10. *Ueber die abkühlende Wirkung von Luftströmen; von A. Oberbeck.*

---

1. Wird ein dünner Platindraht durch einen electrischen Strom bis zu mässiger Rothgluth erwärmt und dann ein Luftstrom gegen denselben gerichtet, so hört das Glühen auf. Hat man die Stromintensität so regulirt, dass die Rothgluth eben beginnt sichtbar zu werden, so genügt hierzu ein recht schwacher Luftstrom, etwa der Hauch der ausgeathmeten Luft. Alle in dieser Beziehung anzustellenden Versuche weisen darauf hin, dass die abkühlende Wirkung der bei dem Draht vorbeifliessenden Luft nicht unbedeutend ist.

Ist man in der Lage, die Temperatur des erwärmten Drahtes genauer bestimmen zu können, so braucht man sich selbstverständlich nicht auf die Temperatur der beginnenden Rothgluth zu beschränken. Vielmehr kann man jede höhere Temperatur des galvanisch erwärmten Drahtes benutzen und die Abkühlung durch geeignete Luftströme unter Beibehaltung der Wärmeentwickelung in der Zeiteinheit beobachten.

Da mir frühere Untersuchungen über diesen Gegenstand nicht bekannt sind, so habe ich hierüber einige Versuche angestellt, indem ich mir die folgenden Fragen vorlegte:

a) Welche Temperaturerniedrigungen erfährt ein Draht bei gleichmässig andauernder Wärmeerzeugung durch Luftströme von bekannter Geschwindigkeit?

b) Welche Wärmemengen werden einem auf einer constanten höheren Temperatur erhaltenen Draht durch Luftströmungen von bekannter Geschwindigkeit in der Zeiteinheit entzogen?

2. Versuche zur Beantwortung dieser Fragen schienen mir aus verschiedenen Gründen nicht ohne Interesse.

Sind zunächst für einen bestimmten Draht bei Erwärmung desselben durch einen sich stets gleichbleibenden Strom die Temperaturerniedrigungen infolge der Wirkung verschiedener

Luftströme ermittelt worden, so kann man umgekehrt aus der beobachteten Abkühlung einen Schluss auf die Geschwindigkeit eines unbekannten Luftstromes ziehen. Es liesse sich vielleicht sogar nach diesem Princip ein Anemometer herstellen. Jedenfalls hätte dasselbe den Vorzug einer sehr compendiösen Form. Denn es brauchte der dem Wind ausgesetzte Theil nur aus einem dünnen Platindraht von wenigen Centimetern Länge zu bestehen, der mit zwei stärkeren metallischen Zuleitungen versehen ist, denen man eine beliebige, zweckmässige Gestalt geben kann. Aber wenn auch wirkliche Geschwindigkeitsmessungen auf Schwierigkeiten stossen sollten, so würde ein derartiger Apparat jedenfalls geeignet sein, die relative Geschwindigkeit an verschiedenen Orten eines künstlich erzeugten Luftstromes zu messen. Man kann demselben z. B. feste Wände entgegenstellen und hierdurch seine Richtung und Stärke ändern oder seine Intensität schwächen, indem man ihm durchlässige Wände entgegensetzt. In allen diesen Fällen würde man aus der abkühlenden Wirkung auf die Luftgeschwindigkeit einen Schluss ziehen können.

Die Winde sind, wie Langley[1]) vor kurzem nachgewiesen hat, gewöhnlich Luftströmungen von veränderlicher Stärke. Dementsprechend wird ein Platindraht, welcher in den Lauf derselben gebracht und galvanisch erwärmt wird, bald höhere, bald niedrigere Temperaturen zeigen, jedenfalls aber schneller den Veränderungen des Windes folgen, als ein gewöhnliches Robinson'sches Anemometer.

Aber selbst abgesehen von allen weiteren Anwendungen dürfte die Frage nach der abkühlenden Wirkung von Luftströmen theoretisch nicht ohne Interesse sein. Unter gewissen Umständen kann dieselbe allerdings nach bekannten Regeln berechnet werden. Handelt es sich z. B. um eine ausgedehnte Platte, welche in ihrer ganzen Ausdehnung auf der einen Seite auf constanter höherer Temperatur erhalten, auf der anderen Seite überall von einem Luftstrom von niedrigerer Temperatur getroffen wird, so kann man zunächst die einfache Annahme machen, dass auf dieser Seite die freie Oberfläche der Platte auf der

---

1) S. P. Langley, The internal work of the wind. Smithsonian Contributions to knowledge. 884. p. 1—23. 1893.

