

V.

*Fortgesetzte Versuche mit dem Chromaskop, den
Durchgang des Lichts durch eckige Oeffnun-
gen betreffend,*

von

Prof. M. LÜDICKE in Meissen. *)

Ich hatte mir vorgenommen, mit diesem Instru-
mente alle mit einem Prisma im verfinsterten Zim-
mer angestellten Versuche zu wiederholen, weil

*) Die Versuche über die prismatischen Farben, deren Erfolg
Hr. Prof. Lüdicke in diesen Ann. (J. 1810) kurz doch voll-
ständig dargestellt hat, sind so zahlreich und so mannigfaltig,
und haben ihn zu so wichtigen Folgerungen geführt, daß sie
vielleicht nicht unwerth gewesen wären, von der Akademie
der Wissenschaften zu Paris mit in Betracht gezogen zu wer-
den, bei der Ertheilung eines Preises für neue Entdeckungen
in der Optik. Wenigstens ist Hr. Lüdicke in ihnen seinen
ganz eigenen Gang gegangen, und hat weder auf Malus, noch
auf Arago, noch auf Biot, noch auf Brewster gefußt. Man fin-
det in B. 34. S. 1., 229., 362. seine über die *Mischungen* der pris-
matischen Farben mit dem Farberade und mit Prismen an-
gestellten Versuche, und in B. 36. S. 127. f. die Beschreibung
und Abbildung seines *Chromaskop*, eines Werkzeugs, welches
den Optiker in den Stand setzen soll, die *genauen* optischen
Versuche, zu welchen man sonst ein Zimmer zu verfinstern
pflegte, mit mehr Sicherheit und Bequemlichkeit anstellen zu
können. Mehrere Beobachtungen in dem Chromaskop erzählt
er eben dort S. 136. und 145.

Gill.

meine Vorrichtung von der im verfinsterten Zimmer wirklich etwas verschieden ist. Die Oeffnung, durch welche das Sonnenlicht bei den Versuchen Newton's und anderer fiel, befand sich in einem Fensterladen und war einige Fuß von dem Prisma entfernt; bei meinen Versuchen hingegen liegt diese Oeffnung unmittelbar auf dem Prisma selbst. Nun habe ich schon im 34. Bande dieser *Annalen* S. 230. gezeigt, daß nur dasjenige Licht, welches bei den Rändern der Oeffnung vorbeigegangen ist, mittelst des Prismas Farben hervorbringt. — Es ist daher wahrscheinlich, daß diese Einwirkung der Ränder bei den Versuchen Newton's und Anderer, auf das Entstehen der Farben, wegen der größern Ausbreitung des Lichts in größern Entfernungen von der Oeffnung, mehr Einfluß als in den Meinigen gehabt habe. Um diese Verschiedenheit genauer zu bestimmen, hatte ich die Einrichtung bei dem Chromaskop getroffen, daß ich vor dem Prisma eine beinahe 4 Ellen lange Röhre anbringen und mittelst derselben die Oeffnung nach Belieben von dem Prisma entfernen konnte. Diese Einrichtung aber veranlaßte mich, zunächst ohne Prisma die Ausbreitung des Lichts bei verschiedenen Entfernungen mit meinem Werkzeuge zu beobachten, und da ich bei meinen ältern Versuchen auch rechteckige Oeffnungen angewendet hatte, zugleich zu bestimmen, in welcher Entfernung das Bild einer gewissen drei- oder viereckigen Oeffnung vollkommen kreisrund wird.

Eine etwas sorgfältigere Prüfung dieser Erscheinung schien mir um so nützlicher, weil die Erklärung des Maurolykus, welche von verschiedenen Naturforschern beibehalten wird, der Wahrheit nicht gemäß ist. Nach ihm ist nämlich jeder Punkt der Oeffnung der Scheitelpunkt eines doppelten Kegels, wovon einer seine Grundfläche auf der Sonnenscheibe, der andere auf der gegenüber stehenden, mit der Oeffnung parallelen Wand habe. Das Bild bestehe also aus einer Menge runder Bilder der Sonne, und werde daher, wenn man es in einer ziemlichen Entfernung von der Oeffnung auffange, wo es gegen die Fläche der Oeffnung genommen groß sey, der Kreisfigur sich desto mehr nähern, je kleiner die Oeffnung und je größer die Entfernung sey *). Nach Wolf **) bestehet ebenfalls dieses Bild aus den Grundflächen unzähliger Kegel; und wenn man §. 294. damit verbindet, so sind ihm diese Grundflächen eben so viel Sonnenbilder, die in größerer Entfernung gemeinschaftlich ein kreisförmiges Bild auf der Auffangfläche darstellen.

