas son la manera en que hablan la ciencia, la geometría, las finanzas y la estadística.

Vida real: para qué sirve

Las fórmulas te dan área a partir de largo y ancho, distancia a partir de velocidad y tiempo, conversión de temperatura, interés a partir de capital, tasa y tiempo, y muchísimas cantidades estadísticas a partir de datos. Si no podés leer y despejar fórmulas, las materias que siguen se sienten más difíciles de lo necesario.

Modo 1: reemplazar valores en una fórmula

Idea clave

Reemplazar significa cambiar cada variable por su valor conocido y después simplificar con cuidado.

Suena simple, pero los paréntesis importan, sobre todo con números negativos o expresiones de varias partes.

Receta (pasos que siempre funcionan)

Para usar una fórmula:

1. escribí la fórmula con claridad,
2. reemplazá cada variable por el valor que te dieron,
3. usá paréntesis para números negativos o valores compuestos,
4. simplificá con cuidado,
5. reportá la respuesta con el significado o las unidades correctas.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Usá

$$A = lw$$

para hallar el área cuando $l = 8$ y $w = 3$.

Paso 1: reemplazamos los valores.

$$A = (8)(3)$$

Paso 2: multiplicamos.

$$A = 24$$

Respuesta: el área es 24 unidades cuadradas.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Usá

$$d = rt$$

para hallar la distancia cuando $r = 60$ y $t = 2.5$.

Paso 1: reemplazamos.

$$d = (60)(2.5)$$

Paso 2: multiplicamos.

$$d = 150$$

Respuesta: la distancia es 150.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Usá

$$y = mx + b$$

con $m = 2$, $x = 5$ y $b = -3$.

Paso 1: reemplazamos con cuidado.

$$y = (2)(5) + (-3)$$

Paso 2: multiplicamos primero.

$$(2)(5) = 10$$

Entonces la expresión queda:

$$y = 10 + (-3)$$

Paso 3: sumamos los números con signo.

$$y = 7$$

Respuesta: $y = 7$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Usá

$$P = 2l + 2w$$

para hallar el perímetro cuando $l = 7$ y $w = 4$.

Paso 1: reemplazamos.

$$P = 2(7) + 2(4)$$

Paso 2: calculamos cada producto.

$$2(7) = 14, \quad 2(4) = 8$$

Entonces la expresión queda:

$$P = 14 + 8$$

Paso 3: sumamos.

$$P = 22$$

Respuesta: $P = 22$.

Nota de modelo

Si un valor es negativo, protégelo con paréntesis.

Por ejemplo, si $x = -3$, entonces

$$x^2 = (-3)^2 = 9$$

pero

$$-3^2 = -9$$

porque el exponente afecta al 3 antes que al signo menos.

Modo 2: despejar una fórmula respecto de una variable**Idea clave**

Cuando despejás una fórmula respecto de una variable, tratás la fórmula como cualquier otra ecuación.

El trabajo no tiene misterio: lograr que la variable pedida quede sola, deshaciendo las operaciones que tiene pegadas.

Receta (pasos que siempre funcionan)

Para despejar una fórmula respecto de la variable que te piden:

1. identificá qué variable querés dejar sola,
2. deshacé primero sumas y restas,
3. deshacé después multiplicaciones y divisiones,
4. si quedan potencias, usá la operación inversa correspondiente,

5. chequeá si la forma final tiene sentido estructural.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Despejá b en

$$y = mx + b$$

Paso 1: identificamos qué está pegado a b . El término mx está sumándose con b .

Paso 2: restamos mx en ambos lados.

$$y - mx = mx + b - mx$$

Paso 3: simplificamos el lado derecho.

$$y - mx = b$$

Entonces:

$$b = y - mx$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Despejá t en

$$d = rt$$

Paso 1: la variable t está multiplicada por r . Deshacemos eso dividiendo ambos lados por r .

$$\frac{d}{r} = \frac{rt}{r}$$

Paso 2: simplificamos el lado derecho.

$$\frac{d}{r} = t$$

Entonces:

$$t = \frac{d}{r}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Despejá w en

$$P = 2l + 2w$$

Paso 1: restamos $2l$ en ambos lados.

$$P - 2l = 2l + 2w - 2l$$

$$P - 2l = 2w$$

Paso 2: dividimos ambos lados por 2.

$$\frac{P - 2l}{2} = \frac{2w}{2}$$

$$\frac{P - 2l}{2} = w$$

Entonces:

$$w = \frac{P - 2l}{2}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Despejá C en

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

Paso 1: restamos 32 en ambos lados.

$$F - 32 = \frac{9}{5}C$$

Paso 2: pensamos qué deshace la multiplicación por $\frac{9}{5}$. La inversa es multiplicar por su recíproco $\frac{5}{9}$.

Paso 3: multiplicamos ambos lados por $\frac{5}{9}$.

$$\frac{5}{9}(F - 32) = \frac{5}{9} \cdot \frac{9}{5}C$$

Paso 4: simplificamos el lado derecho. Como

$$\frac{5}{9} \cdot \frac{9}{5} = 1,$$

queda:

$$\frac{5}{9}(F - 32) = C$$

Entonces:

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Despejá r en

$$A = \pi r^2$$

Paso 1: dividimos ambos lados por π .

$$\frac{A}{\pi} = r^2$$

Paso 2: deshacemos el cuadrado tomando raíz cuadrada.

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

En geometría normalmente te vas a quedar con la raíz positiva porque un radio es una longitud.

Fórmulas cargadas de fracciones**Idea clave**

Las fórmulas con fracciones generan errores cuando intentás “mover pedazos” en vez de hacer operaciones legales en ambos lados.

No rompas el denominador. Tratá la fracción completa como un solo objeto.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Despejá x en

$$\frac{x - a}{b} = c$$

Paso 1: identificamos la operación más externa. El numerador $x - a$ está dividido por b .

Paso 2: deshacemos esa división multiplicando ambos lados por b .

$$b \cdot \frac{x - a}{b} = bc$$

Paso 3: simplificamos el lado izquierdo.

$$x - a = bc$$

Paso 4: sumamos a en ambos lados.

$$x = bc + a$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Despejá b en

$$A = \frac{1}{2}bh$$

Paso 1: multiplicamos ambos lados por 2.

$$2A = bh$$

Paso 2: dividimos ambos lados por h .

$$\frac{2A}{h} = b$$

Entonces:

$$b = \frac{2A}{h}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Despejá x en

$$z = \frac{x - y}{3}$$

Paso 1: multiplicamos ambos lados por 3.

$$3z = x - y$$

Paso 2: sumamos y en ambos lados.

$$3z + y = x$$

Entonces:

$$x = 3z + y$$

Nota de modelo

Un error muy común es este:

$$\frac{x - a}{b} = c \implies x - a = \frac{c}{b}$$

Eso está mal.

Para limpiar un denominador, tenés que multiplicar por él. No volver a dividir por él.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

Manejar fórmulas importa en todos los libros que vienen.

- Funciones usa fórmulas para definir relaciones y transformar expresiones.
- Cálculo usa fórmulas todo el tiempo al simplificar, reemplazar y despejar una cantidad en función de otra.

- Estadística usa fórmulas constantemente, y muchas veces lo que traba no es la estadística en sí sino el álgebra débil que está adentro de la fórmula.

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- reemplazar sin usar paréntesis,
- despejar la variable equivocada,
- olvidarte del paso de la raíz cuadrada,
- romper un denominador de manera ilegal,
- olvidarte de que el contexto puede importar (por ejemplo, un radio no te puede dar negativo).

Resumen: lo que te llevás

Las fórmulas no son una especie distinta de álgebra. Son ecuaciones con nombre y trabajo. Si podés reemplazar con cuidado y dejar sola la variable pedida paso a paso, ya tenés la habilidad principal que las fórmulas exigen.

Problemas

12.1. Usá $A = lw$ con $l = 8$ y $w = 3$.

12.2. Usá $d = rt$ con $r = 60$ y $t = 2.5$.

12.3. Usá $y = mx + b$ con $m = 2$, $x = 5$ y $b = -3$.

12.4. Despejá b en $y = mx + b$.

12.5. Despejá t en $d = rt$.

12.6. Despejá w en $P = 2l + 2w$.

12.7. Despejá C en $F = \frac{9}{5}C + 32$.

12.8. Despejá r en $A = \pi r^2$.

12.9. Despejá x en $\frac{x-a}{b} = c$.

12.10. Despejá b en $A = \frac{1}{2}bh$.

12.11. Despejá x en $z = \frac{x-y}{3}$.

12.12. Usá $P = 2l + 2w$ con $l = 7$ y $w = 4$.

12.13. Usá $I = Prt$ con $P = 500$, $r = 0.08$ y $t = 2$.

12.14. Despejá P en $I = Prt$.

12.15. Despejá h en $A = \frac{1}{2}bh$.

12.16. Despejá x en $y = ax + b$.

12.17. Despeja r en $C = 2\pi r$.

12.18. Usá $C = 2\pi r$ con $r = 3$.

12.19. Usá $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ con $u = 4$, $a = 2$ y $t = 3$.

12.20. Despeja a en $s = ut + \frac{1}{2}at^2$.

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Puedo reemplazar valores sin perder signos ni paréntesis.
- Puedo dejar sola la variable pedida en una fórmula.
- Puedo tratar las fracciones como objetos completos en vez de romperlas de manera ilegal.

Capítulo 13

Problemas de texto sin adivinar

Objetivo del capítulo

Al terminar este capítulo, vas a poder:

- traducir un problema verbal a lenguaje algebraico,
- elegir una variable de forma sensata,
- construir una ecuación a partir de la situación,
- resolver e interpretar la respuesta en contexto,
- reconocer familias comunes de problemas de texto en vez de vivir cada ejercicio como una sorpresa.

Por qué esto importa

Idea clave

Los problemas de texto se sienten difíciles porque mezclan lenguaje y álgebra. El truco no es “ser vivo.” El truco es traducir con calma, una pieza a la vez.

Vida real: para qué sirve

Fuera de un aula de matemática, los problemas no llegan ya traducidos a símbolos. Llegan como precios, distancias, notas, promedios, dimensiones y restricciones. Los problemas de texto son el punto donde el álgebra deja de ser decorativa y se vuelve útil.

Receta (pasos que siempre funcionan)

Para la mayoría de los problemas básicos de texto:

1. decidí cuál es la incógnita,
2. elegí una variable para representarla,
3. traduci las relaciones a una ecuación,

4. resolvé la ecuación,
5. respondé con palabras, no solo con símbolos,
6. hacé un chequeo de sensatez.

Nota de modelo

Una buena traducción es **fiel**, no sofisticada. No estás intentando impresionar a la hoja. Estás intentando escribir exactamente lo que dice la historia, ni más ni menos.

Familia 1: traducir frases sobre números

Idea clave

Muchos problemas de texto son, en el fondo, traducción de frases.
Hay palabras pista que ayudan:

- suma \rightarrow sumar,
- diferencia \rightarrow restar,
- el doble / el triple \rightarrow multiplicar,
- es \rightarrow igual a.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

La suma de un número y 8 es 23. Hallá el número.

Sea x el número.

“La suma de un número y 8” se traduce como

$$x + 8$$

“es 23” significa igual a 23. Entonces la ecuación es

$$x + 8 = 23$$

Restamos 8:

$$x = 15$$

¿Por qué esta ecuación? Porque las palabras “suma” y “es” nos dijeron que armemos una igualdad con una suma que dé 23.

Respuesta: el número es 15.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

El doble de un número menos 5 es 17. Hallá el número.

Sea x el número.

“El doble de un número” es

$$2x$$

“menos 5” da

$$2x - 5$$

“es 17” nos da la ecuación

$$2x - 5 = 17$$

Sumamos 5:

$$2x = 22$$

Dividimos por 2:

$$x = 11$$

¿Por qué esta ecuación? Las palabras pista fueron “doble”, “menos” y “es.”

Respuesta: el número es 11.

Familia 2: modelos de costo y tasa**Idea clave**

Los problemas de costo muchas veces tienen esta forma:

$$\text{total} = \text{parte fija} + \text{tasa} \times \text{cantidad}$$

Es el mismo patrón algebraico una y otra vez.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Un gimnasio cobra una inscripción única de \$20 y después \$15 por mes. Si el costo total es \$95, ¿cuántos meses son?

Sea m la cantidad de meses.

Costo fijo + costo mensual nos da:

$$20 + 15m = 95$$

Restamos 20:

$$15m = 75$$

Dividimos por 15:

$$m = 5$$

¿Por qué esta ecuación? La frase “inscripción única” dio el término constante, y “por mes” dio el coeficiente de la variable.

Respuesta: 5 meses.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Un taxi cobra una tarifa base de \$4 más \$3 por milla. Si la cuenta total fue de \$25, ¿cuántas millas se recorrieron?

Sea m la cantidad de millas.

Tarifa base + costo por milla nos da:

$$4 + 3m = 25$$

Restamos 4:

$$3m = 21$$

Dividimos por 3:

$$m = 7$$

Respuesta: 7 millas.

Familia 3: geometría y perímetro**Idea clave**

Los problemas geométricos muchas veces convierten etiquetas en palabras a una fórmula que ya conocés.

Si la fórmula está clara, la historia se vuelve mucho más fácil.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Un rectángulo tiene largo 9 y perímetro 26. ¿Cuál es el ancho?

Sea w el ancho.

Para un rectángulo,

$$P = 2l + 2w$$

Reemplazamos los valores conocidos:

$$26 = 2(9) + 2w$$

Usamos la aritmética de la Unidad 0. Como

$$2(9) = 18,$$

la ecuación queda:

$$26 = 18 + 2w$$

Restamos 18:

$$8 = 2w$$

Dividimos por 2:

$$w = 4$$

¿Por qué esta ecuación? La palabra “perímetro” nos dijo que había que arrancar de la fórmula del perímetro.

Respuesta: el ancho es 4.

Familia 4: promedios

Idea clave

Los problemas de promedio suelen arrancar desde

$$\text{promedio} = \frac{\text{suma de los valores}}{\text{cantidad de valores}}$$

Para resolver el problema, convertí esa frase en una ecuación.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Un estudiante sacó 68, 74 y 82 en tres exámenes. ¿Qué nota necesita en el cuarto examen para tener promedio 75?

Sea x la nota del cuarto examen.

