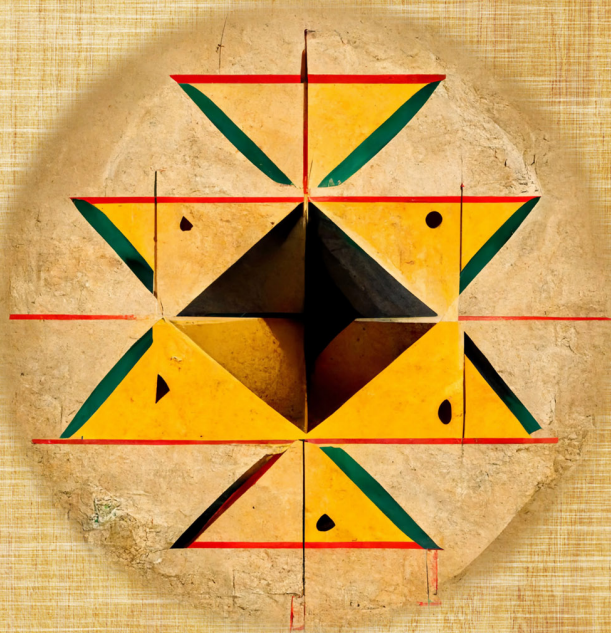


Pour une
mathématique
au service du développement
de l'Afrique



Christophe Fotso

Pour une mathématique au service du développement de l'Afrique

Christophe Fotso



Pour une mathématique au service du développement de l'Afrique Droit d'auteur © par Christophe Fotso est sous licence [License Creative Commons Attribution – Partage dans les mêmes conditions 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/), sauf indication contraire.

Titre : Pour une mathématique au service du développement de l'Afrique

Auteur : Christophe Fotso

Design de la couverture : Kate McDonnell. La figure est une création du moteur d'intelligence artificielle MidJourney en réponse aux mots « Afrique » et « géométrie ». Le fond de la couverture évoque le papyrus, obtenu grâce à la transformation des tiges d'une plante africaine, appelée également papyrus, support principal de l'écriture et de la peinture dans le bassin méditerranéen, en particulier l'Égypte, à l'époque antique.

Édition et révision linguistique : Mohamadou Ousmanou, Pénélope Mavoungou, Alizée Harel, Érika Nimis

Ce livre est publié sous licence Creative Commons CC BY-SA 4.0 et disponible en libre accès à <https://scienceetbiencommun.pressbooks.pub/afriquemath/>

ISBN pour l'impression : 978-2-925128-42-7

ISBN pour le PDF : 978-2-925128-43-4

Dépôt légal – Bibliothèque et Archives nationales du Québec 2024

Éditions science et bien commun

<http://editionscienceetbiencommun.org>

3-855 avenue Moncton

Québec (Québec) G1S 2Y4

Diffusion : info@editionscienceetbiencommun.org

Table des matières

| | |
|---|-----|
| Dédicace | 7 |
| Avant-propos | 8 |
| Préface | 9 |
| Remerciements | 12 |
| Résumé | 13 |
| Trois avis convergents sur les mathématiques | 17 |
| Introduction générale | 18 |
| <u>I. Aperçu de la situation des mathématiques en Afrique et interpellation</u> | |
| Introduction | 27 |
| Constats généraux sur les pratiques d'enseignement- apprentissage et expérimentation des mathématiques | 28 |
| Quelques facteurs explicatifs de l'échec en mathématiques | 56 |
| Nécessité d'une action « thérapeutique » d'urgence | 75 |
| <u>II. Quelques fondamentaux épistémologiques de l'enseignement des mathématiques</u> | |
| Introduction | 103 |
| De la connaissance épistémologique en mathématiques et de son impact sur les pratiques enseignantes | 104 |
| Principes du raisonnement mathématique | 142 |
| Enjeux et dynamique de la recherche en mathématiques | 153 |

III. Interactions des mathématiques avec d'autres disciplines

| | |
|--|-----|
| Introduction | 185 |
| Principe et processus d'interactions des mathématiques avec d'autres disciplines | 191 |
| Exemples d'interactions des mathématiques avec d'autres disciplines | 201 |
| Situations linguistiques et discours mathématique | 238 |

IV. Le contexte socioculturel et son influence sur le développement des mathématiques

| | |
|--|-----|
| Introduction | 249 |
| Identité culturelle et pensée scientifique | 251 |
| Appropriation des mathématiques par les Africain·e·s : la problématique des « mentalités » | 255 |
| Conclusion générale | 265 |
| Bibliographie | 269 |
| Liste des sigles et abréviations | 294 |
| Liste des figures | 296 |
| Liste des tableaux | 297 |
| Présentation de l'auteur | 298 |
| À propos des Éditions science et bien commun | 299 |

À ma famille

Avant-propos

Les sociétés humaines en général, les communautés éducatives et le monde de la recherche en particulier, sont de plus en plus imprégnés des réalités mathématiques à travers divers produits novateurs, à l'exemple des produits issus des nouvelles technologies de l'information et de la télécommunication. C'est, entre autres, l'une des raisons pour lesquelles les mathématiques occupent une place de choix dans les programmes d'éducation et d'enseignement des jeunes dans toutes les sociétés en quête de modernité; chaque jeune élève et chaque jeune étudiant-e, pendant son parcours scolaire ou universitaire, est inévitablement confronté-e à cette matière. Mais paradoxalement, cette discipline qui est en même temps valorisée et redoutée, garde, au-delà des rudiments dispensés depuis la maternelle jusqu'en classe de terminale des lycées et collèges, un caractère énigmatique. En fait, il résulte de cette situation l'idée selon laquelle seule-s quelques initié-e-s courageux-se-s ont la faculté de poursuivre des études et recherches approfondies en mathématiques, ou même simplement d'avoir une réelle représentation de ce qu'elles sont.