Zwar, wenn man sich das Auge hinter einer Oeffnung denkt, hinter welcher man es verrücken kann, so wird es sich in jeder Stelle in dem Scheitel eines Kegels befinden, dessen Grundfläche die Son-

*) Priestley's Geschichte der Optik, übers. von Klügel. 1. Th. S. 50.

**) *Elementa mathematicos* Tom. III. p. 72. oder *Elem. Opticae* §. 296.

nenscheibe ist; diese Scheitel sind jedoch nicht die Scheitel eben so vieler Kegel mit so vielen Grundflächen, sondern nur für eine und dieselbe Grundfläche. Eben dieses gilt auch von der entgegen gesetzten Hälfte dieser Doppelkegel. Allein auch diese Vorstellung ist auf gegenwärtigen Fall nicht anwendbar, weil sich hier das Auge nicht hinter der Oeffnung, sondern sehr entfernt von derselben befindet.

Die wahre Erklärung ist diese: *) Jeder strahlende Punkt der Sonne ist als der Scheitel eines Kegels zu betrachten, dessen Grundfläche die Oeffnung ist. Die Axen derjenigen Kegel, deren Scheitel in dem Rande der Sonne liegen, durchschneiden sich, hinter der Oeffnung verlängert; sie breiten sich aus, und müssen, vermöge dieser Ausbreitung und der kreisförmigen Gestalt des leuchtenden Körpers, wenn sie bei einer geradlinigen Kante eines undurchsichtigen Körpers vorbeigehen, allezeit eine mehr oder weniger gekrümmte Linie darstellen. Die Wahrheit dieser Erklärung erhellt schon aus *Karstens Optik* §. 83, 86, 87. — Um aber dieses noch näher auf gegenwärtigen Fall anzuwenden, habe ich die Zeichnung *Tafel VI. Fig. 1.* entworfen, welche die Gestalt des verkehrten Halbschattens von der obern Hälfte der Sonnenscheibe darstellt. Die Axen der Doppelkegel oder die Lichtlinie, welche von dem horizontalen Durchmesser *DB* der

*) Man sehe auch die richtige *Gren'sche* Erklärung der *Camera obscura* in dessen *Naturlehre* §. 713.

lichtbaren Sonnenscheibe herkommen und über de gehen, werden auf der Auffangfläche die erleuchtete Linie $\beta\gamma$ darstellen; die Lichtlinie von dem höchsten Punkte des Sonnenrandes A , welche über die Mitte der Linie de gehet, wird in ϵ erscheinen; und so werden alle Lichtlinien der obern Hälfte des Sonnenrandes, welche vor de vorbeigehen, entweder eine zum Theil gekrümmte Linie oder auch einen Kreisbogen $\beta\epsilon\gamma$ darstellen! Hier- von kann man sich noch deutlicher überzeugen, wenn man die in der Zeichnung entworfene Projection der Lichtlinien noch für mehrere Punkte des Sonnenrandes angeben will. Man könnte sogar mittelst dieser Zeichnung und mit Hülfe der Untersuchungen, welche Karsten im 8. Abschnitte seiner Optik (oder dem 7. Theile seines Lehrbegriffs) angestellt hat, die Entfernung zu bestimmen versuchen, in welcher eine jede gegebene eckige Oeffnung ein kreisrundes Bild geben muß; allein man würde dabei immer diejenige Ueberzeugung vermissen, welche Erfahrungen und Versuche den theoretischen Untersuchungen erst zu geben pflegen, wenn auch letztere vorangegangen seyn sollten.

Bei der oben angegebenen Einrichtung meines Chromaskops konnte ich die *Objectiv - Oeffnung* zollweise bis auf 4 Ellen von der Auffangfläche entfernen; und da der Maafsstab auf der Auffangfläche dieses Instruments in Decimallinien des dresdner Zolls getheilt war, so bestimmte ich sowohl die Entfernungen durch dresdner Zoll, als die Durch-