Temperatur des Luftstromes erhalten wird. Der Wärmefluss durch die Platte würde dann nach der Theorie der Wärmeleitung zu berechnen sein. Ist die Temperaturdifferenz aber auf den beiden Grenzflächen erheblich, so steigt die Temperatur der Platte auch auf der kälteren Seite über die Temperatur der vorbeiströmenden Luft. Ohne Kenntniss der von derselben mitgeführten Wärmemengen würde man die weitere Rechnung nicht durchführen können. Dass es sich hierbei um eine für die Meteorologie nicht unwichtige Frage: um die Abkühlung des Erdbodens durch kalte, die Erwärmung desselben durch wärmere Winde handelt, mag noch nebenbei erwähnt werden. Noch complicirter wird der Vorgang bei der Wirkung von Luftströmen auf Körper anderer Gestalt, z. B. auf eine Kugel. Die Intensität der Luftströme ist hier für verschiedene Stellen der Kugel verschieden. Von der entsprechenden Mitnahme der Wärme von der Oberfläche hängt aber wieder die Leitungsbewegung der Wärme im Innern der Kugel ab.

3. Besitzt der erwärmte Körper so geringe Querdimensionen wie ein dünner Platindraht, so kann man mit grosser Annäherung die Temperatur des Drahtes als überall gleich annehmen. Diese Temperatur liegt aber mehr oder weniger hoch über derjenigen der vorbeifliessenden Luft. Hiernach besteht zwischen der Drahtoberfläche und einer derselben sehr naheliegenden Fläche in der Luft ein Temperaturunterschied von endlicher Grösse. Die Theorie der Wärmeleitung setzt aber stets voraus, dass zwischen sehr nahe gelegenen Flächen sehr kleine Temperaturunterschiede auftreten. Es ist daher zweifelhaft, ob auf diesen Vorgang die Gesetze der Wärmeleitung mit Berücksichtigung von Convectionsströmungen, welche ich früher entwickelt habe[1]), noch anzuwenden sind.

Hiernach schien es mir geboten, zunächst möglichst einfache, orientirende Versuche über diesen Vorgang anzustellen.

4. Leitet man durch einen dünnen Platindraht einen so schwachen Strom, dass eine merkliche Erwärmung des Drahtes nicht stattfindet, so entspricht der Widerstand des Drahtes der Temperatur der Umgebung. Bei Verstärkung des primären

1) A. Oberbeck, Wied. Ann. **11.** p. 489—495; p. 634—652. 1880.

Stromes steigt die Temperatur des Drahtes. Der Widerstand desselben wächst dann ebenfalls. Hieraus kann man einen Schluss auf die höhere Temperatur des Drahtes ziehen. Die hier in Betracht kommenden Widerstandsbestimmungen wurden mit Hülfe eines Differentialgalvanometers ausgeführt.

Der Strom einer Accumulatorenbatterie wurde zu dem Zweck durch einen Regulirwiderstand, ein Ampèremeter, den zu untersuchenden Platindraht und durch einen weiteren Draht geleitet, welcher ungefähr denselben Widerstand, aber viel grösseren Querschnitt, als der Platindraht besitzt. Derselbe war so gross gewählt, dass auch bei den stärksten Strömen eine merkliche Erwärmung nicht eintrat. Von den Enden des Platindrahtes, sowie von den Enden des zuletzt erwähnten Widerstandes gehen Zweigleitungen zu den beiden Rollen eines Spiegelgalvanometers. In diese Zweige sind ausserdem noch Widerstandskästen eingeschaltet. Bezeichnet man die Widerstände, von denen die Zweige abgehen, mit w_1 und w_2, die Widerstände der beiden Zweigleitungen mit z_1 und z_2, die Stromintensitäten in denselben mit i_1 und i_2, so ist:

$$i_1 = \frac{w_1 J}{w_1 + z_1}, \quad i_2 = \frac{w_2 J}{w_2 + z_2},$$

wenn J die Intensität des Hauptkreises ist. Die Galvanometernadel ist im Gleichgewicht, wenn die beiden Zweigströme in einem von der Einheit wenig abweichendem Verhältniss stehen, also wenn

$$i_1 = k\, i_2.$$

Da ausserdem die Zweigwiderstände z_1 und z_2 mehr als tausendmal grösser als w_1 und w_2 sind, so ist die Nadel für jeden Werth von J in Ruhe, wenn

$$w_1 = \left(\frac{k\, w_2}{z_2}\right) . z_1$$

ist. Bei jeder Versuchsreihe blieben w_2 und z_2 unverändert. Also kann der einzuschaltende Widerstand z_1 stets als Maass für w_1 gelten.