Tener promedio 75 en 4 exámenes significa

$$\frac{68 + 74 + 82 + x}{4} = 75$$

Sumamos las notas conocidas:

$$68 + 74 + 82 = 224$$

Entonces:

$$\frac{224 + x}{4} = 75$$

Multiplicamos ambos lados por 4 para limpiar el denominador:

$$4 \cdot \frac{224 + x}{4} = 4 \cdot 75$$

A la izquierda, el 4 de arriba y el 4 de abajo se cancelan:

$$224 + x = 300$$

Restamos 224:

$$x = 76$$

¿Por qué esta ecuación? La palabra pista fue “promedio.”

Respuesta: la nota necesaria es 76.

Familia 5: comparaciones y números consecutivos

Idea clave

Si una cantidad está descrita en función de otra, definí una sola variable y escribí la segunda cantidad a partir de esa.

Eso casi siempre es más limpio que inventar dos variables sin relación.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Dos enteros consecutivos suman 31. Hallalos.

Sea n el primer entero. Entonces el siguiente entero consecutivo es:

$$n + 1$$

Su suma es 31, así que:

$$n + (n + 1) = 31$$

Combinamos términos semejantes:

$$2n + 1 = 31$$

Restamos 1:

$$2n = 30$$

Dividimos por 2:

$$n = 15$$

Entonces los enteros son:

$$15 \quad \text{y} \quad 16$$

Respuesta: los enteros son 15 y 16.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

Una soga de 36 metros se corta en dos partes. Una parte mide 8 metros más que la otra. Hallá ambas longitudes.

Sea x la parte más corta. Entonces la parte más larga es:

$$x + 8$$

Entre las dos suman 36, así que:

$$x + (x + 8) = 36$$

Combinamos términos semejantes:

$$2x + 8 = 36$$

Restamos 8:

$$2x = 28$$

Dividimos por 2:

$$x = 14$$

Entonces la parte más larga es:

$$14 + 8 = 22$$

Respuesta: las partes miden 14 metros y 22 metros.

Nota de modelo

Un buen chequeo de sensatez es preguntarte si la respuesta encaja con la historia.

Si un gimnasio cobra \$15 por mes y tu respuesta te da -3 meses, la cuenta puede estar bien hecha, pero el contexto te está diciendo que algo salió mal.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

Los problemas de texto preparan para todos los libros que siguen porque la matemática posterior está llena de traducción escondida.

- Funciones te pide traducir descripciones a relaciones simbólicas.
- Cálculo te pide traducir tasas y cantidades que cambian.
- Estadística te pide traducir lenguaje de datos a fórmulas e interpretaciones.

Si podés traducir con calma, lo que viene después se vuelve mucho más manejable.

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- elegir una variable y después olvidarte qué significaba,
- traducir demasiado rápido y perder un signo o una palabra pista,
- frenar en $x = 11$ sin responder la pregunta real,
- no chequear si el resultado tiene sentido en el contexto.

Resumen: lo que te llevás

Los problemas de texto no son una especie aparte de matemática. Son álgebra más traducción. Cuando el enunciado se ve desordenado, frená y preguntate:

- ¿Cuál es la incógnita?
- ¿Qué relación describe la frase?
- ¿Qué ecuación dice exactamente eso y nada más?

Problemas

13.1. La suma de un número y 9 es 20. Hallá el número.

13.2. El triple de un número es 27. Hallá el número.

13.3. El doble de un número más 4 es 18. Hallá el número.

13.4. Un número disminuido en 7 da 12. Hallá el número.

13.5. Un número dividido por 4 da 7. Hallá el número.

13.6. Cinco más que un número es 17. Hallá el número.

13.7. Un taxi cobra una tarifa base de \$4 más \$3 por milla. Si la cuenta total fue de \$25, ¿cuántas millas se recorrieron?

13.8. Un plan de teléfono cuesta \$30 más \$5 por cada GB extra. Si la cuenta total es \$55, ¿cuántos GB extra se usaron?

- 13.9.** Una entrada de cine cuesta \$12 y las palomitas cuestan \$5. Si una porción de palomitas y algunas entradas suman \$41, ¿cuántas entradas se compraron?
- 13.10.** Un gimnasio cobra \$20 para inscribirse y \$15 por mes. Si el total pagado es \$110, ¿cuántos meses son?
- 13.11.** Un rectángulo tiene largo 8 y perímetro 26. ¿Cuál es el ancho?
- 13.12.** Un rectángulo tiene ancho 5 y perímetro 34. ¿Cuál es el largo?
- 13.13.** El perímetro de un cuadrado es 44. ¿Cuál es la longitud del lado?
- 13.14.** Un estudiante sacó 68, 74 y 82 en tres exámenes. ¿Qué nota necesita en el cuarto para tener promedio 75?
- 13.15.** Dos pruebas dieron 70 y 82. ¿Qué nota hace falta en la tercera prueba para promediar 80?
- 13.16.** Tres números tienen promedio 12. ¿Cuánto da su suma?
- 13.17.** Dos enteros consecutivos suman 31. Hallalos.
- 13.18.** Dos enteros pares consecutivos suman 42. Hallalos.
- 13.19.** Una soga de 36 metros se corta en dos partes. Una parte mide 8 metros más que la otra. Hallá ambas longitudes.
- 13.20.** Un número es 6 mayor que otro. La suma de ambos es 30. Hallá los dos números.
- 13.21.** Una camisa tiene un descuento del 20 % sobre \$45. ¿Cuál es el precio de oferta?
- 13.22.** Un precio de \$80 aumenta un 15 %. ¿Cuál es el precio nuevo?
- 13.23.** Un auto viaja a 60 millas por hora durante 2.5 horas. ¿Qué distancia recorre?
- 13.24.** Un tanque de agua tiene 12 litros al principio y después gana 4 litros por minuto. ¿Al cabo de cuántos minutos tendrá 40 litros?

Chequeo rápido (si no sale, releé y reinténtá)

- Puedo elegir una variable y decir qué significa.
- Puedo traducir frases comunes a álgebra.
- Puedo identificar la familia de problema que estoy resolviendo.
- Puedo responder en palabras después de resolver.

Capítulo 14

Repaso mixto: la caja de herramientas de álgebra en un solo lugar

Objetivo del capítulo

Este capítulo te ayuda a practicar la habilidad real de examen:

- elegir la herramienta,
- detectar el punto donde probablemente aparezca el error,
- chequear el resultado antes de seguir.

Idea clave

Los problemas reales no llegan etiquetados como “esto es de fracciones” o “esto es de factorización.”

Parte de mejorar en álgebra es aprender a elegir vos la herramienta, en vez de esperar que la hoja la elija por vos.

Vida real: para qué sirve

Este es el capítulo que más se parece a cómo suelen sentirse las evaluaciones, los exámenes de ingreso y los libros que vienen después: tareas mezcladas, formato cambiante y ninguna flecha gigante diciéndote de qué capítulo vino la idea.

Receta (pasos que siempre funcionan)

Antes de tocar el lápiz, preguntate:

1. ¿Esto es simplificar, resolver, factorizar, reemplazar o interpretar?
2. ¿Hay fracciones, signos, potencias o paréntesis que generen riesgo?
3. ¿Qué aspecto tendría una respuesta razonable antes de hacer la cuenta?
4. ¿Cómo puedo chequear rápido el resultado al final?

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

El próximo libro empieza acá.

En *Funciones matemáticas para gente normal*, la hoja ya no te va a decir exactamente de qué capítulo anterior vino la habilidad. Vas a leer un problema, elegir una herramienta y avanzar con calma. Este capítulo es práctica para eso.

Nota de modelo

Si este capítulo se siente más difícil que los anteriores, eso **no** significa que empeoraste. Significa que se están saliendo las rueditas auxiliares. Y eso es completamente normal.

Calentamiento mixto

Estos son problemas más cortos, pensados para reactivar las herramientas.

14.1. Simplificá: $4x - 3 + 2x + 9$.

14.2. Expandí y simplificá: $-2(3x - 4) + 5$.

14.3. Resolvé: $3x + 7 = 22$.

14.4. Resolvé: $5(x - 1) = 20$.

14.5. Resolvé: $-4x \geq 12$.

14.6. Simplificá: $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$.

14.7. Simplificá: $a^3 \cdot a^4$.

14.8. Factorizá: $x^2 + 8x + 15$.

14.9. Hallá el 15 % de 60.

14.10. Convertí 0.08 a porcentaje.

Bloque estándar mixto

Acá ya empiezan a mezclarse temas con un sabor más de examen.

14.11. Hallá la pendiente que pasa por $(1, -2)$ y $(5, 6)$.

14.12. Despejá b en $y = mx + b$.

14.13. Resolvé $2(x - 3) + 5 = 17$.

14.14. Factorizá: $x^2 - 9$.

14.15. Resolvé: $\frac{y}{4} + 6 = 9$.

14.16. Hallá la pendiente que pasa por $(-3, 2)$ y $(1, -6)$.

14.17. Despejá b en $A = \frac{1}{2}bh$.

14.18. Simplificá: $\frac{x^2 \cdot x^3}{x}$.

14.19. Resolvé: $-3n < 12$.

14.20. Un número aumentado en 7 da 19. Hallá el número.

Bloque de dominio

Estos están pensados para sentirse como la presión mezclada que aparece justo antes del libro siguiente.

14.21. Un artículo de \$50 recibe un impuesto del 8 %. Hallá el costo total.

14.22. Factorizá: $2x^2 + 10x + 12$.

14.23. Resolvé: $4 - 3(2x - 1) = -11$.

14.24. Un rectángulo tiene ancho 5 y perímetro 34. Hallá el largo.

14.25. Hallá la pendiente que pasa por $(2, 5)$ y $(6, 13)$, y después escribí la recta con esa pendiente y ordenada al origen -1 .

14.26. Despejá r en $C = 2\pi r$, y después hallá r cuando $C = 10\pi$.

14.27. Resolvé: $\frac{2x-1}{3} = 5$.

14.28. Factorizá: $4x^2 - 25$.

14.29. Una nota sube de 70 a 84. Hallá el porcentaje de aumento.

14.30. Dos enteros consecutivos suman 31. Hallalos.

Errores típicos (y cómo evitarlos)

- usar la regla correcta del capítulo equivocado,
- no detectar un signo negativo o un denominador,
- olvidarte de si la tarea pide simplificar o resolver,
- apurarte porque el problema “te suena conocido.”

Resumen: lo que te llevás

Si este capítulo se siente áspero, eso te da información, no te condena.

Los puntos flojos que aparezcan acá son exactamente los puntos que te conviene reparar antes del libro siguiente. El repaso mixto no es castigo. Es diagnóstico.

Capítulo 15

Chequeo de entrada para *Funciones matemáticas para gente normal*

Objetivo del capítulo

Este capítulo te muestra si el piso de álgebra ya está lo bastante firme para el libro siguiente. Vas a tener que manejar con soltura:

- expresiones y simplificación,
- ecuaciones y desigualdades,
- fracciones, potencias y factorización,
- pendiente y bases de recta,
- fórmulas y traducción básica de texto a álgebra.

Idea clave

No necesitas perfección antes de abrir el próximo libro. Sí necesitas esto: que los movimientos básicos ya se sientan repetibles y no misteriosos.

Vida real: para qué sirve

El próximo libro te va a pedir que pienses en funciones, gráficos, dominio, imagen, transformaciones y comportamiento. Todo eso se vuelve más fácil cuando el álgebra de abajo ya no te roba atención.

Puente (por qué lo anterior sirve para lo que viene)

Estar listo no significa “nunca me equivoco.”

Estar listo significa “sé qué movimiento probar, normalmente lo puedo hacer, y cuando me equivoco puedo localizar el punto flojo.” Ese es el tipo de preparación que hace que el resto de la serie se sienta desafiante sin sentirse caótica.

Chequeo mínimo de entrada

Intentá estos sin mirar hacia atrás, salvo que de verdad te quedes congelado.

15.1. Simplificá: $4x - 3 + 2x + 9$.

15.2. Expandí y simplificá: $-2(3x - 4) + 5$.

15.3. Resolvé: $3x + 7 = 22$.

15.4. Resolvé: $5(x - 1) = 20$.

15.5. Resolvé: $-4x \geq 12$.

15.6. Simplificá: $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$.

15.7. Simplificá: $a^3 \cdot a^4$.

15.8. Factorizá: $x^2 + 8x + 15$.

15.9. Hallá la pendiente que pasa por $(1, -2)$ y $(5, 6)$.

15.10. Despejá b en $y = mx + b$.

15.11. Hallá el 12 % de 150.

15.12. Convertí 0.375 a porcentaje.

15.13. Resolvé: $\frac{2x-1}{3} = 5$.

15.14. Factorizá: $4x^2 - 25$.

15.15. Un número aumentado en 7 da 19. Hallá el número.

15.16. Un rectángulo tiene largo 8 y perímetro 26. Hallá el ancho.

Chequeo fuerte de entrada

Si querés que el próximo libro se sienta más natural, hacé también este segundo bloque.

15.17. Simplificá: $\frac{x^2 \cdot x^3}{x}$.

15.18. Resolvé: $4 - 3(2x - 1) = -11$.

15.19. Resolvé: $-3n < 12$.

15.20. Factorizá: $2x^2 + 10x + 12$.

15.21. Hallá la pendiente que pasa por $(2, 5)$ y $(6, 13)$.

15.22. Despejá b en $A = \frac{1}{2}bh$.

15.23. Una remera de \$40 tiene un descuento del 30 %. Hallá el precio de oferta.

15.24. Una nota sube de 70 a 84. Hallá el porcentaje de aumento.

15.25. Resolvé: $2(x + 3) - 4 = x + 9$.

15.26. Resolvé: $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$.

- 15.27.** Decidí si $2x + 5 = 2x - 1$ tiene una solución, ninguna solución o infinitas soluciones.
- 15.28.** Despejá C en $F = \frac{9}{5}C + 32$.
- 15.29.** Dos enteros consecutivos suman 31. Hallalos.
- 15.30.** Una soga de 36 metros se corta en dos partes. Una parte mide 8 metros más que la otra. Hallá ambas longitudes.
- 15.31.** Resolvé: $5 - 2(x + 1) = -9$.
- 15.32.** Explicá en una frase por qué una recta vertical tiene pendiente indefinida.

Cómo puntuarlo

Qué conviene reportar

Usá las dos partes con honestidad.

Solo chequeo mínimo

- **14–16 correctos:** listo para arrancar *Funciones matemáticas para gente normal*.
- **11–13 correctos:** casi listo; repará primero los errores.
- **10 o menos correctos:** hace falta reparar más antes de seguir.