messer der Oeffnungen in Decimallinien eben dieses Zolls. Um die Oeffnungen so genau als möglich in der verlangten Gröfse und zugleich mit scharfen Rändern auf die sicherste Art zu erlangen, zeichnete ich die Kreise mittelst eines feinen Zirkels auf Staniolblättchen, welche ich der Festigkeit wegen auf Ringe von feinen Karten leimte. Die Durchmesser der Kreise waren 1, $1\frac{1}{2}$, und 2 Decimallinien. Größere Kreise konnte ich bei der Länge meines Instruments nicht anwenden. In diese Kreise schnitt ich mit vieler Vorsicht gleichseitige Triangel und Quadrate, so, daß man sie vollkommen als eingeschriebene Figuren ansehen konnte. Da ich nun noch von jedem obigen Durchmesser eine Kreisöffnung verfertigte, so erhielt ich 9 Oeffnungen, von denen 3 Oeffnungen mit dem Triangel, dem Quadrate und dem Kreise, einem Durchmesser zugehörten. Bei dem Beobachten schrieb ich mir die Regel vor: das erste vollkommen runde Bild zu erwählen, bei welchem ich nicht mehr die Gestalt der Oeffnung entdecken konnte. Zu dieser Absicht schrieb ich auch mehrere Beobachtungen auf, welche nur beinahe runde Bilder gaben, die ich aber hier der Kürze wegen übergehe. Die ersten vorläufigen Beobachtungen, um mich zuvörderst in Uebung zu setzen, stellte ich den 5. und 6. Juni 1811 an; die genauen Beobachtungen aber an einem sehr heitern Tage den 11. Juni jenes Jahres, für welchen Tag auch der scheinbare Halb-

messer der Sonne anzunehmen ist. Die Beobachtungen sind im Auszuge folgende:

Unter den Oeffnungen für 1 Linie Durchmesser gab die *Triangel*-Oeffnung in der Entfernung von 24 Zoll ein beinahe rundes Bild, dessen Durchmesser $2\frac{2}{3}$ Linie war; bei 26 Zoll Entfernung aber war es vollkommen rund, und der Durchmesser des Bildes betrug 3 Linien. Dahingegen gab die *Quadrat*-Oeffnung bei 24 Zoll Entfernung ein vollkommen rundes Bild, dessen Durchmesser ebenfalls 3 Linien hielt. Um ein eben so großes Bild mit der *Kreis*-Oeffnung zu erhalten, durfte deren Entfernung nur 22 Zoll seyn.

Von den Oeffnungen für $1\frac{1}{2}$ Linie Durchmesser gab der *Triangel* bei 59 Zoll Entfernung zwar ein vollkommen rundes Bild, dessen Durchmesser $6\frac{1}{4}$ Linie war, allein ich bemerkte bald, daß die Entfernung nur 56 Zoll seyn durfte, um ein vollkommen rundes Bild von 6 Linien Durchmesser hervorzu-
bringen. Bei dem *Quadrate* war eine Entfernung von 53 Zoll nöthig, um ein vollkommen rundes Bild von 6 Linien Durchmesser zu geben. Die *Kreisöffnung* durfte für diese Größe des Bildes nur 50 Zoll entfernt seyn.

Von den Oeffnungen für 2 Linien Durchmesser gab die *Triangel*-Oeffnung bei 91 Zoll Entfernung ein nur beinahe rundes Bild von $9\frac{1}{2}$ Linien Durchmesser; erst bei 93 Zoll Entfernung erschien mir das Bild fast ganz rund, als der Durchmesser desselben etwa $9\frac{3}{4}$ Linien hielt; denn hier ward es sehr

schwer, die Gränze des Bildes genau zu beobachten. Bei 91 Zoll Entfernung gab die *Quadrat-Oeffnung* ein rundes Bild, das, wie mir schien, denselben Durchmesser hatte. Denselben Durchmesser des Bildes schien mir die *Kreisöffnung* in der Entfernung von 86 Zoll zu geben.

Diese Beobachtungen waren vorzüglich bei der größten Oeffnung sehr mühsam, weil die Entfernung um 1 bis 2 Zoll vergrößert, nur eine geringe Vergrößerung des Bildes hervorbrachte, die wegen der unbestimmten Gränze des Bildes sehr schwer zu bemerken war. Es würden noch mehr Beobachtungsfehler entständen seyn, hätte ich den Maassstab auf der Auffangfläche nicht so genau und deutlich gezeichnet und das Chromaskop durch Bedeckung meines Kopfes mit einem schwarzen Tuche nicht vollkommen verfinstert. Dessen ungeachtet verschaffen sie uns die sehr folgenreiche Regel: „daß die Bilder der beiden in einen Kreis beschriebenen eckigen Figuren gleich sind, so bald sie ihre Rundung erlangt haben.“ Diese aufgefundenen Wahrheit wird die folgende Untersuchung sehr abkürzen.