Bezeichnet man die Werthe von w_1 und z_1 für einen schwachen Hauptstrom mit w_0 und z_0, für einen stärkeren Strom mit w und z, so ist

$$\frac{w}{w_0} = \frac{z}{z_0}.$$

Aus diesem Widerstandsverhältniss kann ein Schluss auf die Temperatur des Platindrahtes gezogen werden. Zu dem Zweck war das Verhältniss der Widerstände w/w_0 für eine Reihe bekannter Temperaturen bestimmt worden, wobei der Platindraht bis etwas über 200° erwärmt worden war. Ferner wurde das Verhältniss w/w_0 für den Beginn der Rothgluth im Dunkeln (etwas über 400°) und bei Tageslicht (ungefähr 520°) ermittelt und hieraus eine Curve construirt, in welcher die Temperaturen als Abscissen, die Widerstandsverhältnisse als Ordinaten dienten.

Genauere Bestimmungen der Temperatur sind hierbei nicht zu erwarten. Für den hier verfolgten Zweck genügt aber eine Schätzung derselben in der besprochenen Weise vollständig. Mit der beschriebenen Anordnung wird zunächst eine Versuchsreihe ausgeführt, bei welcher der Platindraht in ruhender Luft sich befindet. Für jede Stromstärke erreicht schnell die Temperatur desselben einen Grenzwerth. Die dann noch durch den Strom erzeugten Wärmemengen werden theils durch Strahlung, theils durch Leitung an die angrenzende Luft in Verbindung mit Convectionsströmen der erwärmten Luft abgegeben.

Bei weiteren Versuchsreihen werden Luftströme gegen den Draht gerichtet. Dieselben wurden durch einen electromagnetischen Ventilator von $^1/_4$ Pferdekraft erzeugt. Die Stärke des Luftstromes hängt von der Rotationsgeschwindigkeit des Motors und diese von der Stärke des erregenden Stromes ab und konnte auf diese Weise in ziemlich weiten Grenzen verändert werden. Die Geschwindigkeit ist verschieden in verschiedener Entfernung von dem Motor. Sie wurde jedesmal an der Stelle, wo der Draht sich befand, mit Hülfe eines kleinen Fuess'schen Anemometers gemessen. Diesem Apparat ist eine Correctionstabelle beigegeben, nach welcher aus den Angaben des Zählerwerks die Windgeschwindigkeit entnommen werden konnte.

Sobald der Motor in Bewegung gesetzt wird, sinkt die Temperatur des Drahtes und wird bald bei gleichbleibender Stromintensität constant. Ihre Messung in der oben besprochenen Weise macht daher keine Schwierigkeit. Auch jetzt wird bei gleichbleibender Windgeschwindigkeit eine Versuchsreihe in der Weise ausgeführt, dass dem electrischen Strom eine Reihe verschiedener Werthe gegeben wird. Bei kräftigem Luftstrom kann man die Stromintensität bis zu Werthen steigern, bei welchen bei ruhender Luft der Draht längst durchgeschmolzen wäre.

Auch jetzt wird die ganze in dem Draht erzeugte Wärme fortgeführt. Ein Bruchtheil derselben geht durch Bestrahlung an die Umgebung. Der Rest wird durch die vorbeifliessende Luft mitgenommen.

Bezeichnet man die in der Zeiteinheit von dem Draht ohne besondere Luftströme abgegebene Wärmemenge mit Q_1, so besteht dieselbe bei einer gewissen Temperatur des Drahtes aus der ausgestrahlten Menge S und der durch Leitung und Convectionsströme fortgeführten Menge L. Es ist also

$$Q_1 = S + L.$$

Wird bei Wirkung eines Luftstromes bei gleicher Temperatur des Drahtes die Wärmemenge Q_2 abgegeben, so besteht sie aus derselben ausgestrahlten Menge S und der durch den Luftstrom mitgenommenen Menge X. Also:

$$Q_2 = S + X.$$

Die Beobachtung gibt die Mengen Q_1 und Q_2. Die gesuchte Menge X kann daher nicht direct gemessen werden. Sie liegt aber zwischen den Grenzen

$$Q_2 \text{ und } Q_2 - Q_1,$$

da

$$Q_2 > X > Q_2 - Q_1$$

ist. Beide Werthe werden später angegeben. Einige weitere Schlüsse habe ich aus dem unteren Grenzwerth gezogen.