Capítulo completo (los 32 problemas)

- **28–32 correctos:** entrada sólida.
- **23–27 correctos:** listo, pero te conviene repasar los errores antes de seguir.
- **18–22 correctos:** entrada floja; repará los puntos débiles antes de avanzar.
- **Menos de 18 correctos:** quedate más tiempo acá. El problema no es talento. El piso todavía necesita refuerzo.

Errores que son bandera roja

Nota de modelo

Hay errores que pesan más que otros.

Si fallás varios de estos, reparalos antes de seguir:

- fracciones y traducción de porcentajes,
- distributiva con negativos,
- ecuaciones con variables en ambos lados,
- factorización,
- pendiente,
- despeje de fórmulas,

- traducción de problemas de texto.

Esos son los movimientos que más protegen el libro siguiente.

Dónde reparar si fallás ciertos problemas

Nota de modelo

Usá los errores como información:

- Problemas 1 y 2: revisá el Capítulo 5.
- Problemas 3, 4, 13, 18, 25, 26 y 31: revisá los Capítulos 6 y 7.
- Problemas 5 y 19: revisá el Capítulo 8.
- Problemas 6, 11, 12, 23 y 24: revisá los Capítulos 3 y 4.
- Problemas 7 y 17: revisá el Capítulo 9.
- Problemas 8, 14 y 20: revisá el Capítulo 10.
- Problemas 9, 16, 21 y 32: revisá el Capítulo 11.
- Problemas 10, 22 y 28: revisá el Capítulo 12.
- Problemas 15, 29 y 30: revisá el Capítulo 13.

Resumen: lo que te llevás

Estar listo significa repetibilidad, no perfección.

Si podés hacer la mayor parte de este capítulo sin pánico, y si cuando errás podés localizar el punto flojo, ya estás donde tenés que estar. Eso alcanza para empezar bien el libro siguiente.

Chequeo rápido (si no sale, releé y reintentá)

- Puedo hacer la mayor parte de esto sin pánico.
- Cuando fallo un problema, puedo identificar qué capítulo anterior me conviene revisar.
- Entiendo que estar listo significa repetibilidad, no perfección.

Soluciones paso a paso (sin saltos)

Idea clave

Este capítulo incluye soluciones de **todos** los ejercicios de fin de capítulo del libro. Usalo bien:

- primero intentá el problema por tu cuenta,
- después compará tus pasos,
- y por último preguntate: ¿en qué paso se me desvió la lógica?

Mirar una solución sirve solo si cambia lo que podés hacer la próxima vez.

Unidad 0

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.1 Calculá $20 - 4 \cdot 3$.

Multiplicamos primero:

$$4 \cdot 3 = 12$$

Después restamos:

$$20 - 12 = 8$$

Respuesta: 8.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.2 Calculá $24 \div 6 \cdot 2$.

División y multiplicación comparten nivel, así que vamos de izquierda a derecha:

$$24 \div 6 = 4$$

$$4 \cdot 2 = 8$$

Respuesta: 8.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**0.3** Calculá $(18 - 6) \div 3$.

Primero el paréntesis:

$$18 - 6 = 12$$

Después dividimos:

$$12 \div 3 = 4$$

Respuesta: 4.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****0.4** Calculá $7 + 3 \cdot 4$.

Multiplicamos primero:

$$3 \cdot 4 = 12$$

Después sumamos:

$$7 + 12 = 19$$

Respuesta: 19.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****0.5** Decidí si $8 + 5 = 10 + 3$ es verdadera.

Lado izquierdo:

$$8 + 5 = 13$$

Lado derecho:

$$10 + 3 = 13$$

Como ambos lados son iguales, la afirmación es verdadera.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**0.6** Decidí si $9 - 2 = 3 + 5$ es verdadera.

Lado izquierdo:

$$9 - 2 = 7$$

Lado derecho:

$$3 + 5 = 8$$

Como $7 \neq 8$, la afirmación es falsa.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**0.7** Calculá $5 - 9$.

Reescribí la resta como suma del opuesto:

$$5 - 9 = 5 + (-9)$$

Ahora combinamos:

$$5 + (-9) = -4$$

Respuesta: -4 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****0.8** Calculá $-8 - 5$.

Reescribí como suma del opuesto:

$$-8 - 5 = -8 + (-5)$$

Ahora sumamos dos números negativos:

$$-8 + (-5) = -13$$

Respuesta: -13 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****0.9** Calculá $-7 + 12$.Empezás en -7 . Sumar 12 significa moverte 12 unidades a la derecha. Eso te deja en:

$$5$$

Respuesta: 5 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****0.10** Calculá $(-6)(+2)$.

Negativo por positivo da negativo. Después multiplicamos los valores absolutos:

$$6 \cdot 2 = 12$$

Entonces:

$$(-6)(+2) = -12$$

Respuesta: -12 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.11 Calculá $(-3)(-8)$.

Negativo por negativo da positivo. Después multiplicamos los valores absolutos:

$$3 \cdot 8 = 24$$

Entonces:

$$(-3)(-8) = 24$$

Respuesta: 24.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.12 Explicá con palabras qué significa el signo igual.

El signo igual significa que el lado izquierdo y el lado derecho tienen el mismo valor. Significa equilibrio, no “acá arranca la respuesta.”

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.13 Escribí $\frac{3}{5}$ como una división.

Una fracción es una división. Entonces:

$$\frac{3}{5} = 3 \div 5$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.14 Escribí 1 como una fracción con denominador 4.

Queremos una fracción igual a 1 con denominador 4. Como:

$$\frac{4}{4} = 4 \div 4 = 1$$

podemos escribir:

$$1 = \frac{4}{4}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.15 Reescribí $1 - \frac{1}{4}$ de modo que ambos números queden escritos en cuartos.

Escribí 1 como $\frac{4}{4}$:

$$1 = \frac{4}{4}$$

Ahora reemplazamos:

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.16 Explicá por qué $\frac{7}{2}$ es mayor que 1.

Porque:

$$\frac{7}{2} = 7 \div 2$$

y $7 \div 2$ es mayor que 1. Otra manera de verlo es esta:

$$\frac{2}{2} = 1$$

así que siete medios son más que una unidad entera.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.17 Reescribí $\frac{7}{2}$ como número mixto.

Separamos los siete medios en tres grupos completos de $\frac{2}{2}$ más un medio:

$$\frac{7}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2}$$

Ahora reemplazamos cada $\frac{2}{2}$ por 1:

$$\frac{7}{2} = 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2}$$

Sumamos las partes enteras:

$$1 + 1 + 1 = 3$$

Entonces:

$$\frac{7}{2} = 3 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.18 Reescribí $\frac{1}{2}$ como una fracción con denominador 10.

Para cambiar el denominador de 2 a 10, multiplicamos por 5:

$$2 \cdot 5 = 10$$

Entonces multiplicamos el numerador por el mismo factor:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.19 Reescribí $\frac{3}{4}$ como una fracción con denominador 12.

Para cambiar el denominador de 4 a 12, multiplicamos por 3:

$$4 \cdot 3 = 12$$

Entonces:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.20 Simplificá $\frac{30}{60}$.

Tanto el numerador como el denominador se pueden dividir por 30. Dividimos arriba y abajo por 30:

$$\frac{30}{60} = \frac{30 \div 30}{60 \div 30} = \frac{1}{2}$$

Respuesta: $\frac{1}{2}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.21 Simplificá $\frac{12}{18}$.

Tanto el numerador como el denominador se pueden dividir por 6. Dividimos arriba y abajo por 6:

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$$

Respuesta: $\frac{2}{3}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.22 Calculá $\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$.

Los denominadores ya coinciden, así que sumamos los numeradores:

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$$

Respuesta: $\frac{7}{9}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.23 Calculá $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$.

Usamos denominador 6. Reescribimos $\frac{1}{3}$ en sextos:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

Ahora sumá:

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

Simplificamos dividiendo arriba y abajo por 3:

$$\frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$$

Respuesta: $\frac{1}{2}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.24 Calculá $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$.

Los denominadores no coinciden. Un denominador común es 8 porque 4 se puede convertir en 8 multiplicando por 2, mientras que la segunda fracción ya tiene denominador 8. Reescribimos la primera fracción:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

La segunda fracción queda igual:

$$\frac{3}{8} = \frac{3}{8}$$

Ahora sumá:

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

Respuesta: $\frac{5}{8}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.25 Calculá $1 - \frac{1}{4}$.

Escribí 1 en cuartos:

$$1 = \frac{4}{4}$$

Ahora restá:

$$\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Respuesta: $\frac{3}{4}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**0.26** Calculá $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$.

Un denominador común es 12 porque ambos denominadores dividen a 12. Reescribimos ambas fracciones:

$$\frac{5}{6} = \frac{10}{12} \quad \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

Ahora restá:

$$\frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

Respuesta: $\frac{7}{12}$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****0.27** Calculá $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{12}$.

Multiplicamos numeradores y denominadores:

$$\frac{3 \cdot 10}{5 \cdot 12} = \frac{30}{60}$$

Dividí el numerador y el denominador por 30 porque 30 es factor común de ambos:

$$\frac{30}{60} = \frac{30 \div 30}{60 \div 30} = \frac{1}{2}$$

Respuesta: $\frac{1}{2}$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****0.28** Calculá $\frac{7}{8} \div \frac{1}{4}$.

Cambiá la división por una fracción a multiplicación por su recíproco:

$$\frac{7}{8} \div \frac{1}{4} = \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{1}$$

Ahora multiplicá:

$$\frac{7 \cdot 4}{8 \cdot 1} = \frac{28}{8}$$

Simplificamos dividiendo arriba y abajo por 4:

$$\frac{28}{8} = \frac{28 \div 4}{8 \div 4} = \frac{7}{2}$$

Usá la idea de número mixto de la Unidad 0:

$$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$$

Respuesta: $\frac{7}{2}$ o $3\frac{1}{2}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**0.29** Convertí 0.45 a porcentaje.

Multiplicamos por 100:

$$0.45 \cdot 100 = 45$$

Entonces:

$$0.45 = 45 \%$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**0.30** Convertí 0.125 a porcentaje.

Multiplicamos por 100:

$$0.125 \cdot 100 = 12.5$$

Entonces:

$$0.125 = 12.5 \%$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**0.31** Convertí 18 % a decimal.

Escribimos el porcentaje sobre 100:

$$18 \% = \frac{18}{100}$$

Ahora dividí:

$$\frac{18}{100} = 0.18$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**0.32** Convertí 35 % a decimal.

Escribimos el porcentaje sobre 100:

$$35 \% = \frac{35}{100} = 0.35$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**0.33** Hallá el 25 % de 60.

Convertí el porcentaje:

$$25 \% = 0.25$$

Ahora multiplicamos, porque “de” significa multiplicar:

$$0.25 \cdot 60 = 15$$

Respuesta: 15.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

0.34 Hallá el 12 % de 250.

Convertí el porcentaje:

$$12\% = 0.12$$

Ahora multiplicá:

$$0.12 \cdot 250 = 30$$

Respuesta: 30.

Capítulo 1

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.1 Si $x = 4$, calculá $x + 3$.

Reemplazamos 4 por x :

$$4 + 3 = 7$$

Respuesta: 7.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.2 Si $x = -2$, calculá $2x + 1$.

$$2(-2) + 1 = -4 + 1 = -3$$

Respuesta: -3 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.3 Simplificá $5a + 3a$.

Sumamos términos semejantes:

$$5a + 3a = 8a$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.4 Simplificá $7y - y$.

$$7y - y = 6y$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.5 Decidí si $3x + 2$ es una expresión o una ecuación.
No hay signo igual, así que es una **expresión**.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.6 Decidí si $3x + 2 = 11$ es una expresión o una ecuación.
Hay signo igual, así que es una **ecuación**.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.7 Resolvé $m + 5 = 12$.
Restamos 5 en ambos lados:

$$m = 7$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.8 Resolvé $p - 4 = 9$.
Sumamos 4 a ambos lados:

$$p = 13$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.9 Si $a = 3$, calculá $4a - 7$.
Reemplazamos 3 por a :

$$4a - 7 = 4(3) - 7$$

Multiplicamos primero:

$$4(3) = 12$$

Después restamos:

$$12 - 7 = 5$$

Respuesta: 5.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.10 Si $b = -5$, calculá $2b + 6$.
Reemplazamos -5 por b :

$$2b + 6 = 2(-5) + 6$$

Multiplicamos:

$$2(-5) = -10$$

Después sumamos:

$$-10 + 6 = -4$$

Respuesta: -4 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.11 Simplificá $9m - 2m + 4$.

Los términos semejantes son $9m$ y $-2m$. Los combinamos:

$$9m - 2m = 7m$$

La constante 4 queda separada, así que:

$$9m - 2m + 4 = 7m + 4$$

Respuesta: $7m + 4$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.12 Resolvé $q - 8 = 6$.

Sumamos 8 a ambos lados:

$$q - 8 + 8 = 6 + 8$$

Entonces:

$$q = 14$$

Chequeo:

$$14 - 8 = 6$$

Correcto.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.13 Si $x = 6$, calculá $3x - 4$.

Reemplazamos 6 por x :

$$3(6) - 4 = 18 - 4 = 14$$

Respuesta: 14.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

1.14 Si $t = -3$, calculá $t^2 + 2$.

Reemplazamos -3 por t :

$$(-3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$$

Respuesta: 11.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**1.15** Simplificá $4p + p - 7$.

Sumamos términos semejantes:

$$4p + p = 5p$$

Entonces la expresión queda:

$$5p - 7$$

Respuesta: $5p - 7$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****1.16** Simplificá $9m - 4m + 2$.Combinamos los términos con m :

$$9m - 4m = 5m$$

Entonces:

$$5m + 2$$

Respuesta: $5m + 2$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****1.17** Resolvé $n - 7 = 5$.

Sumamos 7 a ambos lados:

$$n = 12$$

Respuesta: $n = 12$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****1.18** Resolvé $3k = 21$.

Dividimos ambos lados por 3:

$$k = 7$$

Respuesta: $k = 7$.**Capítulo 2****Ejemplo resuelto (sin saltos)****2.1** Calculá $8 + (-5)$.Sumar -5 significa movernos 5 unidades hacia la izquierda:

$$8 + (-5) = 3$$

Respuesta: 3.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**2.2** Calculá $-3 + 9$.Empezando en -3 y moviéndonos 9 unidades a la derecha, llegamos a:

$$6$$

Respuesta: 6.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****2.3** Calculá $6 - 11$.