Dans cette logique, cet ouvrage entend apporter une contribution que l'on souhaite à la fois utile et efficace. Il exhorte les Africain-e-s à s'approprier les mathématiques d'une manière plus collatérale à travers une éducation de compréhension, de les investir, au mieux de leurs potentiels interrelationnels avec les autres savoirs, dans les actions de développement du continent. Dès lors, l'émergence africaine en général et africaine subsaharienne en particulier, tant espérée par les populations, sera une réalité observable au travers des actes fédérateurs, avec pour finalité primordiale le bien-être de tous.

Puissions-nous, par cet essai, accompagner nos lecteurs et nos lectrices, qu'ils et elles soient des mathématicien-ne-s ou non, stimuler leur amour pour cette discipline avant-gardiste par une pratique quotidienne, afin de relever, chacun et chacune à sa manière, ce challenge sociétal qui, du reste, est à notre portée.

Préface

Le livre de Christophe Fotso intitulé *Pour une mathématique au service du développement de l'Afrique* est un plaidoyer pour « une action thérapeutique d'urgence » face aux taux d'échecs en mathématiques dans l'enseignement secondaire et à la nécessité d'instaurer une culture mathématique en Afrique. Ce plaidoyer pluridimensionnel s'articule autour des aspects suivants :

1. État des lieux et analyse de la situation;
2. Épistémologie et didactique des mathématiques;
3. Enjeux de la recherche en mathématiques;
4. Influence du contexte socioculturel, notamment linguistique, sur le développement des mathématiques;
5. Interactions des mathématiques avec d'autres disciplines (la place des mathématiques dans l'univers scientifique);
6. Applications des mathématiques à la résolution de problèmes sociétaux (agriculteurs-éleveurs par exemple).

D'emblée, dans la première partie, l'auteur écrit :

Dans cette sous-région d'Afrique, beaucoup d'efforts devraient donc être faits au niveau du renforcement des structures pédagogiques pour améliorer l'éducation mathématique par le questionnement, la stratégie et la rendre aussi compétitive, c'est-à-dire capable d'innovations et d'inventions.

Pour ce continent, où au commencement, Dieu révéla la science à l'homme près de 2800 ans avant Jésus-Christ – cela s'est passé dans l'Égypte pharaonique, où Thalès et Platon sont allés se faire initier bien plus tard, respectivement autour de 600 ans et 400 ans avant Jésus-Christ – il faut certainement encore commencer par le propos de Galilée, rappelé dans la seconde partie :

La philosophie est écrite dans un immense livre qui se tient toujours devant nos yeux, je veux dire l'Univers, mais on ne peut le comprendre si l'on ne s'applique d'abord à en comprendre la langue et à connaître les caractères avec lesquels il est écrit. Il est écrit dans la langue mathématique et ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques, sans

le moyen desquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot. Sans eux, c'est une errance vaine dans un labyrinthe obscur¹ (Galilée, cité par Chauviré, 1980 : 141).

Les mathématiques participent à la formation du citoyen. L'auteur l'illustre très bien par sa belle application à la résolution du problème de voisinage relatif à une chèvre dont la longueur de la corde permet d'aller brouter jusque dans le terrain du voisin (voir la quatrième partie). La solution fait suite à une modélisation mathématique qui comporte des droites, des cercles, des triangles, des bissectrices, etc.; le théorème de Pythagore donnant une relation entre les côtés d'un triangle rectangle. Une autre application est le calcul des intérêts composés dans un livret d'épargne, qui illustre l'étude des suites numériques. Christophe Fotso propose enfin, entre autres « problèmes conceptualisés », le problème des litiges fonciers entre éleveurs et agriculteurs. Le but est d'améliorer les contextes d'apprentissage en présentant tout au long du parcours l'utilité de la discipline.

Bien sûr, il y a les problèmes de développement : santé, infrastructures, éducation, agriculture, élevage, environnement... L'Afrique doit multiplier le nombre de ses médecins et de ses ingénieur·e·s, et cela passe par l'augmentation du nombre de garçons et de filles qui embrassent les séries scientifiques. Il faut pour cela travailler à l'attractivité des enseignements de mathématiques qui sont à la base de ces séries. Ceci constitue l'objectif majeur du livre de Christophe Fotso.

Au sujet des ingénieur·e·s dont l'Afrique a tant besoin pour son développement, nous citons Joseph Kayem, ingénieur et professeur d'université, pionnier de l'École nationale supérieure des sciences agro-industrielles de l'Université de Ngaoundéré (Cameroun) : « Les mathématiques sont le subconscient de l'ingénieur et un ingénieur qui ne les possède plus (les mathématiques) n'est plus un professionnel² ». L'auteur du présent ouvrage motive son propos en évoquant l'impulsion récente en Afrique de l'ingénierie mathématique, notamment par le développement des modèles mathématiques en épidémiologie et de la cryptographie.

1. Jusqu'au XVII^e siècle, la physique – les sciences physiques – était appelée « philosophie naturelle ».

2. Autre nom par lequel se désignent les ingénieur·e·s.

Au-delà, Christophe Fotso parcourt les axes de la recherche en mathématiques et ses interactions avec d'autres sciences. En particulier, de nombreuses références sont faites à la linguistique³. Il parle alors d'« interdisciplinarité ». Parmi les réalisations remarquables des Africain·e·s en mathématiques, il cite les travaux du professeur Gabriel Nguetseng (Université de Yaoundé I) dans le cadre de la théorie de l'homogénéisation des équations aux dérivées partielles. Ses successeur·e·s sont exhorté·e·s à participer aux applications en génie civil qui sont activement menées sous d'autres cieux sur la base de ses travaux.

Le livre de Christophe Fotso est, pour une grande part, dédié à la didactique des mathématiques. Il se distingue par un grand nombre de propositions pour l'amélioration des pratiques de classe en rapport avec les contextes d'apprentissage. Le troisième chapitre de l'ouvrage traite précisément de l'importance du contexte socioculturel sur le développement des mathématiques. À mon avis, cet aspect n'est pas le plus facile dans des pays où les « langues de l'école » sont les langues héritées de la colonisation.