Ist die Intensität des durch den Draht fliessenden Stromes gemessen und der Widerstand desselben bekannt, so ist die erzeugte Wärmemenge

$$Q = k w i^2.$$

Ist w in Ohm, i in Ampère gegeben, so erhält man Q in Grammcalorien nach der Formel:

$$Q = 0{,}24\, w i^2.$$

5. Ich gehe hiernach zur Besprechung zweier Versuchsreihen über.

a) Der benutzte Platindraht hatte eine Länge von 7,5 cm und 0,05 mm Durchmesser. Derselbe war vertical zwischen zwei Streifen Kupferblech ausgespannt, durch welche der Strom zugeführt wird. Sein Widerstand, bei schwachem Strom gemessen, betrug 2,9 Ohm. Bei Benutzung stärkerer Ströme wächst derselbe infolge der Temperaturzunahme. Die Widerstandsverhältnisse wurden in der früher besprochenen Weise gemessen und sind in der folgenden Tabelle neben den in Ampère gemessenen Strömen in den Spalten w/w_0 angegeben. Daneben stehen die Temperaturen t, welche der Draht infolge der Erwärmung angenommen hat.

Die beiden mit A überschriebenen Columnen beziehen sich auf den Fall, dass der Draht von ruhender Luft umgeben ist. Die Werthe unter B ergaben sich, als ein gleichmässiger, horizontaler Luftstrom von 3,6 m Geschwindigkeit gegen den Draht gerichtet wurde. Bei den Versuchen C war derselbe Luftstrom in Gang gesetzt. Doch befand sich der Draht innerhalb einer cylindrischen Schutzhülle aus einem feinmaschigen Drahtnetz. Die Luftströmung wird dadurch nicht unerheblich geschwächt, übt aber immer noch eine beträchtliche Wirkung aus. Endlich sind unter $t_a - t_b$ und $t_a - t_c$ die Temperaturdifferenzen angegeben, welche einen directen Einblick in die abkühlende Wirkung gewähren.

Tabelle 1.

	A		*B*		*C*			
i	w/w_0	t	w/w_0	t	w/w_0	t	$t_a - t_b$	$t_a - t_c$
0,1	1,00	20°						
0,2	1,08	60						
0,3	1,19	110						
0,4	1,36	180			1,20	110°		70°
0,5	1,59	270	1,15	90°	1,27	150	180°	120
0,6	1,85	360	1,22	130	1,40	200	230	160
0,7	2,17	460	1,29	160	1,56	260	300	200
0,8	2,51	550	1,40	200	1,77	330	350	220
0,9	2,79	620	1,55	260	2,04	420	360	200
1,0			1,70	310	2,35	510		
1,1			1,89	370				
1,2			2,10	440				

Die abkühlende Wirkung der Luftströme ist also recht erheblich. Sie wächst mit der Temperatur, auf welcher der

Draht erhalten wird, und der Stärke der Ströme. Die Dämpfung des Luftstromes durch das Drahtnetz hat einen erheblichen Einfluss auf die abkühlende Wirkung.

Die Berechnung der abgegebenen Wärmemengen erfolgt zunächst für jede einzelne Beobachtung nach der zuvor angegebenen Formel. Man erhält dabei die Tabelle 2, in welcher die für jede einzelne Beobachtung berechneten Temperaturen (t) und Wärmemengen Q (in Grammcalorien) stehen.

Tabelle 2.