Reescribimos la resta como suma del opuesto:

$$6 - 11 = 6 + (-11)$$

Ahora combinamos:

$$6 + (-11) = -5$$

Respuesta: -5 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****2.4** Calculá $-7 - 4$.Restar 4 es sumar -4 :

$$-7 - 4 = -7 + (-4) = -11$$

Respuesta: -11 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****2.5** Calculá $-8 - (-3)$.

Restar un negativo equivale a sumar su opuesto:

$$-8 - (-3) = -8 + 3 = -5$$

Respuesta: -5 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****2.6** Calculá $12 - (-5)$.

Restar un negativo equivale a sumar:

$$12 - (-5) = 12 + 5 = 17$$

Respuesta: 17.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**2.7** Calculá $(-4)(7)$.

Signos distintos dan negativo. Multiplicamos los valores absolutos:

$$4 \cdot 7 = 28$$

Entonces:

$$(-4)(7) = -28$$

Respuesta: -28 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****2.8** Calculá $(-6)(-5)$.

Negativo por negativo da positivo:

$$(-6)(-5) = 30$$

Respuesta: 30 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****2.9** Calculá $(9)(-3)$.

Signos distintos dan negativo:

$$(9)(-3) = -27$$

Respuesta: -27 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****2.10** Calculá $\frac{-18}{-3}$.

Negativo dividido por negativo da positivo:

$$\frac{-18}{-3} = 6$$

Respuesta: 6 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****2.11** Calculá $\frac{20}{-5}$.

Positivo dividido por negativo da negativo:

$$\frac{20}{-5} = -4$$

Respuesta: -4 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

2.12 Calculá $\frac{-24}{6}$.

Negativo dividido por positivo da negativo:

$$\frac{-24}{6} = -4$$

Respuesta: -4 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

2.13 Calculá $-15 + 8$.

Los signos son distintos, así que restamos valores absolutos:

$$15 - 8 = 7$$

Conservamos el signo del valor absoluto mayor, que es negativo. **Respuesta:** -7 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

2.14 Calculá $14 - 19$.

Reescribimos:

$$14 - 19 = 14 + (-19)$$

Ahora combinamos:

$$14 + (-19) = -5$$

Respuesta: -5 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

2.15 Calculá $(-2)(11)$.

Signos distintos dan negativo:

$$(-2)(11) = -22$$

Respuesta: -22 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

2.16 Calculá $(-7)(-4)$.

Negativo por negativo da positivo:

$$(-7)(-4) = 28$$

Respuesta: 28 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

2.17 Calculá $\frac{-35}{-7}$.

Negativo dividido por negativo da positivo:

$$\frac{-35}{-7} = 5$$

Respuesta: 5.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

2.18 Calculá $\frac{42}{-6}$.

Positivo dividido por negativo da negativo:

$$\frac{42}{-6} = -7$$

Respuesta: -7 .

Capítulo 3

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.1 Simplificá $\frac{12}{18}$.

El máximo factor común de 12 y 18 es 6. Dividimos numerador y denominador por 6:

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$$

Respuesta: $\frac{2}{3}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.2 Simplificá $\frac{15}{35}$.

El factor común máximo es 5. Entonces:

$$\frac{15}{35} = \frac{15 \div 5}{35 \div 5} = \frac{3}{7}$$

Respuesta: $\frac{3}{7}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.3 Reescribí $\frac{1}{2}$ con denominador 10.

Para pasar de 2 a 10, multiplicamos por 5:

$$2 \cdot 5 = 10$$

Entonces multiplicamos el numerador por el mismo factor:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10}$$

Respuesta: $\frac{5}{10}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.4 Reescribí $\frac{3}{4}$ con denominador 12.

Para pasar de 4 a 12, multiplicamos por 3:

$$4 \cdot 3 = 12$$

Entonces:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$

Respuesta: $\frac{9}{12}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.5 Calculá $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$.

Usamos denominador común 8. Reescribimos $\frac{1}{4}$ en octavos:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8}$$

Ahora sumamos:

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

Respuesta: $\frac{5}{8}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.6 Calculá $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$.

Usamos denominador 6. Reescribimos $\frac{1}{3}$ en sextos:

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$$

Ahora restamos:

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$$

Simplificamos:

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Respuesta: $\frac{1}{2}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.7 Calculá $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$.

Los denominadores ya coinciden:

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

Respuesta: $\frac{5}{7}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.8 Calculá $\frac{11}{12} - \frac{1}{4}$.

Reescribimos $\frac{1}{4}$ en doceavos:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

Ahora restamos:

$$\frac{11}{12} - \frac{3}{12} = \frac{8}{12}$$

Simplificamos dividiendo arriba y abajo por 4:

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Respuesta: $\frac{2}{3}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.9 Calculá $1 - \frac{1}{4}$.

Escribimos 1 en cuartos:

$$1 = \frac{4}{4}$$

Ahora restamos:

$$\frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Respuesta: $\frac{3}{4}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**3.10** Calculá $2\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$.

Separamos el número mixto:

$$2\frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4}$$

Ahora sumamos las fracciones:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Entonces:

$$2 + 1 = 3$$

Respuesta: 3.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****3.11** Calculá $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{12}$.

Multiplicamos numeradores y denominadores:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{12} = \frac{30}{60}$$

Simplificamos:

$$\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

Respuesta: $\frac{1}{2}$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****3.12** Calculá $\frac{2}{3} \div \frac{5}{4}$.

Dividir por una fracción es multiplicar por su recíproco:

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$$

Ahora multiplicamos:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

Respuesta: $\frac{8}{15}$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****3.13** Calculá $\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{14}$.

Multiplicamos:

$$\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{14} = \frac{21}{126}$$

Simplificamos dividiendo arriba y abajo por 21:

$$\frac{21}{126} = \frac{1}{6}$$

Respuesta: $\frac{1}{6}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.14 Calculá $\frac{5}{8} \div \frac{15}{16}$.

Invertimos la segunda fracción y multiplicamos:

$$\frac{5}{8} \div \frac{15}{16} = \frac{5}{8} \cdot \frac{16}{15}$$

Ahora multiplicamos:

$$\frac{5}{8} \cdot \frac{16}{15} = \frac{80}{120}$$

Simplificamos:

$$\frac{80}{120} = \frac{2}{3}$$

Respuesta: $\frac{2}{3}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.15 Decidí si $\frac{3}{4}$ es menor que 1, igual a 1 o mayor que 1.

Como el numerador es menor que el denominador,

$$\frac{3}{4} < 1$$

Respuesta: menor que 1.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.16 Decidí si $\frac{6}{6}$ es menor que 1, igual a 1 o mayor que 1.

Como numerador y denominador son iguales,

$$\frac{6}{6} = 1$$

Respuesta: igual a 1.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.17 Decidí si $\frac{9}{4}$ es menor que 1, igual a 1 o mayor que 1.

Como el numerador es mayor que el denominador,

$$\frac{9}{4} > 1$$

Respuesta: mayor que 1.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

3.18 Explicá por qué $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$.

Podemos separar los siete medios así:

$$\frac{7}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2}$$

Cada $\frac{2}{2}$ vale 1, así que:

$$\frac{7}{2} = 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$$

Respuesta: $\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ porque contiene tres enteros y un medio más.

Capítulo 4

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.1 Convertí 0.08 a porcentaje.

Corré la coma dos lugares a la derecha:

$$0.08 = 8\%$$

Respuesta: 8 %.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.2 Convertí 62 % a decimal.

Corré la coma dos lugares a la izquierda:

$$62\% = 0.62$$

Respuesta: 0.62.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.3 Convertí $\frac{3}{5}$ a decimal y porcentaje.

Dividí numerador por denominador:

$$\frac{3}{5} = 0.6$$

Ahora convertimos a porcentaje:

$$0.6 = 60\%$$

Respuesta: $\frac{3}{5} = 0.6 = 60\%$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.4 Convertí 125 % a decimal.

Corré la coma dos lugares a la izquierda:

$$125 \% = 1.25$$

Respuesta: 1.25.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.5 Convertí 0.375 a fracción y porcentaje.

Como fracción:

$$0.375 = \frac{375}{1000}$$

Simplificamos dividiendo arriba y abajo por 125:

$$\frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$$

Como porcentaje:

$$0.375 = 37.5 \%$$

Respuesta: $\frac{3}{8}$ y 37.5 %.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.6 Hallá 15 % de 80.

Convertí el porcentaje:

$$15 \% = 0.15$$

Multiplicamos:

$$0.15 \cdot 80 = 12$$

Respuesta: 12.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.7 Hallá 8 % de 250.

Convertí:

$$8 \% = 0.08$$

Multiplicamos:

$$0.08 \cdot 250 = 20$$

Respuesta: 20.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.8 Hallá el 25 % de 96.

Como $25\% = \frac{1}{4}$,

$$\frac{1}{4} \cdot 96 = 24$$

Respuesta: 24.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.9 Hallá 150 % de 40.

Convertí:

$$150\% = 1.5$$

Multiplicamos:

$$1.5 \cdot 40 = 60$$

Respuesta: 60.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.10 Hallá 12.5 % de 64.

Convertí:

$$12.5\% = 0.125 = \frac{1}{8}$$

Ahora multiplicá:

$$\frac{1}{8} \cdot 64 = 8$$

Respuesta: 8.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.11 Una camisa de \$40 tiene un descuento del 30 %. Hallá el precio final.

Un descuento del 30 % deja el 70 % del precio:

$$70\% = 0.70$$

Multiplicamos:

$$0.70 \cdot 40 = 28$$

Respuesta: el precio final es \$28.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.12 Un artículo de \$120 tiene un impuesto del 8 %. Hallá el costo total.
El impuesto a las ventas implica multiplicar por:

$$1 + 0.08 = 1.08$$

Ahora calculamos:

$$1.08 \cdot 120 = 129.6$$

Respuesta: el costo total es \$129.60.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.13 Un valor de 50 aumenta un 10 %. Hallá el nuevo valor.
Multiplicamos por:

$$1 + 0.10 = 1.10$$

Entonces:

$$1.10 \cdot 50 = 55$$

Respuesta: el nuevo valor es 55.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.14 Un valor de 200 baja un 8 %. Hallá el nuevo valor.
Multiplicamos por:

$$1 - 0.08 = 0.92$$

Entonces:

$$0.92 \cdot 200 = 184$$

Respuesta: el nuevo valor es 184.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.15 Una nota sube de 60 a 72. Hallá el aumento porcentual.
Hallá el cambio:

$$72 - 60 = 12$$

Dividí por el valor original:

$$\frac{12}{60} = 0.2$$

Convertí a porcentaje:

$$0.2 = 20 \%$$

Respuesta: aumento del 20 %.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.16 Un precio sube de \$50 a \$65. Hallá el aumento porcentual.

Cambio:

$$65 - 50 = 15$$

Dividí por el valor original:

$$\frac{15}{50} = 0.3$$

Convertí:

$$0.3 = 30\%$$

Respuesta: aumento del 30 %.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.17 Una nota baja de 90 a 72. Hallá la disminución porcentual.

Cambio:

$$90 - 72 = 18$$

Dividí por el valor original:

$$\frac{18}{90} = 0.2$$

Convertí:

$$0.2 = 20\%$$

Respuesta: disminución del 20 %.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.18 Una población baja de 800 a 680. Hallá la disminución porcentual.

Cambio:

$$800 - 680 = 120$$

Dividí por el valor original:

$$\frac{120}{800} = 0.15$$

Convertí:

$$0.15 = 15\%$$

Respuesta: disminución del 15 %.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.19 Una receta usa el 20 % de una bolsa de azúcar de 500 gramos. ¿Cuántos gramos son? Convertí:

$$20 \% = 0.20$$

Multiplicamos:

$$0.20 \cdot 500 = 100$$

Respuesta: 100 gramos.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.20 Un saldo bancario de \$400 crece un 5 %. ¿Cuál es el nuevo saldo?

Multiplicamos por:

$$1 + 0.05 = 1.05$$

Entonces:

$$1.05 \cdot 400 = 420$$

Respuesta: el nuevo saldo es \$420.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.21 Un plan de celular cuesta \$50 y recibe un descuento del 12 %. ¿Cuál es el precio con descuento?

Un descuento del 12 % deja:

$$100 \% - 12 \% = 88 \% = 0.88$$

Multiplicamos:

$$0.88 \cdot 50 = 44$$

Respuesta: el precio con descuento es \$44.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.22 Convertí $\frac{7}{8}$ a decimal y porcentaje.

Dividí:

$$\frac{7}{8} = 0.875$$

Convertí a porcentaje:

$$0.875 = 87.5 \%$$

Respuesta: 0.875 y 87.5 %.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.23 Convertí 2.4 a porcentaje.
Corré la coma dos lugares a la derecha:

$$2.4 = 240 \%$$

Respuesta: 240 %.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

4.24 El nivel de batería pasa de 25 % a 40 %. Hallá el aumento porcentual.
Cambio:

$$40 - 25 = 15$$

Dividí por el valor original:

$$\frac{15}{25} = 0.6$$

Convertí:

$$0.6 = 60 \%$$

Respuesta: el nivel de batería aumentó un 60 %.

Capítulo 5

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.1 Simplificá $4x - 7 + 3x + 2$.
Combinamos términos semejantes:

$$4x + 3x = 7x, \quad -7 + 2 = -5$$

Entonces:

$$4x - 7 + 3x + 2 = 7x - 5$$

Respuesta: $7x - 5$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.2 Simplificá $5a + 2a - 9 + 4$.
Combinamos términos semejantes:

$$5a + 2a = 7a, \quad -9 + 4 = -5$$

Entonces:

$$5a + 2a - 9 + 4 = 7a - 5$$

Respuesta: $7a - 5$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.3 Simplificá $9m - 4m + 2$.

Combinamos los términos con m :

$$9m - 4m = 5m$$

Entonces la expresión queda:

$$5m + 2$$

Respuesta: $5m + 2$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.4 Desarrollá y simplificá $3(x + 4)$.

Distribuimos el 3:

$$3(x + 4) = 3x + 12$$

Respuesta: $3x + 12$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.5 Desarrollá y simplificá $-2(3x - 5)$.

Distribuimos -2 a cada término:

$$-2(3x - 5) = (-2)(3x) + (-2)(-5)$$

Entonces:

$$-6x + 10$$

Respuesta: $-6x + 10$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.6 Desarrollá y simplificá $2(3x + 1) - 4$.