Dans nos pays où l'échec est plus souvent la règle et où les mathématiques sont au cœur de cette sélection sociale, le présent ouvrage s'impose comme une contribution importante dans la réflexion et la prise de décision pour établir les mathématiques à la place qui leur revient dans un contexte de développement et de cheminement vers l'émergence. À ce sujet, l'auteur annonce un deuxième ouvrage dans lequel il envisage l'apprentissage des mathématiques en relation avec la question du développement de l'Afrique. En attendant, Christophe Fotso livre déjà ici un remarquable ouvrage de référence.

David Békollè, Professeur de mathématiques

Yaoundé, le 13 juillet 2020

3. Et parmi les différentes branches de cette discipline, nous relevons particulièrement, dans la quatrième partie, une interaction entre les mathématiques et la phonétique (matière de troisième degré d'affinité) qui est apparentée à l'acoustique, et de ce fait, aux séries trigonométriques, aux séries de Fourier et aux intégrales.

Remerciements

Je remercie très sincèrement toutes les personnes qui ont contribué directement ou indirectement à la réalisation de ce projet.

Il s'agit notamment de :

- Pr David Békollè qui a accepté de préfacier cet ouvrage;
- Pre Léonie Métangmo-Tatou et Dr Mohamadou Ousmanou qui, à travers le Cabinet LOGOS (Ngaoundéré – Kamerun), n'ont ménagé aucun effort pour y investir leur expertise;
- Messieurs Fomkong Nkam Albert, Alim Garga Moodibbo, Djouldé Denis, Houyamné Enok, Kouéni Ndeugoué Nestor et Abena Ondo, qui ont, chacun en la langue qui le concerne, assuré généreusement la traduction de notre résumé en langues locales;
- Messieurs Kolle Ben et Njoaka Lontum, qui ont porté des améliorations sur les traductions (via l'outil *Google Traduction*) de certaines citations en anglais vers la langue française.

Je pense également aux évaluateurs et évaluatrices anonymes des Éditions science et bien commun (Ésbc) pour les commentaires et critiques positives ayant permis d'améliorer la qualité de ce livre.

RÉSUMÉ

L'Afrique, bien qu'étant un carrefour historique du rayonnement scientifique, n'échappe malheureusement pas au phénomène du désintérêt des jeunes pour les filières scientifiques en général et mathématiques en particulier. Le présent ouvrage présente un inventaire de raisons, ou mieux, d'éléments de motivation, qui pourraient contribuer de façon significative à amener les pouvoirs publics, les scientifiques, les citoyen-ne-s et les jeunes africain-e-s à revoir les représentations qu'ils et elles se font de la pratique quotidienne des mathématiques en Afrique, et son incidence sur l'émergence de ce continent. Il s'agit d'un défi globalisant qui nous interpelle tous et toutes aujourd'hui. Mais puisque l'Afrique semble méconnaître ses repères identitaires et culturels, ses potentiels humain et matériel, ses richesses naturelles, ses outils pédagogiques et stratégiques de développement dont la science est un tremplin, avec quelles ressources va-t-elle réaffirmer et soutenir son émergence? Repenser l'enseignement des mathématiques dans nos institutions éducatives et leurs rôles dans notre vie quotidienne et le développement de l'Afrique contemporaine est une démarche qui nous semble primordiale.

ABSTRACT

Although Africa is the cradle of humanity and science, unfortunately it doesn't escape the phenomenon of the disgust of young people for science in general and mathematics in particular. The present work presents an inventory of reasons, or better, of elements of motivation, which could contribute in a significant way to bring the public authorities, the scientists, the citizens, and the young Africans to revise the representations which they hold about daily practice of mathematics in Africa, and its impact on the emergence of this continent. It's a global challenge that concerns all of us today. But since Africa seems to ignore its identity and cultural benchmarks, its human and material potentials, its natural resources, its educational and strategic development tools for which science is a springboard, with what resources will it reaffirm and support its emergence? Rethinking

mathematics' education in our schools and their roles in our daily life and the development of contemporary Africa are an approach that we believe is essential.

Les traductions de notre résumé en langues locales ont été généreusement faites respectivement en ghomahom, une variante du ghomala (Ouest – Kamerun) par Fomkong Nkam Albert; en fulfulde (Kamerun septentrional) par Alim Garga Moodibbo; en dii (Adamaoua – Kamerun) par Djouldé Denis; en moundang (Extrême Nord – Kamerun) par Houyamné Enok; en langue nufi (fè'éfè'è) (Ouest – Kamerun) par Koueni Ndeugoué Nestor; en langue éwondo (Centre et Sud – Kamerun) par Abena Ondoa.

Kwà`tsà`

Ba ta pá' pâ jú' gá Guŋ Áfríkà bá tsu' yə məntœ lâ ntám náá, bín bá ba tsu ya séŋywə' lâ ntó' náá, Po á Áfríkà, də'ŋdəŋ pá' guŋ pyəshá Pó ntú'm Dəmcá' á, cə gyə' nín ná yap ná ntí səkú yə pə' na séŋywə' ná jít'sə' á pá. Pu'ú ŋwa'nyə yə pyə bvə á, m yə' mntə'mdyə' bá nə lá'tsə guŋ mmājyə myə pá fí nə' cyə m ná, ba mgh ε ŋ lá'tsə, ba mgh ε ŋ zhít'sə, bá kwá' gōpna', ta gə' gá pō cəŋtsə jyə séŋywə' ntí pá' a g ɔ ŋkwítsə guŋ á Áfríkà nə' gh ɔ dzə â. Â bá nwə bó dé gún y ɔ 'kpa w ε 'ŋ. Tá pá' jə'ŋ bá ly ɔ " ɔ lá' e pín ja bá ŋkámtsə tsu' yə e lâ fə' m náá, pá' Po á Áfríkà bo wáp lě dœ'nyə' k ɔ guŋ yáp á, Áfríkà g ɔ cwə' yó'nyə' nâ ká tá lu yə' síi? Nə' ŋkwyə'pnyə ntí pá' pâ na dányə' séŋywə' ntú'm mtú' səkú m ɔ 'kpa á, bín dín'tsə' ntí pá' pâ séywə' ŋkwítsə Guŋ Áfríkà nə' ŋkwyâ á, bá ywə' mtœ'də'ŋ bí pyə.