Es sey Fig. 2. *AIC* der Bogen des horizontalen Durchschnitts der Sonne, dessen Strahlen durch die *Kreisöffnung*, deren Halbmesser *de* ist, hindurch gehen, und von der Ebene *km*, welche auf den mittlern Sonnenstrahl *ch* senkrecht gerichtet ist, aufgefangen werden. Es sey ferner der scheinbare Halbmesser der Sonne $= \delta$, der Halbmesser

der Oeffnung $cd = \rho$, die Entfernung der Tafel von der Oeffnung $ch = \alpha$, der Halbmesser des Bildes $hk = r$; so hat man nach Karsten *) die abgekürzten Ausdrücke $cf = \rho \cdot \cotg \delta = cg$, welche um so mehr hier statt finden können, weil die Bilder gegen ihre Entfernungen sehr klein sind. Karsten nimmt an, die Auffangfläche sey innerhalb des Vereinigungspunktes der äußersten Strahlen, und so ist bei ihm $r = \rho - \alpha \operatorname{tg} \delta$; hier muß aber die Tafel weit hinter dem Vereinigungspunkte liegen. Man hat daher $gc : cd = gh : hk$ oder $\rho \cotg \delta : \rho = \rho \cdot \cotg \delta + \alpha : r$, und erhält also hier $r = \alpha \cdot \operatorname{tang} \delta + \rho$, und $\alpha = (r - \rho) \cdot \cotg \delta$. Es sey hiernächst $hi = m$, so wird die Breite des Halbschattens $ik = r - m$, und man hat, um m zu bestimmen, $cf : cd = fh : hi$, oder folgende Proportion $\rho \cdot \cotg \delta : \rho = \alpha - \rho \cdot \cotg \delta : m$. Folglich wird $m = \alpha \cdot \cotg \delta - \rho = r - 2\rho$ und es ist $r - m = 2\rho$ die Breite des Halbschattens.

Um zuvörderst die Verhältnisse der kreisförmigen Oeffnungen zu den Durchmessern ihrer Bilder, und deren Entfernungen zu finden, setze man die Halbmesser der Oeffnungen ρ und σ , die Halbmesser der Bilder r und s , deren Entfernungen α und β ; und man weiß, daß die Erleuchtung in beiden Fällen gleich seyn müsse, wenn sich die Entfernungen wie die leuchtenden Kreisflächen verhalten, oder wenn sich $\alpha : \beta = \rho^2 : \sigma^2$ verhält. Weil aber

*) Im 7. Theile seines Lehrbegriffs S. 92., oder der Optik §. 75.

$\alpha = (r - \rho) \cdot \cotg \delta$ ist, so hat man auch $\alpha : \beta = r - \rho : s - \sigma$ und $r - \rho : s - \sigma = \rho^2 : \sigma^2$.

Die aus den Beobachtungen gezogene Folgerung, daß die aus einem Kreise geschnittenen eckigen Figuren gleich große Bilder geben, und der Inhalt dieser Oeffnungen, durch welche das Sonnenlicht auf die Auffangfläche fällt, führen sehr leicht mittelst der oben angegebenen abgekürzten Ausdrücke auf die Bestimmung ihrer verhältnißmäßigen Entfernungen. Die Entfernung der *Kreis*-Oeffnung sey $= A$, der *Quadrat*-Oeffnung $= B$, der *Triangel*-Oeffnung $= C$ und der Halbmesser der Kreisöffnung sey, wie oben, $= \rho$; so ist der Inhalt der Kreisöffnung $= \pi \rho^2$, der Quadratöffnung $= 2 \rho^2$, und der Triangelöffnung $= \frac{3}{4} \rho^2 \sqrt{3}$. Wenn man diese beiden letzten Flächen in Kreise verwandelt, so hat man nunmehr 3 Kreisflächen, deren Halbmesser ρ , $\rho \sqrt{\frac{2}{\pi}}$ und $\frac{1}{2} \rho \sqrt{(\frac{3}{\pi} \sqrt{3})}$ sind. Man erhält also nun aus dem oben für α gefundenen Ausdruck: $A = (r - \rho) \cdot \cotg \delta$; $B = (r - \rho \sqrt{\frac{2}{\pi}}) \cdot \cotg \delta$ und $C = [r - \frac{1}{2} \rho \sqrt{(\frac{3}{\pi} \sqrt{3})}] \cdot \cotg \delta$.