Distribuimos el 2:

$$2(3x + 1) - 4 = 6x + 2 - 4$$

Combinamos constantes:

$$2 - 4 = -2$$

Entonces:

$$6x - 2$$

Respuesta: $6x - 2$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.7 Desarrollá y simplificá $5(y - 2)$.

Distribuimos el 5:

$$5(y - 2) = 5y - 10$$

Respuesta: $5y - 10$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.8 Desarrollá y simplificá $-3(2t + 7)$.

Distribuimos -3 :

$$-3(2t + 7) = (-3)(2t) + (-3)(7)$$

Entonces:

$$-6t - 21$$

Respuesta: $-6t - 21$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.9 Simplificá $6p - 2 + p + 9$.

Combinamos términos semejantes:

$$6p + p = 7p, \quad -2 + 9 = 7$$

Entonces:

$$7p + 7$$

Respuesta: $7p + 7$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.10 Simplificá $8k - k - 3 + 10$.

Combinamos términos semejantes:

$$8k - k = 7k, \quad -3 + 10 = 7$$

Entonces:

$$7k + 7$$

Respuesta: $7k + 7$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.11 Desarrollá y simplificá $4(2x - 3) + 5$.

Distribuimos el 4:

$$4(2x - 3) + 5 = 8x - 12 + 5$$

Combinamos constantes:

$$-12 + 5 = -7$$

Entonces:

$$8x - 7$$

Respuesta: $8x - 7$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.12 Desarrollá y simplificá $-5(a - 1) + 2$.

Distribuimos -5 :

$$-5(a - 1) + 2 = -5a + 5 + 2$$

Combinamos constantes:

$$5 + 2 = 7$$

Entonces:

$$-5a + 7$$

Respuesta: $-5a + 7$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.13 Simplificá $7q + q - 4$.

Sumamos los términos con q :

$$7q + q = 8q$$

Entonces:

$$8q - 4$$

Respuesta: $8q - 4$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.14 Simplificá $10r - 3r + 6 - 8$.

Combinamos términos semejantes:

$$10r - 3r = 7r, \quad 6 - 8 = -2$$

Entonces:

$$7r - 2$$

Respuesta: $7r - 2$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.15 Desarrollá y simplificá $2(5m - 4) - 3$.

Distribuimos el 2:

$$2(5m - 4) - 3 = 10m - 8 - 3$$

Combinamos constantes:

$$-8 - 3 = -11$$

Entonces:

$$10m - 11$$

Respuesta: $10m - 11$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.16 Desarrollá y simplificá $-2(x + 6) + 1$.

Distribuimos -2 :

$$-2(x + 6) + 1 = -2x - 12 + 1$$

Combinamos constantes:

$$-12 + 1 = -11$$

Entonces:

$$-2x - 11$$

Respuesta: $-2x - 11$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.17 Decidí cuáles son los términos semejantes en $3x + 5 - 2x + 7$.

Los términos semejantes son los que tienen la misma parte literal. Entonces:

- $3x$ y $-2x$ son términos semejantes,
- 5 y 7 también son términos semejantes porque ambos son constantes.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

5.18 Explicá con palabras qué significa distribuir.

Distribuir significa multiplicar el factor que está afuera del paréntesis por *cada* término que está adentro. Por ejemplo:

$$3(x + 4) = 3x + 12$$

porque el 3 multiplica tanto a x como a 4.

Capítulo 6**Ejemplo resuelto (sin saltos)**

6.1 Resolvé $x + 9 = 14$.

Restamos 9:

$$x = 5$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

6.2 Resolvé $y - 6 = 11$.

Sumamos 6:

$$y = 17$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

6.3 Resolvé $4m = 28$.

Dividí por 4:

$$m = 7$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

6.4 Resolvé $\frac{p}{5} = 3$.

Multiplicamos por 5:

$$p = 15$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

6.5 Resolvé $2x + 7 = 23$.

Restamos 7:

$$2x = 16$$

Dividí por 2:

$$x = 8$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**6.6** Resolvé $3a - 4 = 11$.

Sumamos 4:

$$3a = 15$$

Dividí por 3:

$$a = 5$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**6.7** Resolvé $\frac{t}{3} + 2 = 6$.

Restamos 2:

$$\frac{t}{3} = 4$$

Multiplicamos por 3:

$$t = 12$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**6.8** Resolvé $5 - 2k = 17$.

Restamos 5:

$$-2k = 12$$

Dividí por -2 :

$$k = -6$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**6.9** Resolvé $x - 11 = -4$.

Sumamos 11 a ambos lados:

$$x - 11 + 11 = -4 + 11$$

Entonces:

$$x = 7$$

Chequeo: $7 - 11 = -4$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****6.10** Resolvé $-5y = 35$.Dividimos ambos lados por -5 :

$$\frac{-5y}{-5} = \frac{35}{-5}$$

Entonces:

$$y = -7$$

Chequeo: $-5(-7) = 35$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**6.11** Resolvé $4m - 9 = 19$.

Sumamos 9 a ambos lados:

$$4m - 9 + 9 = 19 + 9$$

$$4m = 28$$

Ahora dividimos por 4:

$$\frac{4m}{4} = \frac{28}{4}$$

$$m = 7$$

Chequeo: $4(7) - 9 = 28 - 9 = 19$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****6.12** Resolvé $\frac{z}{7} - 2 = 3$.

Sumamos 2 a ambos lados:

$$\frac{z}{7} - 2 + 2 = 3 + 2$$

$$\frac{z}{7} = 5$$

Ahora multiplicamos ambos lados por 7:

$$7 \cdot \frac{z}{7} = 7 \cdot 5$$

$$z = 35$$

Chequeo: $\frac{35}{7} - 2 = 5 - 2 = 3$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****6.13** Resolvé $\frac{x}{4} = 5$.

Multiplicamos ambos lados por 4:

$$x = 20$$

Respuesta: $x = 20$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****6.14** Resolvé $3y - 2 = 16$.

Sumamos 2:

$$3y = 18$$

Dividí por 3:

$$y = 6$$

Respuesta: $y = 6$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**6.15** Resolvé $2m + 9 = 23$.

Restamos 9:

$$2m = 14$$

Dividí por 2:

$$m = 7$$

Respuesta: $m = 7$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****6.16** Resolvé $\frac{n}{3} + 4 = 9$.

Restamos 4:

$$\frac{n}{3} = 5$$

Multiplicamos por 3:

$$n = 15$$

Respuesta: $n = 15$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****6.17** Resolvé $5 - p = 11$.

Restamos 5:

$$-p = 6$$

Multiplicamos por -1 :

$$p = -6$$

Respuesta: $p = -6$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****6.18** Resolvé $-2x = 14$.Dividí por -2 :

$$x = -7$$

Respuesta: $x = -7$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****6.19** Resolvé $7k + 5 = 40$.

Restamos 5:

$$7k = 35$$

Dividí por 7:

$$k = 5$$

Respuesta: $k = 5$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**6.20** Resolvé $\frac{a}{5} - 3 = 1$.

Sumamos 3:

$$\frac{a}{5} = 4$$

Multiplicamos por 5:

$$a = 20$$

Respuesta: $a = 20$.**Capítulo 7****Ejemplo resuelto (sin saltos)****7.1** Resolvé $3(x + 2) = 18$.

Distribuimos:

$$3x + 6 = 18$$

Restamos 6:

$$3x = 12$$

Dividí por 3:

$$x = 4$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.2** Resolvé $4(2y - 1) = 20$.

Distribuimos:

$$8y - 4 = 20$$

Sumamos 4:

$$8y = 24$$

Dividí por 8:

$$y = 3$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.3** Resolvé $5 - 2(x + 1) = -9$.

Distribuimos:

$$5 - 2x - 2 = -9$$

Sumamos términos semejantes:

$$3 - 2x = -9$$

Restamos 3:

$$-2x = -12$$

Dividí por -2 :

$$x = 6$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.4** Resolvé $2(x - 3) + 4 = 10$.

Distribuimos:

$$2x - 6 + 4 = 10$$

Combinamos:

$$2x - 2 = 10$$

Sumamos 2:

$$2x = 12$$

Dividí por 2:

$$x = 6$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.5** Resolvé $5x - 7 = 2x + 8$.Restamos $2x$:

$$3x - 7 = 8$$

Sumamos 7:

$$3x = 15$$

Dividí por 3:

$$x = 5$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.6** Resolvé $6a + 3 = 2a + 15$.Restamos $2a$:

$$4a + 3 = 15$$

Restamos 3:

$$4a = 12$$

Dividí por 4:

$$a = 3$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.7** Resolvé $3x + 4 = 2x + 11$.Restamos $2x$:

$$x + 4 = 11$$

Restamos 4:

$$x = 7$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.8** Resolvé $4(x - 1) + 3 = 2x + 9$.

Distribuimos:

$$4x - 4 + 3 = 2x + 9$$

Combinamos:

$$4x - 1 = 2x + 9$$

Restamos $2x$:

$$2x - 1 = 9$$

Sumamos 1:

$$2x = 10$$

Dividí por 2:

$$x = 5$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.9** Resolvé $2(x + 3) - 4 = x + 9$.

Distribuimos:

$$2x + 6 - 4 = x + 9$$

Combinamos:

$$2x + 2 = x + 9$$

Restamos x :

$$x + 2 = 9$$

Restamos 2:

$$x = 7$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.10** Resolvé $3 - (2x - 5) = 12$.

Distribuimos el signo negativo:

$$3 - 2x + 5 = 12$$

Combinamos:

$$8 - 2x = 12$$

Restamos 8:

$$-2x = 4$$

Dividí por -2 :

$$x = -2$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.11** Resolvé $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$.

Multiplicamos todos los términos por 6:

$$6 \cdot \frac{x}{2} + 6 \cdot \frac{x}{3} = 6 \cdot 5$$

Simplificá:

$$3x + 2x = 30$$

Entonces:

$$5x = 30$$

Dividí por 5:

$$x = 6$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.12** Resolvé $\frac{x}{3} + 5 = 9$.

Restamos 5:

$$\frac{x}{3} = 4$$

Multiplicamos por 3:

$$x = 12$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.13** Resolvé $\frac{2x-1}{3} = 5$.

Multiplicamos por 3:

$$2x - 1 = 15$$

Sumamos 1:

$$2x = 16$$

Dividí por 2:

$$x = 8$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.14** Resolvé $\frac{x+4}{2} = 7$.

Multiplicamos por 2:

$$x + 4 = 14$$

Restamos 4:

$$x = 10$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

7.15 Resolvé $2x + 5 = 2x - 1$.

Restamos $2x$ en ambos lados:

$$5 = -1$$

Esto es falso, así que la ecuación **no tiene solución**.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

7.16 Resolvé $4(x + 1) = 4x + 4$.

Distribuimos:

$$4x + 4 = 4x + 4$$

Restamos $4x$:

$$4 = 4$$

Esto es siempre verdadero, así que la ecuación tiene **infinitas soluciones**.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

7.17 Resolvé $3(x - 2) = 3x + 5$.

Distribuimos:

$$3x - 6 = 3x + 5$$

Restamos $3x$:

$$-6 = 5$$

Esto es falso, así que **no hay solución**.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

7.18 Resolvé $7 - 2(y + 3) = 1$.

Distribuimos:

$$7 - 2y - 6 = 1$$

Combinamos:

$$1 - 2y = 1$$

Restamos 1:

$$-2y = 0$$

Dividí por -2 :

$$y = 0$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.19** Resolvé $5(x - 2) = 3x + 6$.

Distribuimos:

$$5x - 10 = 3x + 6$$

Restamos $3x$:

$$2x - 10 = 6$$

Sumamos 10:

$$2x = 16$$

Dividí por 2:

$$x = 8$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.20** Resolvé $\frac{3x+6}{3} = 8$.

Multiplicamos por 3:

$$3x + 6 = 24$$

Restamos 6:

$$3x = 18$$

Dividí por 3:

$$x = 6$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.21** Resolvé $2(3m - 1) + 5 = 15$.

Distribuimos:

$$6m - 2 + 5 = 15$$

Combinamos:

$$6m + 3 = 15$$

Restamos 3:

$$6m = 12$$

Dividí por 6:

$$m = 2$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**7.22** Resolvé $4 - 3(2x - 1) = -11$.

Distribuimos:

$$4 - 6x + 3 = -11$$

Combinamos:

$$7 - 6x = -11$$

Restamos 7:

$$-6x = -18$$

Dividí por -6 :

$$x = 3$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

7.23 Decidí si $4a + 7 = 4a - 2$ tiene una solución, no tiene solución o tiene infinitas soluciones. Restamos $4a$ en ambos lados:

$$7 = -2$$

Esto es falso, así que **no hay solución**.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

7.24 Decidí si $3(b - 2) = 3b - 6$ tiene una solución, no tiene solución o tiene infinitas soluciones. Distribuimos:

$$3b - 6 = 3b - 6$$

Restamos $3b$:

$$-6 = -6$$

Esto es siempre verdadero, así que hay **infinitas soluciones**.

Capítulo 8

Ejemplo resuelto (sin saltos)

8.1 Resolvé $x + 4 > 9$.

Restamos 4 en ambos lados:

$$x + 4 - 4 > 9 - 4$$

$$x > 5$$

Respuesta: $x > 5$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

8.2 Resolvé $y - 3 \leq 7$.

Sumamos 3 a ambos lados:

$$y - 3 + 3 \leq 7 + 3$$

$$y \leq 10$$

Respuesta: $y \leq 10$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**8.3** Resolvé $2x < 10$.

Dividimos ambos lados por 2:

$$\frac{2x}{2} < \frac{10}{2}$$
$$x < 5$$

Respuesta: $x < 5$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****8.4** Resolvé $-3x \leq 12$.Dividimos ambos lados por -3 . Como dividimos por un número negativo, invertimos la desigualdad:

$$x \geq -4$$

Respuesta: $x \geq -4$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****8.5** Resolvé $5 - 2k \geq 1$.

Restamos 5 en ambos lados:

$$-2k \geq -4$$

Dividí por -2 e invertí el signo:

$$k \leq 2$$

Respuesta: $k \leq 2$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****8.6** Resolvé $2 < x + 1 \leq 6$.