	A		*B*		*C*	
i	*t*	*Q*	*t*	*Q*	*t*	*Q*
0,3	110°	0,075				
0,4	180	0,152			110°	0,134
0,5	270	0,278	90°	0,201	150	0,227
0,6	360	0,466	130	0,307	200	0,353
0,7	460	0,744	160	0,433	260	0,535
0,8	550	1,124	200	0,627	330	0,793
0,9	620	1,582	260	0,879	420	1,157
1,0			310	1,190	510	1,645
1,1			370	1,601		

Da indess nur diejenigen Wärmemengen direct miteinander vergleichbar sind, welche dem Draht bei einer bestimmten, höheren Temperatur unter verschiedenen Umständen entzogen werden, so wurden für jede der drei Reihen Curven construirt, bei welchen die Temperaturen als Abscissen, die Wärmemengen als Ordinaten gezeichnet worden waren. Aus diesen Curven konnten dann die in der folgenden Tabelle 3 zusammengestellten, den drei Versuchsreihen A, B, C entsprechenden Wärmemengen entnommen werden. Die Zahlen der Columne A entsprechen also den früher mit Q_1, diejenigen unter B und C den mit Q_2 bezeichneten Wärmemengen. Die entsprechenden Differenzen sind in den Columnen $B - A$ und $C - A$ enthalten. Die wahren, durch Strömung mitgenommenen Mengen liegen also zwischen B und $B - A$. Da letztere an sich schon einen gewissen Werth haben, indem sie zeigen wie viel mehr Wärme ein Draht von bestimmter Temperatur an bewegte als an ruhende Luft abgiebt, so habe ich an diese Zahlen noch weitere Betrachtungen angeknüpft. Hierzu war es erforderlich, die betreffenden Wärmemengen noch durch die Temperaturdifferenzen des Drahtes gegen die Umgebung ($t^0 - 20^0$) zu dividiren. Die (zur Vermeidung von Decimalstellen noch mit 1000 multiplicirten) Quotienten sind in den beiden letzten Columnen der Tabelle enthalten.

Tabelle 3.

t	A	B	C	$B-A$	$C-A$	$\frac{A-B}{t-20}1000$	$\frac{C-A}{t-w^0}1000$
150°	0,11	0,40	0,23	0,29	0,12	2,23	0,92
200	0,17	0,62	0,35	0,45	0,18	2,50	1,00
250	0,25	0,85	0,51	0,60	0,26	2,61	1,13
300	0,35	1,12	0,68	0,77	0,33	2,75	1,20
350	0,46	1,45	0,86	0,99	0,40	3,00	1,21
400	0,58		1,06		0,48		1,26
450	0,71		1,31		0,60		1,40
500	0,90		1,60		0,70		1,46

Die Wärmemengen B sind mehr als dreimal so gross als die Mengen A, die Quantitäten C ungefähr doppelt so gross.

Das Verhältniss von $B-A$ zu $C-A$ ist nahezu constant.

b) Ein Platindraht von 13 cm Länge und 0,1 mm Durchmesser wurde in gleicher Weise untersucht. Sein Widerstand bei Anwendung schwacher Ströme betrug 2,67 Ohm. In den folgenden Tabellen bedeutet A wiederum, dass die Untersuchung bei ruhender Luft angestellt wurde. Bei B wirkte ein Luftstrom von 1,46 m Geschwindigkeit, bei C ein solcher von 4,34 m.

Die folgenden Tabellen 4 und 5 sind nach den Versuchsergebnissen ebenso hergestellt wie die Tabellen 1 und 2 bei der ersten Versuchsreihe.

Tabelle 4.

	A		B		C			
i	w/w_0	t	w/w_0	t	w/w_0	t	$t_a - t_b$	$t_a - t_c$
0,1	1,00	20°						
0,2	1,02	30						
0,4	1,15	100						
0,6	1,35	220	1,11	80°	1,03	40°	140°	180°
0,8	1,64	320						
1,0	1,95	390	1,53	280	1,18	120	110	270
1,2	2,26	460	1,78	350	1,28	180	110	280
1,3	2,43	510						
1,4			2,12	430	1,44	260		
1,7					1,78	350		
1,9					2,08	420		

Tabelle 5.

i	A		B		C	
	t	Q	t	Q	t	Q
0,4	100°	0,117				
0,6	220	0,311	80°	0,256	40°	0,237
0,8	320	0,674				
1,0	390	1,248	280	0,979	120	0,755
1,2	460	2,083	350	1,640	180	1,180
1,3	510	2,629			1	
1,4			440	2,659	260	1,806
1,7					350	3,293
1,9					420	4,805

In gleicher Weise, wie bei der ersten Versuchsreihe, wurde die vorstehende Tabelle zur Herstellung von Curven benutzt, bei denen die abgegebenen Wärmemengen als Functionen der Temperaturen des Drahtes dargestellt waren. Aus diesen ergiebt sich schliesslich Tabelle 6.