Ciiwaadum

Ngam laataago Duunde Baaba (Afrik)iwdi ñii-aadamankaaku e anndal hisnaayi derke'en nganngu annde sakko ma anndal hiisa. Deftere ndee wannginani en tuugorde bannguɗe ko waɗi haandi dawlaaji, Jamen'en annde, ñiɓɓe lesdi e derke'en Duunde Baaba mbayloo no ñe ngi'ranno kuutinirki hiisa nder kuude maɓɓe nder Duunde Baaba wakeere bantal Duunde ndeen. Doo, ko faandaare huubnde nde en cuklorto hannde. Nde nanndi Duunde Baaba anndaa ngonka mum e fina-tawaaji mum, teddungal yimɓe mum, jawle mum

nder lesdijje, di kuutinirtaake ko luuti annde deen ngam jaynitaare Duunde Baaba? Lortanaago janɗe hiisa nder janngirle meeden e bote kuutinirki hiisa kaa nder ngeendam men, woni laawol ɓoociingol ngol Duunde Baaba ɓamtorto.

Moo Sijiddi

Há g Afrika, kóó ɓmwu ya úudné ayée voo g an fiɗen g aalí voonu si, m◊' s◊'n fí g iné náásaa waa voo vu né ka'í fiɗen g aalí g ɓoq g an sit◊' g vu né. Ba'ad máa y ε wúnn◊ du ya g yúú g aalíli, fiɗen wá"i vulí, téé wun g b◊d nánan y g ɓ'mna voo vu, nánan fiɗen g aalí tóó vu, vún g aɗ waa Afrika vu. Nánan 'waapád y ε uu, faa tə' g moo taalí yúú fiɗen wá"i g ɓoq vulí, g an fiɗen na g tuuné k◊'lí yúú mbaalí baa víilí Afrikalí. Hɛn fanné fiq ba ví ya baa víi 'waapád. Amáa wulí yɛ, Há g Afrika g aan mbaalí nánan voo vu né, fiɗen g ɛ" voo vu né, fiɗen naa voo vu né, fiɗen ba'ad a ndaa wu la tɨɗ' máa ɗ'm. Wún nuɗ néélɛ' woo ya woo téé ma, wún lúú d◊ g g úba moo laalí tɨɗ'ɗ'? Ba faa taa ví ba'ad k◊'lí baa víi fiɗen tú"ilí, fiɗen wá"i vulí í g ɓoq vulí ya g ba'ad baa víilí g an fiɗen k◊'lí voo vu zɗ g ɗ 'waapád wuu mba duu.

Matəluubə

Sər Afrika mo ye cok mai dəfuu ne fatan mo tənɗ ɗɗ ko o laɗ, zahəətəə ma zəzəə a syəara fatan ma ga pel ne sərrɨ; ma kal daɗ ah fatan ma dii ne « Matmatik ». Derewol mai ɗwəə ɓo ka tai ɓə camcam mai mo cak wee sər Afrika ne 'yah « Matmatik » təkine ɓə mai mo gak gbah jol zaluu sər ne za fatan camcam ka ga ne sər Afrika ge pelle. Ɓə ah a wo man daɗ na ɓə ma gāa dəɓɓi; So ɓə man ye daɗ ta. Zəzəə mai sər Afrika tə cok ul ah yao. Daiko ge kēne? A ga kēne? tə yao; Swah ahe, zah fasyɨɗ ahe təkine joɗ ah daɗ, təkɔ yao ta. A joɗ dii ka ɓaɗ tətəl ga səɗ kəsɨl zahban maki ah ra ne? Fii ɓo ka za mo jin ēe yella cuu « Matmatik » pəki. Ako ye ga yea fan mayək mai mo ga pəə ne sər Afrika pəzɨl gaɓ maiko.

Lah Ntechsi

Mbæ tæ pæ' ngwe' Afrika sie mbæ z◊' yi wen ɔ k pi zhinu læ tom mæ na læ i, p◊nkh◊æ si m◊njae nth◊ yaæ næ pah ɲwæ'ni kæ nsiesi zhinu læ bæ, tæ mie wa' næ sahwu. Pu' ɲwæni bee le m◊ndæ'si nkwe wu kæ imbh◊si pæ nsæ'ngwe' ntam Afrika, poa Afrika mbæ ngweewen lah mbat njü yaæ mb◊æ lah ndah sahwu mfæ' nkwe mvak lie', mbat njü mvak yi ya ingh◊ tæ ngwe' Afrika ghen mbhi læ. ta ngwe' Afrika ghen mbhi la. Yaa ze'le mbi nkwe pæh mæ cahndh◊'. Tæ' mvak yi ngwe' Afrika kongh◊ pæ'a læh nth◊æ ngwe' zi læ, mbæ yi zhimb◊a, mbæ nk ɔ p p◊n ɔ k yi a gh◊ læ, mbæ nkwe mvak a ingh◊ tæ lah ghen mbhi mf◊ næ sahwu læ, kæ tæ a inah ndæ'si mæ a m◊ngheh mbhi? Wu kæ inkosi yoh læ sie mbæ lah mæ' kwa'si fi næ yoh mb◊æ lah nsiesi sahwu ntam nd◊æɲwæ'ni yoh, mbæ mvak ya inkosi yoh næ yoh mb◊æ lah nsi læ, mbat ingh◊ mæ ngwe' Afrika zhie'si na i næ bee teenzæ yi pah na le læ.