Restamos 1 en las tres partes:

$$2 - 1 < x + 1 - 1 \leq 6 - 1$$

$$1 < x \leq 5$$

Respuesta: $1 < x \leq 5$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****8.7** Escribí la solución de $x \geq -2$ en notación de intervalos.El valor -2 está incluido, así que usamos corchete en -2 . La solución se extiende hacia la derecha para siempre:

$$[-2, \infty)$$

Respuesta: $[-2, \infty)$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

8.8 Escribí la solución de $x < 4$ en notación de intervalos.

El valor 4 no está incluido, así que usamos paréntesis en 4. La solución se extiende hacia la izquierda para siempre:

$$(-\infty, 4)$$

Respuesta: $(-\infty, 4)$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

8.9 Resolvé $x + 4 > 11$.

Restamos 4 en ambos lados:

$$x > 7$$

Respuesta: $x > 7$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

8.10 Resolvé $3x - 5 \leq 7$.

Sumamos 5 a ambos lados:

$$3x \leq 12$$

Dividí por 3:

$$x \leq 4$$

Respuesta: $x \leq 4$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

8.11 Resolvé $-2x < 10$.

Dividí por -2 e invertí el signo:

$$x > -5$$

Respuesta: $x > -5$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

8.12 Resolvé $5 - 3x \geq -7$.

Restamos 5 en ambos lados:

$$-3x \geq -12$$

Dividí por -3 e invertí el signo:

$$x \leq 4$$

Respuesta: $x \leq 4$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

8.13 Resolvé $-3 \leq x + 2 < 9$.

Restamos 2 en las tres partes:

$$-3 - 2 \leq x + 2 - 2 < 9 - 2$$

$$-5 \leq x < 7$$

Respuesta: $-5 \leq x < 7$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

8.14 Resolvé $-4 \leq 2y - 2 < 8$.

Sumamos 2 en las tres partes:

$$-2 \leq 2y < 10$$

Ahora dividimos las tres partes por 2:

$$-1 \leq y < 5$$

Respuesta: $-1 \leq y < 5$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

8.15 Resolvé $7 - 2m > 1$.

Restamos 7:

$$-2m > -6$$

Dividí por -2 e invertí el signo:

$$m < 3$$

Respuesta: $m < 3$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

8.16 Resolvé $\frac{x}{3} - 4 \geq -1$.

Sumamos 4 a ambos lados:

$$\frac{x}{3} \geq 3$$

Multiplicamos ambos lados por 3:

$$x \geq 9$$

Respuesta: $x \geq 9$.

Capítulo 9**Ejemplo resuelto (sin saltos)**

9.1 Simplificá 2^5 .

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

Respuesta: 32.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

9.2 Simplificá $x^3 \cdot x^4$.

Misma base, así que sumamos los exponentes:

$$x^3 \cdot x^4 = x^{3+4} = x^7$$

Respuesta: x^7 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

9.3 Simplificá $\frac{y^5}{y^2}$.

Misma base en un cociente, así que restamos los exponentes:

$$\frac{y^5}{y^2} = y^{5-2} = y^3$$

Respuesta: y^3 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)**9.4** Simplificá $(a^2)^3$.

Una potencia elevada a otra potencia significa multiplicar exponentes:

$$(a^2)^3 = a^{2 \cdot 3} = a^6$$

Respuesta: a^6 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****9.5** Reescribí m^{-2} sin exponentes negativos.

Un exponente negativo significa recíproco:

$$m^{-2} = \frac{1}{m^2}$$

Respuesta: $\frac{1}{m^2}$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****9.6** Reescribí $\frac{1}{p^{-3}}$ sin exponentes negativos.Como $p^{-3} = \frac{1}{p^3}$,

$$\frac{1}{p^{-3}} = \frac{1}{1/p^3} = p^3$$

Respuesta: p^3 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****9.7** Simplificá $\sqrt{49}$.Como $7^2 = 49$,

$$\sqrt{49} = 7$$

Respuesta: 7.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****9.8** Simplificá $\sqrt{72}$.Factorizá 72 como $36 \cdot 2$:

$$\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2}$$

Ahora sacamos la raíz de 36:

$$\sqrt{72} = \sqrt{36} \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Respuesta: $6\sqrt{2}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**9.9** Simplificá $x^2 \cdot x^5$.

Sumamos exponentes:

$$x^2 \cdot x^5 = x^{2+5} = x^7$$

Respuesta: x^7 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****9.10** Simplificá $\frac{y^7}{y^3}$.

Restamos exponentes:

$$\frac{y^7}{y^3} = y^{7-3} = y^4$$

Respuesta: y^4 .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****9.11** Reescribí a^{-3} con exponente positivo.

Un exponente negativo significa recíproco:

$$a^{-3} = \frac{1}{a^3}$$

Respuesta: $\frac{1}{a^3}$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****9.12** Simplificá $(2a^3)(3a^2)$.

Multiplicamos los coeficientes:

$$2 \cdot 3 = 6$$

Ahora sumamos exponentes sobre a :

$$a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5$$

Entonces:

$$(2a^3)(3a^2) = 6a^5$$

Respuesta: $6a^5$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

9.13 Reescribí con exponentes positivos: x^{-2} .

$$x^{-2} = \frac{1}{x^2}$$

Respuesta: $\frac{1}{x^2}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

9.14 Simplificá $(3b^2)^2$.

Elevamos al cuadrado el coeficiente y también la parte literal:

$$(3b^2)^2 = 3^2(b^2)^2 = 9b^4$$

Respuesta: $9b^4$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

9.15 Simplificá $\frac{c^5}{c^5}$.

Restamos exponentes:

$$\frac{c^5}{c^5} = c^{5-5} = c^0$$

Todo número no nulo elevado a cero vale 1, así que:

$$c^0 = 1$$

Respuesta: 1.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

9.16 Simplificá $(m^3n^2)(m^2n)$.

Combinamos las bases iguales:

$$m^3 \cdot m^2 = m^5$$

$$n^2 \cdot n = n^3$$

Entonces:

$$(m^3n^2)(m^2n) = m^5n^3$$

Respuesta: m^5n^3 .

Ejemplo resuelto (sin saltos)

9.17 Simplificá $\frac{3^2 \cdot 3^4}{3^3}$.

Combinamos las potencias del numerador:

$$3^2 \cdot 3^4 = 3^6$$

Ahora dividí:

$$\frac{3^6}{3^3} = 3^{6-3} = 3^3 = 27$$

Respuesta: 27.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

9.18 Simplificá $\sqrt{27}$.

Factorizá 27 como $9 \cdot 3$:

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3}$$

Sacamos la raíz de 9:

$$\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

Respuesta: $3\sqrt{3}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

9.19 Simplificá $\sqrt{50}$.

Factorizá 50 como $25 \cdot 2$:

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2}$$

Sacamos la raíz de 25:

$$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Respuesta: $5\sqrt{2}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

9.20 Reescribí 4^{-1} sin exponentes negativos.

Un exponente negativo significa recíproco:

$$4^{-1} = \frac{1}{4}$$

Respuesta: $\frac{1}{4}$.

Capítulo 10

Ejemplo resuelto (sin saltos)

10.1 Factorizá $6x + 9$.

El factor común máximo es 3:

$$6x + 9 = 3(2x + 3)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

10.2 Factorizá $8y - 12$.

El factor común máximo es 4:

$$8y - 12 = 4(2y - 3)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

10.3 Factorizá $12a^2b + 18ab$.

El factor común máximo es $6ab$:

$$12a^2b + 18ab = 6ab(2a + 3)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

10.4 Factorizá $14m^2 - 21m$.

El factor común máximo es $7m$:

$$14m^2 - 21m = 7m(2m - 3)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**10.5** Factorizá $x^2 + 5x + 6$.

Necesitamos dos números que multipliquen 6 y sumen 5. Esos números son 2 y 3.

Entonces:

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**10.6** Factorizá $x^2 + 7x + 10$.

Los números son 5 y 2 porque

$$5 \cdot 2 = 10, \quad 5 + 2 = 7$$

Entonces:

$$x^2 + 7x + 10 = (x + 5)(x + 2)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**10.7** Factorizá $x^2 - 8x + 15$.Los números son -3 y -5 porque

$$(-3)(-5) = 15, \quad -3 + (-5) = -8$$

Entonces:

$$x^2 - 8x + 15 = (x - 3)(x - 5)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**10.8** Factorizá $x^2 - 9x + 20$.Los números son -5 y -4 .

Entonces:

$$x^2 - 9x + 20 = (x - 5)(x - 4)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**10.9** Factorizá $x^2 + 9x + 20$.

Los números son 4 y 5.

Entonces:

$$x^2 + 9x + 20 = (x + 4)(x + 5)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**10.10** Factorizá $x^2 - 5x - 24$.Necesitamos dos números que multipliquen -24 y sumen -5 . Esos números son -8 y 3 .

Entonces:

$$x^2 - 5x - 24 = (x - 8)(x + 3)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**10.11** Factorizá $y^2 + 2y - 15$.Necesitamos dos números que multipliquen -15 y sumen 2 . Esos números son 5 y -3 .

Entonces:

$$y^2 + 2y - 15 = (y + 5)(y - 3)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**10.12** Factorizá $x^2 - 16$.

Reconocemos una diferencia de cuadrados:

$$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**10.13** Factorizá $x^2 - 25$.

De nuevo, esto es una diferencia de cuadrados:

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x - 5)(x + 5)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**10.14** Factorizá $4x^2 - 25$.

Escribimos cada término como un cuadrado:

$$4x^2 = (2x)^2, \quad 25 = 5^2$$

Entonces:

$$4x^2 - 25 = (2x - 5)(2x + 5)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**10.15** Factorizá $a^2 - 16$.

$$a^2 - 16 = a^2 - 4^2 = (a - 4)(a + 4)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

10.16 Factorizá $9m^2 - 1$.

$$9m^2 - 1 = (3m)^2 - 1^2 = (3m - 1)(3m + 1)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

10.17 Factorizá $3x^2 + 12x$.

Sacamos el factor común $3x$:

$$3x^2 + 12x = 3x(x + 4)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

10.18 Factorizá $2x^2 + 10x$.

Sacamos el factor común $2x$:

$$2x^2 + 10x = 2x(x + 5)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

10.19 Desarrollá $(x + 2)(x + 3)$ para chequear.

Multiplicamos cada parte:

$$(x + 2)(x + 3) = x^2 + 3x + 2x + 6$$

Sumamos términos semejantes:

$$x^2 + 5x + 6$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

10.20 Desarrollá $(x - 4)(x + 4)$ para chequear.

Usamos distributiva:

$$(x - 4)(x + 4) = x^2 + 4x - 4x - 16$$

Combinamos:

$$x^2 - 16$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

10.21 Decidí si $x^2 + 2x + 2$ factoriza lindo sobre los enteros.

Probamos los pares enteros de 2:

$$1 \cdot 2 = 2, \quad 1 + 2 = 3$$

$$(-1)(-2) = 2, \quad -1 + (-2) = -3$$

Ningún par suma 2, así que **no** factoriza prolijamente sobre los enteros.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

10.22 Decidí si $x^2 + x - 6$ factoriza lindo sobre los enteros y, si factoriza, hacelo. Necesitamos dos enteros que multipliquen -6 y sumen 1 . Esos enteros son 3 y -2 . Entonces:

$$x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

10.23 Factorizá $5x^2 - 45$.
Primero sacá el factor común máximo:

$$5x^2 - 45 = 5(x^2 - 9)$$

Ahora factorizamos la diferencia de cuadrados:

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

Entonces la factorización completa es:

$$5x^2 - 45 = 5(x - 3)(x + 3)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

10.24 Factorizá $2x^2 + 8x + 6$.
Sacamos el factor común 2 :

$$2x^2 + 8x + 6 = 2(x^2 + 4x + 3)$$

Ahora factorizamos el trinomio:

$$x^2 + 4x + 3 = (x + 1)(x + 3)$$

Entonces:

$$2x^2 + 8x + 6 = 2(x + 1)(x + 3)$$

Capítulo 11

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.1 Explicá qué significa el punto $(3, -2)$.
El primer número indica la posición horizontal. El segundo número indica la posición vertical. Entonces $(3, -2)$ significa: movete 3 unidades a la derecha y 2 hacia abajo.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.2 Hallá la pendiente entre $(1, 2)$ y $(5, 10)$.

Usamos:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Reemplazamos:

$$m = \frac{10 - 2}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2$$

Respuesta: $m = 2$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.3 Hallá la pendiente entre $(2, 5)$ y $(6, 1)$.

$$m = \frac{1 - 5}{6 - 2} = \frac{-4}{4} = -1$$

Respuesta: $m = -1$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.4 Hallá la pendiente entre $(-1, 4)$ y $(3, 4)$.

$$m = \frac{4 - 4}{3 - (-1)} = \frac{0}{4} = 0$$

Respuesta: $m = 0$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.5 En $y = 3x - 4$, identificá m y b .

Comparamos con $y = mx + b$. Entonces:

$$m = 3, \quad b = -4$$

Respuesta: $m = 3, b = -4$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.6 En $y = -2x + 7$, identificá m y b .

Comparamos con $y = mx + b$. Entonces:

$$m = -2, \quad b = 7$$

Respuesta: $m = -2, b = 7$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.7 Decidí si una recta con pendiente 0 sube, baja o queda plana.

Una pendiente de 0 significa que no hay cambio vertical. Entonces la recta queda plana.

Respuesta: queda plana.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.8 Explicá por qué una recta vertical no tiene pendiente.

La pendiente es:

$$m = \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x}$$

En una recta vertical, el cambio en x es 0. Eso significaría dividir por 0, y eso no se puede hacer. Entonces una recta vertical tiene pendiente indefinida.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.9 Hallá la pendiente entre $(-2, 4)$ y $(3, -6)$.

$$m = \frac{-6 - 4}{3 - (-2)} = \frac{-10}{5} = -2$$

Respuesta: $m = -2$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.10 Escribí la ecuación de la recta con pendiente 2 y ordenada al origen -3 .

Usamos $y = mx + b$. Reemplazamos $m = 2$ y $b = -3$:

$$y = 2x - 3$$

Respuesta: $y = 2x - 3$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.11 Escribí la ecuación de la recta que pasa por $(1, 4)$ con pendiente -2 .

Partimos de $y = mx + b$ y usamos $m = -2$:

$$y = -2x + b$$

Ahora usamos el punto $(1, 4)$:

$$4 = -2(1) + b$$

$$4 = -2 + b$$

Sumamos 2 a ambos lados:

$$6 = b$$

Entonces la ecuación es:

$$y = -2x + 6$$

Respuesta: $y = -2x + 6$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.12 Decidí si el punto $(2, 5)$ pertenece a la recta $y = 3x - 1$.