Tabelle 6.

t	A	B	C	$B-A$	$C-A$	$\frac{B-A}{t-20^\circ}1000$	$\frac{C-A}{t-20^\circ}1000$
100°	0,12	0,32	0,60	0,20	0,48	2,50	5,99
150	0,20	0,50	0,96	0,30	0,76	2,31	5,85
200	0,29	0,68	1,34	0,39	1,05	2,22	5,82
250	0,41	0,88	1,78	0,47	1,37	2,04	5,95
300	0,60	1,14	2,50	0,54	1,90	2,48	6,79
350	0,90	1,64	3,28	0,74	2,38	2,24	7,21
400	1,30	2,26	4,30	0,96	3,00	2,53	7,89

Die Resultate sind denjenigen der ersten Versuchsreihe ähnlich. Doch sind die Wärmemengen entsprechend den stärkeren Strömen grösser.

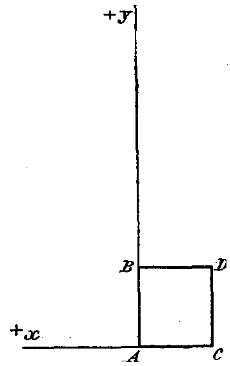
Bemerkenswerth ist, dass die Quotienten der Wärmemengen durch die Temperaturen bei der einen Reihe nahezu constant sind und bei der zweiten Reihe anfänglich ebenfalls gleiche Werthe haben und erst bei höheren Temperaturen ansteigen.

6. An einer früheren Stelle habe ich bemerkt, dass es mir zweifelhaft erschien, ob hier die Theorie der Wärmeleitung auch mit Berücksichtigung der Strömungen in dem Medium anwendbar ist. Trotzdem soll jedenfalls der Versuch gemacht werden, die beobachteten Erscheinungen mit Hülfe dieser Theorie zu erklären.

Bezeichnet man mit ϑ die Temperatur des Punktes x, y, z in dem gleichmässig erwärmten und strömenden Medium, mit u, v, w die Geschwindigkeitscomponenten, mit λ die Leitungsfähigkeit für Wärme, mit c und ϱ specifische Wärme und Dichtigkeit der Luft, so besteht zwischen den genannten Grössen die partielle Differentialgleichung [1]):

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{\partial \vartheta}{\partial x} u + \frac{\partial \vartheta}{\partial y} v + \frac{\partial \vartheta}{\partial z} w = \frac{\lambda}{\varrho c} \left\{ \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right\}.$$

Rühren die Strömungen nur von Ungleichheiten der Dichtigkeit infolge verschiedener Temperaturen her, so sind noch weitere Gleichungen für die Bewegung der Flüssigkeit anzuseten. Hier wird diese Bewegung durch eine äussere Ursache unverändert in Gang erhalten. Ueber die Natur derselben in der Nähe des Drahtes wollen wir die folgende, einfache Vorstellung zu Grunde legen.



Da die Drahtquerschnitte sehr klein sind, so wird es auf ihre Form nicht ankommen. An Stelle des Kreisquerschnittes nehmen wir ein Quadrat (vgl. Figur) $ABCD$ an. An den Seiten AB und CD gehe der Luftstrom gleitend vorüber. Die mit dem Draht in Berührung kommenden Lufttheilchen erwärmen sich auf dem Wege von A bis B bez. von C bis D, geben gleichzeitig Wärme durch Leitung an benachbarte Schichten ab und werden fortdauernd durch neue Mengen ersetzt. In jeder Horizontalebene ist der Vorgang derselbe. Geben wir der z-Axe die Verticalrichtung, so ist daher:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial z} = 0.$$

Ausserdem ist der Vorgang stationär, also:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = 0.$$

Endlich kann man die Strömung bei unserer Annahme als gleichmässig und als parallel der y-Axe ansehen. Demnach ist:

$$u = 0,$$

1) A. Oberbeck, Wied. Ann. **11.** p. 273. 1880.

und die Differentialgleichung nimmt die einfachere Form an:

$$\frac{v \varrho c}{\lambda} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2}.$$

Wir suchen eine einfache Lösung derselben, welche ausdrücken muss, dass in den Punkten A und C die Temperatur diejenige der umgebenden Luft ist, für welche $\vartheta = 0$ gesetzt werden mag, während für die Punkte B und D die Luft eine höhere Temperatur angenommen hat, welche wir mit ϑ_1 bezeichnen wollen. Die Strecke, in welcher die Luft den Draht berührt, also: AB sei gleich a.