Evlgidi

Nnam Áfríka é ng ɔ á nà' f◊' tín abondé ényin ai oyəm ósə. Və dá, ey◊'gan dzam zi yá á ny◊'ɲlan ngöŋ ayə'ge tán á binán̄ga. É kálara ny óna a tógan bə'yom bə' mam ai mintsogán yá edzúe é nà dzam bindi ású ayə'ge tán ya d ɔ á k ɔ túlan á ntam-məbugəban sí Áfríka ésə. Nkugádzó té w◊' á bəbə bíá bə mə'lú ya aná mból Áfríka á biandi mətum múé, oyəm b◊'n búé, akúma díé, məkə'ŋ mə' áyə'gə'lə' múé, mam mə'te mə'sə mə' tī ai ayə'gé tán. Bə za hm bə' á yi sùg ngə' kig á bəgə mbán̄ məbugəban? Bi á yiam hm dúgan á bindi ayə'gə'lə' mə tán á bəzukúlu báán, təge á vúan mfí tán á binyin bíán ású məbugəban. Zēn te é ndz ɔ etám bi á yén mfí ású ntam-məbugəban m◊' Áfríka.

Trois avis convergents sur les mathématiques

Très souvent synonymes de casse-tête, les mathématiques sont pourtant indispensables, pas seulement pendant la scolarité, mais aussi après : bien des emplois créés au cours des prochaines années seront le résultat d'innovations technologiques et scientifiques en cours. L'enseignement des mathématiques en Afrique prépare-t-il les enfants à ce défi? L'accès à l'enseignement des mathématiques est-il égalitaire sur le continent? Comment inciter les jeunes à se tourner vers des filières mathématiques?

(A. Tudieshe, « 7 milliards de voisins », Rfi, 2014)

Tout comme les élèves, les enseignants doivent développer une culture de pratique réflexive et d'apprentissage tout au long de la vie : ils sont ainsi conviés à parfaire leurs compétences par une recherche active. Ces enseignants peuvent également développer une approche interdisciplinaire par la mise sur pied de projets réunissant des enseignants de disciplines différentes qui accompagnent les mêmes élèves.

(CONFEMEN, 2008)

Les mathématiques sont en effet, plus que toute autre science, une affaire de tradition, il leur faut du temps pour prospérer, et c'est une raison de plus pour les développer en urgence.

(C. Villani, 2011)

Introduction générale

À l'origine de ce travail, il y a une expérience d'enseignant. À la fin de la phase des corrections des copies de mathématiques des candidat·e·s d'un centre d'examen certificatif du Brevet d'étude du premier cycle (BEPC), session 2000, de l'enseignement secondaire général camerounais, j'ai fait le constat suivant : sur 3000 copies corrigées, moins de 100 copies avaient obtenu une note supérieure ou égale à 10 sur 20. Puis vint à mon esprit une série de questions spontanées : qu'est-ce que les enseignant·e·s de mathématiques disent aux enfants en classe, qu'est-ce qui explique ce taux d'échec si élevé? Est-ce que ce sont les contenus? Les méthodes d'enseignement? Ces interrogations qui n'ont cessé de m'habiter m'ont conduit à faire de cette problématique un sujet d'investigation. Je me suis alors résolu à faire un ouvrage sur le sujet. Mes travaux se conjugaient sous le titre unique : *Mathématiques et jeunes sous l'emprise des préjugés*. Mais par la suite, compte tenu de l'avancement de mes investigations, je l'ai reformulé en *Pratique quotidienne des mathématiques en Afrique : entre rejet sociétal, préjugés factices et apprentissage manqué*, puis *Raisons motivantes d'une pratique quotidienne des mathématiques en Afrique*. Plus tard encore, du fait que le volume de mon travail devenait considérable et ses objectifs nombreux et variés, j'ai jugé nécessaire de l'éclater en deux, à l'effet de permettre à mon lectorat de les cerner plus aisément. Le présent travail est un prélude à une étude pratique sur l'état des lieux de la culture mathématique en Afrique dans sa globalité avec des propositions d'amélioration adaptées au contexte camerounais.

Les travaux de recherche sur l'éducation de manière générale, et sur l'enseignement des mathématiques en Afrique de manière particulière, sont foisonnants dans la littérature. Nombre de sujets portent sur différentes thématiques, comme les contributions des Africain·e·s au développement de cette discipline, la démystification et la contextualisation de l'enseignement des mathématiques :

Les études sur l'éducation en Afrique sont très nombreuses, souvent passionnées, parfois idéologiques. Cela ne surprend pas puisqu'on touche au cœur de la dynamique sociale, mais le sujet est d'une complexité telle qu'elle disqualifie tout jugement à l'emporte-pièce. (Pourtier, 2010)

Les mutations observées dans l'éducation et le développement des sociétés africaines depuis les années d'indépendance dévoilent une ferme volonté et un sérieux engagement des chercheur·e·s à africaniser l'enseignement, afin de faciliter l'acquisition des savoirs mathématiques par les jeunes Africain·e·s.

Le choix du titre *Pour une mathématique au service du développement de l'Afrique* vise justement à donner des raisons qui motivent une nouvelle considération et un regard positif sur une discipline qui souffre de trop de préjugés. Les mathématiques, (com)prises comme une activité intellectuelle ayant un impact direct ou indirect sur les actions humaines, se veulent une activité permanente et soutenue.