Reemplazamos $x = 2$:

$$y = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$$

El punto da $y = 5$, así que sí pertenece a la recta.

Respuesta: sí.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.13 Hallá la pendiente entre $(2, 5)$ y $(6, 13)$.

$$m = \frac{13 - 5}{6 - 2} = \frac{8}{4} = 2$$

Respuesta: $m = 2$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.14 Hallá la pendiente entre $(-4, -1)$ y $(2, 2)$.

$$m = \frac{2 - (-1)}{2 - (-4)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Respuesta: $m = \frac{1}{2}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.15 Hallá la pendiente entre $(7, -2)$ y $(7, 5)$.

$$m = \frac{5 - (-2)}{7 - 7} = \frac{7}{0}$$

Dividir por 0 no está definido, así que la pendiente es indefinida.

Respuesta: la pendiente es indefinida.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.16 Escribí la ecuación de la recta con pendiente 3 y ordenada al origen -2 en la forma $y = mx + b$.

Usamos $m = 3$ y $b = -2$:

$$y = 3x - 2$$

Respuesta: $y = 3x - 2$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.17 Escribí la ecuación de la recta de pendiente -1 que pasa por $(1, 2)$ en la forma $y = mx + b$. Partimos de:

$$y = -x + b$$

Usá el punto $(1, 2)$:

$$2 = -1 + b$$

Sumamos 1 a ambos lados:

$$3 = b$$

Entonces:

$$y = -x + 3$$

Respuesta: $y = -x + 3$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.18 Para la recta $y = 2x - 5$, hallá y cuando $x = 4$.

Reemplazamos $x = 4$:

$$y = 2(4) - 5 = 8 - 5 = 3$$

Respuesta: 3.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.19 Para la recta $y = 2x - 5$, hallá x cuando $y = 9$.

Tomamos $y = 9$:

$$9 = 2x - 5$$

Sumamos 5:

$$14 = 2x$$

Dividí por 2:

$$x = 7$$

Respuesta: $x = 7$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

11.20 ¿El punto $(3, 1)$ pertenece a la recta $y = 2x - 5$?

Reemplazamos $x = 3$:

$$y = 2(3) - 5 = 6 - 5 = 1$$

El valor de y que resulta es 1, así que el punto sí pertenece a la recta.

Respuesta: sí.

Capítulo 12**Ejemplo resuelto (sin saltos)**

12.1 Usá $A = lw$ con $l = 8$ y $w = 3$.

Reemplazamos los valores:

$$A = (8)(3)$$

Multiplicamos:

$$A = 24$$

Respuesta: 24.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

12.2 Usá $d = rt$ con $r = 60$ y $t = 2.5$.

Reemplazamos:

$$d = (60)(2.5)$$

Multiplicamos:

$$d = 150$$

Respuesta: 150.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

12.3 Usá $y = mx + b$ con $m = 2$, $x = 5$, $b = -3$.

Reemplazamos con cuidado:

$$y = (2)(5) + (-3)$$

Ahora simplificamos:

$$y = 10 - 3 = 7$$

Respuesta: 7.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**12.4** Despeja b en $y = mx + b$.Restamos mx en ambos lados:

$$y - mx = b$$

Entonces:

$$b = y - mx$$

Respuesta: $b = y - mx$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****12.5** Despeja t en $d = rt$.Dividimos ambos lados por r :

$$\frac{d}{r} = \frac{rt}{r}$$

Entonces:

$$t = \frac{d}{r}$$

Respuesta: $t = \frac{d}{r}$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****12.6** Despeja w en $P = 2l + 2w$.Restamos $2l$ en ambos lados:

$$P - 2l = 2w$$

Ahora dividimos por 2:

$$w = \frac{P - 2l}{2}$$

Respuesta: $w = \frac{P - 2l}{2}$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****12.7** Despeja C en $F = \frac{9}{5}C + 32$.

Restamos 32:

$$F - 32 = \frac{9}{5}C$$

Multiplicamos ambos lados por el recíproco $\frac{5}{9}$:

$$\frac{5}{9}(F - 32) = C$$

Entonces:

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

Respuesta: $C = \frac{5}{9}(F - 32)$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**12.8** Despeja r en $A = \pi r^2$.Dividí por π :

$$\frac{A}{\pi} = r^2$$

Tomamos raíz cuadrada en ambos lados:

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

Respuesta: $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****12.9** Despeja x en $\frac{x-a}{b} = c$.Multiplicamos ambos lados por b :

$$x - a = bc$$

Sumamos a a ambos lados:

$$x = bc + a$$

Respuesta: $x = bc + a$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****12.10** Despeja b en $A = \frac{1}{2}bh$.

Multiplicamos ambos lados por 2:

$$2A = bh$$

Ahora dividimos por h :

$$b = \frac{2A}{h}$$

Respuesta: $b = \frac{2A}{h}$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****12.11** Despeja x en $z = \frac{x-y}{3}$.

Multiplicamos ambos lados por 3:

$$3z = x - y$$

Sumamos y a ambos lados:

$$x = 3z + y$$

Respuesta: $x = 3z + y$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

12.12 Usá $P = 2l + 2w$ con $l = 7$ y $w = 4$.

Reemplazamos:

$$P = 2(7) + 2(4)$$

Simplificá:

$$P = 14 + 8 = 22$$

Respuesta: 22.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

12.13 Usá $I = Prt$ con $P = 500$, $r = 0.08$, $t = 2$.

Reemplazamos:

$$I = (500)(0.08)(2)$$

Multiplicamos paso a paso:

$$500 \cdot 0.08 = 40$$

$$40 \cdot 2 = 80$$

Respuesta: 80.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

12.14 Despejá P en $I = Prt$.

Dividimos ambos lados por rt :

$$P = \frac{I}{rt}$$

Respuesta: $P = \frac{I}{rt}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

12.15 Despejá h en $A = \frac{1}{2}bh$.

Multiplicamos ambos lados por 2:

$$2A = bh$$

Dividimos ambos lados por b :

$$h = \frac{2A}{b}$$

Respuesta: $h = \frac{2A}{b}$.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**12.16** Despeja x en $y = ax + b$.Restamos b :

$$y - b = ax$$

Dividí por a :

$$x = \frac{y - b}{a}$$

Respuesta: $x = \frac{y-b}{a}$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****12.17** Despeja r en $C = 2\pi r$.Dividimos ambos lados por 2π :

$$r = \frac{C}{2\pi}$$

Respuesta: $r = \frac{C}{2\pi}$.**Ejemplo resuelto (sin saltos)****12.18** Usá $C = 2\pi r$ con $r = 3$.

Reemplazamos:

$$C = 2\pi(3)$$

Simplificá:

$$C = 6\pi$$

Respuesta: 6π .**Ejemplo resuelto (sin saltos)****12.19** Usamos $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ con $u = 4$, $a = 2$, $t = 3$.

Reemplazamos:

$$s = (4)(3) + \frac{1}{2}(2)(3^2)$$

Simplificá cada parte:

$$(4)(3) = 12$$

$$3^2 = 9$$

$$\frac{1}{2}(2)(9) = 1 \cdot 9 = 9$$

Ahora sumá:

$$s = 12 + 9 = 21$$

Respuesta: 21.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

12.20 Despeja a en $s = ut + \frac{1}{2}at^2$.

Restamos ut en ambos lados:

$$s - ut = \frac{1}{2}at^2$$

Multiplicamos ambos lados por 2:

$$2(s - ut) = at^2$$

Ahora dividimos por t^2 :

$$a = \frac{2(s - ut)}{t^2}$$

Respuesta: $a = \frac{2(s-ut)}{t^2}$.

Capítulo 13

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.1 La suma de un número y 9 es 20. Halla el número.

Sea x el número. Entonces:

$$x + 9 = 20$$

Restamos 9:

$$x = 11$$

Respuesta: 11.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.2 El triple de un número es 27. Halla el número.

Sea x el número. Entonces:

$$3x = 27$$

Dividí por 3:

$$x = 9$$

Respuesta: 9.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.3 El doble de un número más 4 es 18. Hallá el número.

Sea x el número. Entonces:

$$2x + 4 = 18$$

Restamos 4:

$$2x = 14$$

Dividí por 2:

$$x = 7$$

Respuesta: 7.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.4 Un número disminuido en 7 da 12. Hallá el número.

Sea x el número. Entonces:

$$x - 7 = 12$$

Sumamos 7:

$$x = 19$$

Respuesta: 19.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.5 Un número dividido por 4 da 7. Hallá el número.

Sea x el número. Entonces:

$$\frac{x}{4} = 7$$

Multiplicamos por 4:

$$x = 28$$

Respuesta: 28.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.6 Cinco más que un número es 17. Hallá el número.

Sea x el número. Entonces:

$$x + 5 = 17$$

Restamos 5:

$$x = 12$$

Respuesta: 12.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.7 Un taxi cobra una tarifa base de \$4 más \$3 por milla. Si la cuenta total fue de \$25, ¿cuántas millas se recorrieron?

Sea m la cantidad de millas. Entonces:

$$4 + 3m = 25$$

Restamos 4:

$$3m = 21$$

Dividí por 3:

$$m = 7$$

Respuesta: 7 millas.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.8 Un plan de teléfono cuesta \$30 más \$5 por cada GB extra. Si la cuenta total es \$55, ¿cuántos GB extra se usaron?

Sea g la cantidad de GB extra. Entonces:

$$30 + 5g = 55$$

Restamos 30:

$$5g = 25$$

Dividí por 5:

$$g = 5$$

Respuesta: 5 GB.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.9 Una entrada de cine cuesta \$12 y las palomitas cuestan \$5. Si una porción de palomitas y algunas entradas suman \$41, ¿cuántas entradas se compraron?

Sea t la cantidad de entradas. Entonces:

$$12t + 5 = 41$$

Restamos 5:

$$12t = 36$$

Dividí por 12:

$$t = 3$$

Respuesta: 3 entradas.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.10 Un gimnasio cobra \$20 de inscripción y \$15 por mes. Si el total pagado es \$110, ¿cuántos meses son?

Sea m la cantidad de meses. Entonces:

$$20 + 15m = 110$$

Restamos 20:

$$15m = 90$$

Dividí por 15:

$$m = 6$$

Respuesta: 6 meses.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.11 Un rectángulo tiene largo 8 y perímetro 26. ¿Cuál es el ancho?

Sea w el ancho. Usamos

$$P = 2l + 2w$$

Reemplazamos:

$$26 = 2(8) + 2w$$

Simplificá:

$$26 = 16 + 2w$$

Restamos 16:

$$10 = 2w$$

Dividí por 2:

$$w = 5$$

Respuesta: el ancho es 5.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.12 Un rectángulo tiene ancho 5 y perímetro 34. ¿Cuál es el largo?

Sea l el largo. Entonces:

$$34 = 2l + 2(5)$$

Simplificá:

$$34 = 2l + 10$$

Restamos 10:

$$24 = 2l$$

Dividí por 2:

$$l = 12$$

Respuesta: el largo es 12.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.13 El perímetro de un cuadrado es 44. ¿Cuál es la longitud del lado?

Sea s la longitud del lado. Entonces:

$$4s = 44$$

Dividí por 4:

$$s = 11$$

Respuesta: el lado mide 11.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.14 Un estudiante sacó 68, 74 y 82 en tres exámenes. ¿Qué nota necesita en el cuarto examen para promediar 75?

Sea x la cuarta nota. Entonces:

$$\frac{68 + 74 + 82 + x}{4} = 75$$

Sumamos las notas conocidas:

$$224 + x$$

Entonces:

$$\frac{224 + x}{4} = 75$$

Multiplicamos por 4:

$$224 + x = 300$$

Restamos 224:

$$x = 76$$

Respuesta: 76.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.15 Dos pruebas dieron 70 y 82. ¿Qué nota hace falta en la tercera prueba para promediar 80?

Sea x la tercera nota. Entonces:

$$\frac{70 + 82 + x}{3} = 80$$

Sumamos:

$$\frac{152 + x}{3} = 80$$

Multiplicamos por 3:

$$152 + x = 240$$

Restamos 152:

$$x = 88$$

Respuesta: 88.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.16 Tres números tienen promedio 12. ¿Cuánto da su suma?

Promedio significa

$$\frac{\text{suma}}{3} = 12$$

Multiplicamos por 3:

$$\text{suma} = 36$$

Respuesta: 36.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.17 Dos enteros consecutivos suman 31. Hallalos.

Sea n el primer entero. Entonces el siguiente es $n + 1$.

Entonces:

$$n + (n + 1) = 31$$

Combinamos:

$$2n + 1 = 31$$

Restamos 1:

$$2n = 30$$

Dividí por 2:

$$n = 15$$

Entonces los enteros son 15 y 16.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.18 Dos enteros pares consecutivos suman 42. Hallalos.

Sea n el primer entero par. Entonces el siguiente entero par es $n + 2$.

Entonces:

$$n + (n + 2) = 42$$

Combinamos:

$$2n + 2 = 42$$

Restamos 2:

$$2n = 40$$

Dividí por 2:

$$n = 20$$

Entonces los enteros son 20 y 22.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.19 Una soga de 36 metros se corta en dos partes. Una parte mide 8 metros más que la otra. Hallá ambas longitudes.

Sea x la parte más corta. Entonces la parte más larga es $x + 8$.

Entonces:

$$x + (x + 8) = 36$$

Combinamos:

$$2x + 8 = 36$$

Restamos 8:

$$2x = 28$$

Dividí por 2:

$$x = 14$$

Entonces las partes miden 14 y 22.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.20 Un número es 6 mayor que otro. La suma de ambos es 30. Hallá los dos números.

Sea x el número menor. Entonces el número mayor es $x + 6$.

Entonces:

$$x + (x + 6) = 30$$

Combinamos:

$$2x + 6 = 30$$

Restamos 6:

$$2x = 24$$

Dividí por 2:

$$x = 12$$

Entonces los números son 12 y 18.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.21 Una remera de \$45 tiene un descuento del 20%. ¿Cuál es el precio final?