Setzt man:

$$\vartheta = e^{-\alpha x} . f(y),$$

so ist:

$$\frac{d^2 f}{d y^2} - 2\varkappa \frac{d f}{d y} + \alpha^2 f = 0,$$

wo

$$2\varkappa = \frac{c \varrho v}{\lambda}$$

gesetzt wurde.

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist:

$$f(y) = A e^{(\varkappa + \mu) y} + B e^{(\varkappa - \mu) y},$$

wenn:

$$\mu = \sqrt{\varkappa^2 - \alpha^2}$$

ist. Die weiter gestellten Bedingungen:

$$y = 0, \quad \vartheta = 0,$$

$$\left.\begin{array}{l} y = a, \\ x = 0, \end{array}\right\} \vartheta = \vartheta_1$$

lassen sich durch passende Werthe der Constanten A und B erfüllen. Es ist:

$$\vartheta = \frac{\vartheta_1 e^{-\alpha x} \{ e^{(\varkappa + \mu) y} - e^{(\varkappa - \mu) y} \}}{e^{(\varkappa + \mu) a} - e^{(\varkappa - \mu) a}}.$$

Die ganze von dem Drahte abgegebene Wärmemenge erhält man durch die Formel:

$$Q = -2 \lambda l \int_0^a \frac{\partial \vartheta}{\partial x} d y,$$

wenn gleichzeitig:

$$x = 0$$

gesetzt und die Länge des vertical ausgespannten Drahtes mit l bezeichnet wird.

Die Berechnung dieses Ausdruckes gibt:

$$Q = 2\alpha\lambda\vartheta_1 l \frac{\dfrac{e^{(\varkappa+\mu)a}-1}{\varkappa+\mu} - \dfrac{e^{(\varkappa-\mu)a}-1}{\varkappa-\mu}}{e^{(\varkappa+\mu)a} - e^{(\varkappa-\mu)a}},$$

oder:

$$Q = \frac{2\alpha\lambda\vartheta_1 l}{\varkappa^2-\mu^2} \frac{(\varkappa-\mu)e^{\mu a} - (\varkappa+\mu)e^{-\mu a} + 2\mu e^{-\varkappa a}}{e^{\mu a} - e^{-\mu a}}.$$

Von den hier auftretenden Constanten kann man

$$\varkappa = \frac{v \cdot \varrho \cdot c}{2\lambda}$$

ausrechnen.

Setzt man im C. G. S.-System für Luft von etwa 20°:

$$\varrho c = 0{,}000287,$$
$$\lambda = 0{,}00005,$$

und nimmt man eine Luftgeschwindigkeit von 100 cm an, so ist:

$$\varkappa = 287.$$

Nimmt man als Länge der Berührungsstrecke den Durchmesser des Drahtes, also für den zweiten Draht:

$$0{,}01 \text{ cm},$$

so ist:

$$\varkappa a = 2{,}87.$$

Die bei der Berechnung eingeführte Constante α ist jedenfalls von derselben Grössenordnung, aber kleiner als $\varkappa$ anzunehmen, sodass μ erheblich kleiner als $\varkappa$ und μa kleiner als 1 ist.

Unter diesen Voraussetzungen soll das letzte Glied des Zählers vernachlässigt werden. Die übrigen Exponentialfunctionen entwickeln wir in Reihen und begnügen uns mit den Gliedern erster Ordnung. Dann ist:

$$Q = \frac{2\alpha\lambda\vartheta_1 l(\varkappa a - 1)}{(\varkappa^2-\mu^2)a}.$$

Setzt man noch:

$$\varkappa^2 - \mu^2 = \alpha^2,$$

$$Q = \frac{2\lambda\vartheta_1 l}{\alpha a}(\varkappa a - 1).$$

Für grössere Geschwindigkeiten kann man noch 1 gegen $\varkappa a$ vernachlässigen. Man erhält dann, indem man den Werth für $2\varkappa$ einsetzt:

$$Q = \frac{\lambda\vartheta_1 l v \cdot \varrho c}{\alpha \cdot \lambda} = \frac{\vartheta_1 l v \cdot \varrho c}{\alpha}.$$

Hiernach wäre die durch die Luftströmung fortgeführte Wärme proportional:

a) der Länge des Drahtes,

b) der Geschwindigkeit des Luftstromes,

c) der Dichtigkeit und der specifischen Wärme,

d) der höchsten Temperatur, welche die Lufttheilchen bei Berührung mit dem Drahte annehmen.