L'impression qui se dégage de la vie des humains et leurs environnements au début du XX^e siècle est celle d'une perpétuelle révolution socioéconomique et culturelle. Les conditions de vie et de travail en société s'améliorent en se complexifiant au quotidien, et cette dynamique ira en s'amplifiant au fil du temps. Le développement de la science universelle¹, la démultiplication des problèmes humains, l'influence de diverses ressources humaines et matérielles, les difficultés liées à la gestion de la diversité et l'inégale répartition des fruits de la croissance² sont des réalités observables dans le monde et surtout en Afrique. Mais on continue à mesurer assez mal, malheureusement, leurs conséquences pour la postérité humaine. Le monde en général et le monde scientifique en particulier sont de plus en plus imprégnés des réalités d'ordre mathématique. Les progrès enregistrés dans le développement et l'enseignement des mathématiques de manière spécifique sont incontestables dans certaines sociétés humaines, puisqu'ils sont à la base de l'existence durable et de l'éclosion de phénomènes scientifiques et technologiques dans le vécu quotidien de ces sociétés. Ces dernières dans leur expansion font et défont l'actualité ambiante de notre

1. Science, du latin *scientia* veut dire « connaissance ». Dans son universalité, elle désigne à la fois une démarche intellectuelle reposant idéalement sur un refus des dogmes et un examen raisonné et méthodique du monde et de ses nécessités visant à produire un ensemble de connaissances résistant au temps et aux critiques rationnelles.

2. Multisectorielle : matérielle, économique, financière, intellectuelle et même spirituelle.

planète. L'activité humaine visant plus la quête des solutions aux problèmes d'existence et d'épanouissement que la production de problèmes nuisibles à ces finalités, c'est dans une telle logique que les sciences mathématiques se sont toujours inscrites. Ce rappel basique revient chez les auteurs et les autrices comme Schatzman (1989), Flato (1990), Stewart (2006) et Ziegler (2012).

Aussi, aujourd'hui en Afrique comme dans d'autres régions du monde, nombreuses sont les personnes encore indifférentes, mal informées ou mal initiées qui continuent à développer délibérément ou inconsciemment une antipathie aigüe vis-à-vis des sciences mathématiques, comme le constatent Greenwald & Thomley (2012). Le secteur de l'éducation³ particulièrement est profondément concerné par la problématique de l'échec scolaire qui se traduit par un certain nombre non exhaustif de phénomènes au rang desquels : la scolarisation précoce, les redoublements, le retard scolaire, l'abandon scolaire (précoce sans diplôme certificatif), l'orientation vers une éducation spécialisée et les mauvaises notes de scolarité. Le cas des mauvaises notes en mathématiques nous intéresse le plus ici; un phénomène qui, pour Traoré *et al.* (2007) et Ziegler (2012), se trouve être l'une des principales causes du taux élevé de renonciation et de déperdition des jeunes scolaires dans les filières scientifiques mathématiques, ainsi que dans celles qui n'exigent qu'une infime connaissance tout aussi rudimentaire en mathématiques. Dans le cas général, un état des lieux dressé par la Conférence des ministres de l'Éducation des États ayant le français en partage confirme qu'« en Afrique subsaharienne, non seulement un faible pourcentage d'élèves sont admis au secondaire, mais un nombre restreint d'entre eux terminent leurs études [...]». En effet, environ 30 % des élèves de chaque cohorte terminent le premier cycle du secondaire et 12 %, le deuxième cycle » (CONFEMEN, 2008 : 41-42).

3. Macaire affirme que l'éducation complète d'un-e enfant concerne cinq secteurs essentiels de sa personnalité. Il s'agit d'un ensemble d'actions à mener pour lui permettre de développer ses compétences : aptitudes physiques, intellectuelles, sociales et civiques, morales et religieuses, en vue de son insertion ou de sa réinsertion harmonieuse dans la société (Macaire, 1998 : 6).

La littérature mathématique offre peu de travaux sur la situation des mathématiques en Afrique singulièrement. Pour les quelques travaux disponibles, les auteurs et les autrices ont examiné des sujets d'ordre culturel sur la paternité des mathématiques, des problèmes d'ordre épistémologique sur la didactique et l'enseignement des mathématiques, et des questions partenariales avec les organismes non gouvernementaux et internationaux. Des études sur les abandons et l'échec scolaires ont été également menées, traitant séparément, au lieu de les examiner dans leur ensemble comme un tout, les différentes causes potentielles qui font des mathématiques un véritable « cauchemar » dans certaines filières et séries en milieu scolaire et universitaire. Par ailleurs, l'Afrique est considérée comme berceau de la science (Gerdes, 1994; Fokam Kammogne, 2000; Huylebrouck, 2005; Traoré & Barry, 2007; Greenwald & Thomley, 2012; Djebbar, 2015); d'où vient-il qu'elle se retrouve à la traîne en matière de développement de la science? Compte tenu de ce qui précède et après des années de réflexion et de maturation, il est aujourd'hui opportun de repenser une sociothérapie en milieu scolaire et universitaire, de soutenir les pionniers de cette noble cause afin de contribuer à la restauration et à la préservation de ce patrimoine intellectuel et socioéconomique. Le moment est d'autant plus propice pour une telle réflexion que l'on observe, malgré tout, que cette discipline semble renaître aujourd'hui de ses cendres dans ce continent tourmenté par ses nombreux paradoxes, en termes de pesanteurs systémiques et de qualités structurales galvaudées.

Il s'agit, pour ce faire, de trouver quelques raisons qui devraient remotiver les Africain·e·s à adopter et à développer des comportements de nature à favoriser le renforcement de la pratique régulière des mathématiques dans une perspective citoyenne; de rechercher des mécanismes à la fois opérationnels et stratégiques pour répondre à la problématique ici posée :

1. Peut-on encore trouver aujourd'hui un ensemble de motifs suffisamment incitatifs qui pourraient redonner du dynamisme aux acteurs et actrices des systèmes éducatifs et aux pouvoirs publics des pays africains?

2. Dans quelle mesure ces personnes peuvent-elles aider à relancer l'éducation, l'éducation mathématique, l'enseignement-apprentissage, l'expérimentation et l'interdisciplinarité des mathématiques au sein des sociétés africaines et à travers ses institutions scolaires, universitaires et même ses structures postsecondaires?