Diese letzten Ausdrücke erhält man auch, wenn man die mittlere Erleuchtung der Halbschatten gleich setzt. Die Breite der Halbschatten sey $r - m$ und $s - n$, so hat man bei der Quadrat- und Kreisöffnung $\frac{2 \rho^2}{(s - n)^2} = \frac{\pi \rho^2}{(r - m)^2}$ und $\rho \sqrt{\frac{2}{\pi}} (r - m) = s - n$. Nun folgt aus $r - m = 2 \rho$

und $\varrho = r - \alpha \cdot \operatorname{tg} \delta$, daß $s - n = 2 (s - \beta \cdot \operatorname{tg} \delta)$.

Man hat also, weil $s = r$ ist, $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \propto 2 \varrho = 2 (r - \beta \operatorname{tg} \delta)$, folglich $B = (r - \varrho \sqrt{\frac{2}{\pi}}) \cdot \cotg. \delta$, und auf eben diese Art $C = [r - \frac{1}{2} \varrho \sqrt{(\frac{3}{\pi})^3}] \cdot \cotg. \delta$.

Da in diesen Ausdrücken der Halbmesser r noch nicht bestimmt ist, aber auch die mittlere Erleuchtung aller Halbschatten gleich seyn muß, so

hat man $\frac{\pi \varrho^2}{(r-m)^2} = \frac{\pi \sigma^2}{(s-n)^2}$, folglich

$\varrho^2 : \sigma^2 = (r-m)^2 : (s-n)^2$. Es war aber oben

$\varrho^2 : \sigma^2 = r - \varrho : s - \sigma$. Folglich ist

$r - \varrho : s - \sigma = (r-m)^2 : (s-n)^2$, und es wird

$\frac{(r-m)^2}{r-\varrho} = \frac{(s-n)^2}{s-\sigma}$. Diese Brüche finden auch um-

gekehrt statt. Sollen sie den größten möglichen Werth in beiden Fällen geben, so muß man sie $= 1$ setzen.

Dann erhält man $r - \varrho = (r-m)^2 = 4 \varrho^2$;

$r = 4 \varrho^2 + \varrho$; $\alpha \cdot \operatorname{tg} \delta = 4 \varrho^2$ und $\alpha = 4 \varrho^2 \cotg. \delta$.

Setzt man nun diesen für r gefundenen Werth in die gefundenen Ausdrücke, so wird $A = 4 \varrho^2 \cotg. \delta$;

$B = \varrho (4 \varrho + 1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}}) \cdot \cotg. \delta$; und endlich $C =$

$\varrho [4 \varrho + 1 - \frac{1}{2} \sqrt{(\frac{3}{\pi})^3}] \cdot \cotg. \delta$. Die Berechnung

dieser Ausdrücke wird kürzer, wenn man vorher die Entfernung der Kreisöffnung sucht, deren eingeschriebene eckige Figuren die ersten kreisförmigen Bilder geben. Diese Entfernung erhält man, wenn man den Cotangenten des scheinbaren Halb-

messers der Sonne am Tage der Beobachtung, mit dem Quadrate des Durchmessers oder mit dem Quadrate der Breite des Halbschattens der Kreisöffnung multiplicirt. Alsdann hat man $B = A + \varrho (1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}}) \cotg. \delta$ und $C = A + \varrho [1 - \frac{1}{2} \sqrt{(\frac{3}{\pi} r^3)}] \cdot \cotg. \delta$.

Den 11. Juni ist der mittlere scheinbare Halbmesser der Sonne $15' 47,8''$; daher ist $\log. \cotg. \delta = 2,3377097$, und $\cotg. \delta = 217,625$. Hieraus folgt $(1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}}) \cotg. \delta = 43,985$ und der Ausdruck $[1 - \frac{1}{2} \sqrt{(\frac{3}{\pi} r^3)}] \cdot \cotg. \delta = 77,683$. Man hat also $A = 870,5 \varrho^2$, $B = A + 43,98 \varrho$, und $C = A + 77,68 \varrho$ Linien, welche auf Zoll reducirt werden.

Zur Vergleichung der Berechnung mit meinen Beobachtungen dient noch folgende Tafel.

Halbmesser der Oeff- nungen in Dec. Li- nien.	Entfernungen in dresdner Zoll,					
	des Kreises		des Quadrats		des Triangels	
	beobach.	berechn.	beob.	berechn.	beob.	berechn.
$\frac{1}{2}$	22	21,7	24	23,9	26	25,6
$\frac{3}{4}$	56	48,9	53	51,2	56	54,7
1	86	87	91	91,4	95	94,8