Nehmen wir für letztere die Drahttemperatur selbst bez. den Ueberschuss derselben über die Lufttemperatur, so müsste der Quotient:

$$\frac{Q}{\vartheta_1}$$

constant sein.

Die beiden letzten Spalten der Tabelle 3 zeigen, dass diese Quotienten mit steigender Temperatur langsam zunehmen, während sie in der Tabelle 6 für die geringere Geschwindigkeit nahezu constant sind und für die grössere Geschwindigkeit erst bei höheren Temperaturen zunehmen.

Einiges Interesse bietet auch die Bildung der Quotienten

$$\frac{Q}{\vartheta_1 v l \varrho c} = \frac{1}{\alpha}$$

für die einzelnen Reihen.

Nehmen wir an, die Fortführung der Wärme vollzöge sich in der Weise, dass die in nächster Nähe bei dem Drahte vorüberfliessenden Lufttheilchen die Drahttemperatur annehmen. Dann wäre hierzu, um die beobachtete Abkühlung zu bewirken, eine gewisse Luftmenge nöthig. Dieselbe ist:

$$M = \frac{Q}{\vartheta_1 c}.$$

Das Volumen derselben (der Einfachheit halber für die Temperatur der Umgebung berechnet) wäre:

$$V = \frac{Q}{\vartheta_1 c \,.\, \varrho}.$$

Da diese Luftmenge mit der Geschwindigkeit v an dem Drahte vorbeifliesst, so füllt die in der Zeiteinheit an demselben vorübergegangene Menge einen parallelepipedischen Raum aus, dessen Höhe der Drahtlänge l, dessen Tiefe der Geschwindigkeit v gleich ist, dessen Breite aber b sein mag. Dann ist also:

$$V = l v b, \qquad b = \frac{V}{l \,.\, v} = \frac{Q}{\varrho \vartheta_1 c \,.\, v l} = \frac{1}{\alpha}.$$

Berechnet man diese Breite aus den Tabellen 3 und 6, indem man für die Quotienten Q/ϑ_1 Mittelwerthe benutzt, so erhält man aus Tabelle 3, und zwar aus den Werthen $B-A$ mit Benutzung der Geschwindigkeit $v = 360$ cm:

$$b = 0{,}0030 \text{ cm}.$$

Ferner aus Tabelle 6 für die Reihe $B-A$ mit der Geschwindigkeit von 146 cm:

$$b = 0{,}0043,$$

und für die Reihe $C-A$ mit der Geschwindigkeit von 434 cm:

$$b = 0{,}0041.$$

Die beiden letzten Zahlen sind wenig voneinander verschieden, die erste nicht unerheblich kleiner, entsprechend dem geringeren Durchmesser des Drahtes. Man kann sich daher von der abkühlenden Wirkung der an warmen Flächen vorübergehenden Luftströme ungefähr die folgende Vorstellung bilden. Wenn ein gleichmässig andauernder, kalter Luftstrom an einem warmen dünnen Draht vorübergeht, so nimmt derselbe eine solche Wärmemenge mit, dass dieselbe im Stande ist eine Luftschicht von der Dicke $b/2$ auf die Temperatur des Drahtes zu erwärmen. Bei einem Drahte von 0,01 cm Durchmesser beträgt diese Schicht ungefähr 0,002 cm. Bei einem dünneren Drahte ist sie noch kleiner.

Es soll hiermit nicht behauptet werden, dass nur diese Schicht an der Erwärmung theil nimmt. Vielmehr ist anzunehmen, dass sich der Einfluss derselben bis in tiefere Schichten erstreckt und dort die Temperaturerhöhung geringer ist. Jedenfalls ist aber der obige Zahlenwerth geeignet, eine Vorstellung von der abkühlenden Wirkung der an dem Draht vorbeiströmenden Luft zu geben. Berücksichtigt man andererseits, dass die benutzten Wärmemengen nicht die wahren, sondern jedenfalls etwas zu klein sind, so kann man in erster Annäherung auch die oben aus einfachen, theoretischen Betrachtungen abgeleiteten Sätze als durch die Versuche bestätigt ansehen.

Greifswald, 14. Juli 1895.