Nous ne perdons cependant pas de vue qu'en insistant sur cette thématique, l'on pourrait s'entendre dire que les mathématiques d'aujourd'hui ne sont pas enseignées de la même manière que celles d'hier; donc, il ne sert à rien d'enseigner par des méthodes dogmatiques essentiellement en présentiel, orales, théoriques ou magistrales, la science mathématique d'aujourd'hui. Cependant, étant donné que les mathématiques de demain n'existent que dans les esprits des chercheur·se·s en mathématiques, les jeunes esprits d'aujourd'hui (nos apprenant·e·s), pour les apprendre et mieux les comprendre, ont seulement besoin, à partir des connaissances basiques, d'acquérir des itinéraires techniques, des méthodes de travail et de recherche efficaces, résultant d'une approche pédagogique d'enseignement interdisciplinaire, en présentiel ou à distance, active et essentiellement coopérative. Bref, ils ou elles ont besoin des outils contextualisés de raisonnement et de questionnement mathématiques⁴.

Les objectifs visés par ce travail se ramènent principalement à un questionnement sur les approches pédagogiques et didactiques à valoriser : l'enseignement-apprentissage, l'expérimentation, la pratique quotidienne et l'interdisciplinarité en mathématiques. Tout en rappelant le rôle des mathématiques dans la vie courante et le développement de l'Afrique contemporaine, cette réflexion prend alors la forme d'une évaluation se résumant en un dévoilement de quatre facteurs qui, au bout du compte, permettraient non seulement de surmonter les peurs vis-à-vis des mathématiques, mais aussi d'aimer cette discipline en l'adoptant, en cherchant à comprendre ses principes et en expérimenter ses concepts en les reliant aux autres disciplines pour en tirer le meilleur parti au quotidien.

4. Cet aspect fait l'objet d'un ouvrage en préparation dans lequel nous envisageons l'apprentissage des mathématiques en relation avec la question du développement de l'Afrique.

De cette analyse critique découle une prise de position en faveur d'une nouvelle vision des mathématiques en Afrique par les Africain-e-s. Pour développer mon plaidoyer, j'ai emprunté une démarche argumentative basée sur les faits qui, par extrapolation, me conduira à déduire du passé et du présent, l'avenir des mathématiques sur ce continent.

Pour cela, je rappelle, autant que faire se peut, en les illustrant ou en les évoquant, quelques faits visibles qui précisent l'image intrinsèque de cette discipline. Ces faits participent en même temps de la mise en évidence, aux yeux du commun des humains, de la multiplicité de ses applications concrètes, toutes au service de leur bien-être.

Je montre également comment avec les sciences mathématiques, certaines sociétés ont su aiguïser leur curiosité pour se les approprier, les cultiver, les entretenir, au point qu'aujourd'hui elles en récoltent véritablement les fruits; elles se présentent d'ailleurs aux yeux des autres comme des modèles de réussite et de développement multisectoriel pendant que l'Afrique d'où la discipline prend sa source demeure encore à la traîne (Huylebrouck, 2005; Villani, 2010; Greenwald & Thomley, 2012). Il s'agit ici d'amener les jeunes, leurs encadreur-se-s et les décideur-se-s politiques à se rendre compte de la nécessité de réfléchir de façon autonome, critique et créative sur cette discipline; et qu'il faut le faire en recherchant des réponses pertinentes aux questions fondamentales qui sont : pourquoi devons-nous pratiquer davantage les mathématiques? Comment peut-on grâce aux mathématiques faire émerger les sociétés?

Enfin, nous faisons savoir et admettre, surtout aux jeunes et aux enseignant-e-s chargé-e-s de leur encadrement dans les différents milieux socioéducatifs, aux parents et à tous ceux et celles qui président à nos destinées, la nécessité de reconnaître les enjeux socioéconomique et culturel d'un meilleur ancrage de l'enseignement des mathématiques dans le système éducatif, ainsi qu'une activité de recherche permanente et soutenue dans ce domaine aussi bien en milieu scolaire, parascolaire qu'universitaire.

La présente réflexion puise l'essentiel des exemples dans le contexte camerounais qui est celui que j'estime mieux connaître et qui se trouve être celui d'une « Afrique en miniature »⁵, d'un « microcosme de l'Afrique » (Bwele *et al.* 1981, cité par Nkoumou, 2015); celui d'un pays du Sud, membre du Commonwealth et de la Francophonie. Toutefois, je procéderai de temps en temps à des extensions dans mes analyses, en vue de dégager une concordance dans certains faits.

Le présent ouvrage est organisé en quatre parties. La première partie donne un aperçu sur la place des mathématiques en Afrique. Ici, nous partons de quelques constats généraux sur le décrochage et l'échec dans les filières mathématiques pour présenter ensuite les facteurs explicatifs de l'échec de l'enseignement de cette discipline et pour montrer enfin la nécessité d'agir en urgence sur les systèmes éducatifs africains et les mentalités des peuples. La deuxième partie rappelle brièvement, dans un premier temps, la définition et la place de cette discipline dans l'univers de la connaissance; dans un deuxième temps, nous envisageons les principes qui sous-tendent les différents types de raisonnements mathématiques; et dans un troisième temps, nous présentons les objectifs fondamentaux de l'enseignement de cette discipline pour l'humanité. La troisième partie présente, dans un premier temps, le principe et le processus d'interaction des mathématiques avec d'autres domaines et, dans un second temps, un cliché restreint de la vitrine des mathématiques dans leur transversalité et leur interdisciplinarité, de plus en plus visibles aujourd'hui. Ici, nous présentons, d'une part, quelques exemples illustratifs d'interactions avec certaines disciplines « les mieux acceptées », organisées en trois catégories selon leur degré d'affinité avec les mathématiques; et d'autre part, des interprétations de quelques faits de société à la lumière de certains outils mathématiques. Enfin, la quatrième partie porte sur le renforcement de l'identité culturelle africaine, le contexte psycho-socioculturel favorable au développement via les apprentissages des connaissances scientifiques en général et des mathématiques en particulier;

5. Ce pays d'Afrique centrale a un accès à la mer, des terres extrêmement fertiles, des climats intertropicaux diversifiés, de grandes ressources naturelles et humaines; il est aussi l'un des États les mieux dotés du continent africain (Pigeaud, 2011).

ce qui devrait être animé par une mentalité scientifique et l'indépendance ou mieux la non-transgression du discours mathématique par la langue d'expression du personnage.