Un descuento del 20 % deja el 80 % del precio:

$$0.80 \cdot 45 = 36$$

Respuesta: \$36.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.22 Un precio de \$80 aumenta un 15 %. ¿Cuál es el nuevo precio?
Multiplicamos por:

$$1 + 0.15 = 1.15$$

Entonces:

$$1.15 \cdot 80 = 92$$

Respuesta: \$92.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.23 Un auto viaja a 60 millas por hora durante 2.5 horas. ¿Qué distancia recorre?
Usamos

$$d = rt$$

Reemplazamos:

$$d = 60(2.5) = 150$$

Respuesta: 150 millas.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

13.24 Un tanque de agua tiene 12 litros al principio y después gana 4 litros por minuto. ¿Al cabo de cuántos minutos tendrá 40 litros?
Llamemos m a los minutos. Entonces:

$$12 + 4m = 40$$

Restamos 12:

$$4m = 28$$

Dividí por 4:

$$m = 7$$

Respuesta: 7 minutos.

Capítulo 14

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.1 Simplificá $4x - 3 + 2x + 9$.
Sumamos términos semejantes:

$$4x + 2x = 6x, \quad -3 + 9 = 6$$

Entonces:

$$4x - 3 + 2x + 9 = 6x + 6$$

Habilidad probable: Capítulo 5.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.2 Desarrollá y simplificá $-2(3x - 4) + 5$.

Distribuimos:

$$-6x + 8 + 5$$

Combinamos las constantes:

$$-6x + 13$$

Habilidad probable: Capítulo 5.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.3 Resolvé $3x + 7 = 22$.

Restamos 7:

$$3x = 15$$

Dividí por 3:

$$x = 5$$

Habilidad probable: Capítulo 6.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.4 Resolvé $5(x - 1) = 20$.

Distribuimos:

$$5x - 5 = 20$$

Sumamos 5:

$$5x = 25$$

Dividí por 5:

$$x = 5$$

Habilidad probable: Capítulo 7.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.5 Resolvé $-4x \geq 12$.

Dividí por -4 e invertí la desigualdad:

$$x \leq -3$$

Habilidad probable: Capítulo 8.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.6 Simplificá $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$.

El denominador común es 8:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

Entonces:

$$\frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Habilidad probable: Capítulo 3.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.7 Simplificá $a^3 \cdot a^4$.

Sumamos los exponentes:

$$a^{3+4} = a^7$$

Habilidad probable: Capítulo 9.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.8 Factorizá $x^2 + 8x + 15$.

Necesitamos dos números cuyo producto sea 15 y cuya suma sea 8. Esos números son 3 y 5.

Entonces:

$$x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$$

Habilidad probable: Capítulo 10.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.9 Hallá 15 % de 60.

Convertí:

$$15 \% = 0.15$$

Multiplicamos:

$$0.15 \cdot 60 = 9$$

Habilidad probable: Capítulo 4.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.10 Convertí 0.08 a porcentaje.

Corré la coma dos lugares a la derecha:

$$0.08 = 8 \%$$

Habilidad probable: Capítulo 4.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.11 Hallá la pendiente de la recta que pasa por $(1, -2)$ y $(5, 6)$.

Usamos

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Entonces:

$$m = \frac{6 - (-2)}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2$$

Habilidad probable: Capítulo 11.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.12 Despejá b en $y = mx + b$.

Restamos mx :

$$b = y - mx$$

Habilidad probable: Capítulo 12.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.13 Resolvé $2(x - 3) + 5 = 17$.

Distribuimos:

$$2x - 6 + 5 = 17$$

Combinamos:

$$2x - 1 = 17$$

Sumamos 1:

$$2x = 18$$

Dividí por 2:

$$x = 9$$

Habilidad probable: Capítulo 7.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.14 Factorizá $x^2 - 9$.

Esto es una diferencia de cuadrados:

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$$

Habilidad probable: Capítulo 10.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.15 Resolvé $\frac{y}{4} + 6 = 9$.

Restamos 6:

$$\frac{y}{4} = 3$$

Multiplicamos por 4:

$$y = 12$$

Habilidad probable: Capítulo 6.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.16 Hallá la pendiente de la recta que pasa por $(-3, 2)$ y $(1, -6)$.

$$m = \frac{-6 - 2}{1 - (-3)} = \frac{-8}{4} = -2$$

Habilidad probable: Capítulo 11.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.17 Despejá b en $A = \frac{1}{2}bh$.

Multiplicamos por 2:

$$2A = bh$$

Dividí por h :

$$b = \frac{2A}{h}$$

Habilidad probable: Capítulo 12.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.18 Simplificá $\frac{x^2 \cdot x^3}{x}$.

Primero combiná el numerador:

$$x^2 \cdot x^3 = x^5$$

Ahora dividimos por x :

$$\frac{x^5}{x} = x^4$$

Habilidad probable: Capítulo 9.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.19 Resolvé $-3n < 12$.

Dividí por -3 e invertí el signo:

$$n > -4$$

Habilidad probable: Capítulo 8.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.20 Un número aumentado en 7 da 19. Hallá el número.

Sea x el número. Entonces:

$$x + 7 = 19$$

Restamos 7:

$$x = 12$$

Habilidad probable: Capítulo 13.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.21 Un artículo de \$50 tiene un impuesto del 8%. Hallá el costo total.

Multiplicamos por:

$$1.08$$

Entonces:

$$1.08 \cdot 50 = 54$$

Respuesta: \$54.

Habilidad probable: Capítulo 4.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.22 Factorizá $2x^2 + 10x + 12$.

Sacá el factor común máximo:

$$2x^2 + 10x + 12 = 2(x^2 + 5x + 6)$$

Ahora factorizamos el trinomio:

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

Entonces:

$$2x^2 + 10x + 12 = 2(x + 2)(x + 3)$$

Habilidad probable: Capítulo 10.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.23 Resolvé $4 - 3(2x - 1) = -11$.

Distribuimos:

$$4 - 6x + 3 = -11$$

Combinamos:

$$7 - 6x = -11$$

Restamos 7:

$$-6x = -18$$

Dividí por -6 :

$$x = 3$$

Habilidad probable: Capítulo 7.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.24 Un rectángulo tiene ancho 5 y perímetro 34. Hallá el largo.

Sea l el largo. Entonces:

$$34 = 2l + 2(5)$$

Simplificá:

$$34 = 2l + 10$$

Restamos 10:

$$24 = 2l$$

Dividí por 2:

$$l = 12$$

Habilidad probable: Capítulo 13.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.25 Hallá la pendiente que pasa por $(2, 5)$ y $(6, 13)$, y después escribí la recta con esa pendiente y ordenada al origen -1 .

Primero, la pendiente:

$$m = \frac{13 - 5}{6 - 2} = \frac{8}{4} = 2$$

Ahora usamos la forma pendiente-ordenada al origen:

$$y = mx + b$$

Con $m = 2$ y $b = -1$:

$$y = 2x - 1$$

Habilidad probable: Capítulo 11.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.26 Despeja r en $C = 2\pi r$ y después halla r cuando $C = 10\pi$.

Primero despejamos r :

$$r = \frac{C}{2\pi}$$

Ahora reemplazamos $C = 10\pi$:

$$r = \frac{10\pi}{2\pi} = 5$$

Habilidad probable: Capítulo 12.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.27 Resolvé $\frac{2x-1}{3} = 5$.

Multiplicamos por 3:

$$2x - 1 = 15$$

Sumamos 1:

$$2x = 16$$

Dividí por 2:

$$x = 8$$

Habilidad probable: Capítulo 7.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.28 Factorizá $4x^2 - 25$.

Diferencia de cuadrados:

$$4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x - 5)(2x + 5)$$

Habilidad probable: Capítulo 10.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.29 Una nota sube de 70 a 84. Hallá el aumento porcentual.

Cambio:

$$84 - 70 = 14$$

Dividí por el valor original:

$$\frac{14}{70} = 0.2$$

Convertí:

$$0.2 = 20\%$$

Habilidad probable: Capítulo 4.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

14.30 Dos enteros consecutivos suman 31. Hallá cuáles son.

Sea n el primero. Entonces:

$$n + (n + 1) = 31$$

Combinamos:

$$2n + 1 = 31$$

Restamos 1:

$$2n = 30$$

Dividí por 2:

$$n = 15$$

Entonces los enteros son 15 y 16.

Habilidad probable: Capítulo 13.

Capítulo 15**Ejemplo resuelto (sin saltos)**

15.1 Simplificá $4x - 3 + 2x + 9$.

$$4x + 2x = 6x, \quad -3 + 9 = 6$$

Entonces:

$$6x + 6$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.2 Desarrollá y simplificá $-2(3x - 4) + 5$.

Distribuimos:

$$-6x + 8 + 5$$

Combinamos:

$$-6x + 13$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.3 Resolvé $3x + 7 = 22$.

Restamos 7:

$$3x = 15$$

Dividí por 3:

$$x = 5$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**15.4** Resolvé $5(x - 1) = 20$.

Distribuimos:

$$5x - 5 = 20$$

Sumamos 5:

$$5x = 25$$

Dividí por 5:

$$x = 5$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**15.5** Resolvé $-4x \geq 12$.Dividí por -4 e invertí el signo:

$$x \leq -3$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**15.6** Simplificá $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$.

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

Entonces:

$$\frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**15.7** Simplificá $a^3 \cdot a^4$.

$$a^{3+4} = a^7$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**15.8** Factorizá $x^2 + 8x + 15$.

Los números cuyo producto es 15 y cuya suma es 8 son 3 y 5:

$$x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.9 Hallá la pendiente de la recta que pasa por $(1, -2)$ y $(5, 6)$.

$$m = \frac{6 - (-2)}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.10 Despejá b en $y = mx + b$.

Restamos mx :

$$b = y - mx$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.11 Hallá el 12 % de 150.

$$12 \% = 0.12$$

Entonces:

$$0.12 \cdot 150 = 18$$

Respuesta: 18.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.12 Convertí 0.375 a porcentaje.

Corré la coma dos lugares a la derecha:

$$0.375 = 37.5 \%$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.13 Resolvé $\frac{2x-1}{3} = 5$.

Multiplicamos por 3:

$$2x - 1 = 15$$

Sumamos 1:

$$2x = 16$$

Dividí por 2:

$$x = 8$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**15.14** Factorizá $4x^2 - 25$.

Diferencia de cuadrados:

$$4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2 = (2x - 5)(2x + 5)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**15.15** Un número aumentado en 7 da 19. Hallá el número.Sea x el número. Entonces:

$$x + 7 = 19$$

Restamos 7:

$$x = 12$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**15.16** Un rectángulo tiene largo 8 y perímetro 26. Hallá el ancho.Sea w el ancho. Entonces:

$$26 = 2(8) + 2w$$

Entonces:

$$26 = 16 + 2w$$

Restamos 16:

$$10 = 2w$$

Dividí por 2:

$$w = 5$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**15.17** Simplificá $\frac{x^2 \cdot x^3}{x}$.

$$x^2 \cdot x^3 = x^5$$

Ahora dividimos por x :

$$\frac{x^5}{x} = x^4$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**15.18** Resolvé $4 - 3(2x - 1) = -11$.

Distribuimos:

$$4 - 6x + 3 = -11$$

Combinamos:

$$7 - 6x = -11$$

Restamos 7:

$$-6x = -18$$

Dividí por -6 :

$$x = 3$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.19 Resolvé $-3n < 12$.

Dividí por -3 e invertí el signo:

$$n > -4$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.20 Factorizá $2x^2 + 10x + 12$.

Sacá el factor común máximo:

$$2x^2 + 10x + 12 = 2(x^2 + 5x + 6)$$

Ahora factorizá:

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

Entonces:

$$2x^2 + 10x + 12 = 2(x + 2)(x + 3)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.21 Hallá la pendiente de la recta que pasa por $(2, 5)$ y $(6, 13)$.

$$m = \frac{13 - 5}{6 - 2} = \frac{8}{4} = 2$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.22 Despejá b en $A = \frac{1}{2}bh$.

Multiplicamos por 2:

$$2A = bh$$

Dividí por h :

$$b = \frac{2A}{h}$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.23 Una remera de \$40 tiene un descuento del 30 %. Hallá el precio final.
Un descuento del 30 % deja el 70 % del precio:

$$0.70 \cdot 40 = 28$$

Respuesta: \$28.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.24 Una nota sube de 70 a 84. Hallá el aumento porcentual.
Cambio:

$$84 - 70 = 14$$

Dividí por el valor original:

$$\frac{14}{70} = 0.2$$

Convertí:

$$0.2 = 20 \%$$

Respuesta: 20 %.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.25 Resolvé $2(x + 3) - 4 = x + 9$.
Distribuimos:

$$2x + 6 - 4 = x + 9$$

Combinamos:

$$2x + 2 = x + 9$$

Restamos x :

$$x + 2 = 9$$

Restamos 2:

$$x = 7$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.26 Resolvé $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$.

Multiplicamos todos los términos por 6:

$$3x + 2x = 30$$

Entonces:

$$5x = 30$$

Dividí por 5:

$$x = 6$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.27 Decidí si $2x + 5 = 2x - 1$ tiene una solución, no tiene solución o tiene infinitas soluciones. Restamos $2x$ en ambos lados:

$$5 = -1$$

Esto es falso, así que **no hay solución**.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.28 Despejá C en $F = \frac{9}{5}C + 32$.

Restamos 32:

$$F - 32 = \frac{9}{5}C$$

Multiplicamos por $\frac{5}{9}$:

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.29 Dos enteros consecutivos suman 31. Hallá cuáles son.

Sea n el primer entero. Entonces:

$$n + (n + 1) = 31$$

Entonces:

$$2n + 1 = 31$$

Restamos 1:

$$2n = 30$$

Dividí por 2:

$$n = 15$$

Los enteros son 15 y 16.

Ejemplo resuelto (sin saltos)

15.30 Una cuerda de 36 metros se corta en dos partes. Una mide 8 metros más que la otra. Hallá ambas longitudes.

Sea x la parte más corta. Entonces:

$$x + (x + 8) = 36$$

Entonces:

$$2x + 8 = 36$$

Restamos 8:

$$2x = 28$$

Dividí por 2:

$$x = 14$$

La parte más larga mide 22, así que las dos partes miden 14 y 22.

Ejemplo resuelto (sin saltos)**15.31** Resolvé $5 - 2(x + 1) = -9$.

Distribuimos:

$$5 - 2x - 2 = -9$$

Combinamos:

$$3 - 2x = -9$$

Restamos 3:

$$-2x = -12$$

Dividí por -2 :

$$x = 6$$

Ejemplo resuelto (sin saltos)**15.32** Explicá en una sola oración por qué una recta vertical tiene pendiente indefinida.

La pendiente es

$$\frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x}.$$

En una recta vertical, el cambio en x es 0, y como no se puede dividir por 0, la pendiente es indefinida.