I. APERÇU DE LA SITUATION DES MATHÉMATIQUES EN AFRIQUE ET INTERPELLATION

Introduction

L'impact de l'adoption des principes mathématiques sur le quotidien du citoyen et de la citoyenne d'Afrique reste peu perceptible au point où cette quasi-absence d'effets tend à déterminer le désamour pour cette

L'Afrique est de loin le
continent où les mathématiques
sont le moins développées.

(Villani, 2010 : 8)

discipline; une situation qui amène à s'interroger sur la place, l'importance ainsi que l'avenir de cette discipline. Le mathématicien français Poincaré s'intéressait déjà en son temps à l'histoire et l'avenir des mathématiques (Poincaré, 1920), mais il explorait le sujet avec un regard occidental.

En Afrique, les acquis inestimables en matière de sciences ont été spoliés au cours de l'histoire (Fokam Kammogne, 2000) pendant les mouvements migratoires des populations résultant des différentes guerres sociopolitiques qui l'ont décimée. D'ailleurs, Gerdes (1994) présente un panoramique de résultats de recherche et des sources d'information se rapportant à l'histoire de la mathématique en Afrique subsaharienne. Pourtant, l'Afrique s'est toujours retrouvée en marge du développement des sciences mathématiques au point que Lumpkin (1987) se demande pourquoi le rôle et les contributions originales des Africain-e-s et de leurs diasporas dans le développement de la civilisation occidentale ont été omis ou relégués au second plan dans les manuels scolaires. Pourquoi le taux de décrochage et d'échec dans les filières mathématiques reste-t-il préoccupant?

Dans ce chapitre, nous examinons ce sujet avec un regard froid, en tirant avec Djebbar (2015) nos arguments du contexte africain à travers un état des lieux. Tout d'abord, nous dressons un bilan de l'échec et de décrochage dans les filières mathématiques, pour tenter de trouver des facteurs explicatifs tant à l'intérieur du système éducatif qu'à l'extérieur de celui-ci; ensuite nous analysons ces facteurs pour déboucher sur la nécessité d'agir suffisamment à temps pour mieux contrôler la dynamique du phénomène.

Constats généraux sur les pratiques d'enseignement-apprentissage et expérimentation des mathématiques

Taux d'échec et de décrochage élevés dans les filières mathématiques

Le bulletin de santé des mathématiques en Afrique et la situation de leur développement, dressés par Greenwald & Thomley (2012), révèlent globalement une difficulté majeure d'étudier les mathématiques africaines et les mathématiques en Afrique. Les autrices montrent l'existence d'une pratique ancienne des mathématiques, notamment à travers l'art et les jeux traditionnels. Toutefois, elles font remarquer que les systèmes éducatifs africains n'ont pas réussi à incorporer ces savoirs traditionnels pour en tirer le plus de bénéfice. C'est ainsi que nombre d'histoires anciennes sur les mathématiques africaines sont restées spéculatives, basées essentiellement sur une compréhension générale de la manière dont cette discipline évolue dans les autres sociétés. Cette rupture entre la vie et l'histoire d'une part, et l'éducation d'autre part entraîne des conséquences sur les performances scolaires. Aussi, dans son document de réflexion et d'orientation de l'année 2009, la Conférence des ministres de l'Éducation des pays ayant le français en partage (CONFEMEN) relevait-elle un certain nombre de « carences » qui affectent tant les infrastructures que les institutions en charge de l'éducation dans les pays africains francophones. De même, s'agissant de certains indicateurs scolaires peu reluisants en Afrique subsaharienne, Greenwald & Thomley (2012 : 13-15), se fondant sur le rapport de *Mathematics in Africa* de 2009, constatent qu'en Afrique centrale particulièrement, on enregistre de faibles pourcentages de fréquentation

des écoles, un ratio apprenants/enseignant très élevé¹, un usage marqué des manuels scolaires mathématiques « recyclées » et peu d'enseignant-e-s formé-e-s dans la plupart de ces pays².

Le rapport 2009 sur les mathématiques en Afrique fait état de faibles pourcentages de la population scolarisée, de ratios élèves/enseignants élevés, d'une forte utilisation de manuels de mathématiques européens recyclés et de peu d'enseignants préparés dans la plupart des pays d'Afrique centrale, à l'exception du Cameroun. Tous ces faits rendent difficile la personnalisation de l'enseignement des mathématiques pour les élèves africains. Le Cameroun dispose d'un système éducatif plus développé, mais au niveau universitaire, il a du mal à pourvoir les postes de professeurs de mathématiques qui ont été approuvés, et la plupart des cours de mathématiques y sont dispensés dans de grandes classes par du personnel de faible niveau. (Greenwald & Thomley, 2012 : 13-15)³

Des faits qui rendent difficile l'appropriation de l'éducation mathématique par les élèves et les étudiant-e-s africain-e-s. Cependant, le Kamerun⁴ aurait développé un peu plus son système éducatif dans son ensemble, même si au niveau secondaire, il lutte encore pour répondre aux besoins en termes de places à pourvoir dans les filières mathématiques des facultés des sciences

1. Selon l'UNESCO, ce ratio aura du mal à se réduire puisque le nombre d'enseignant-e-s formé-e-s n'arrive toujours pas à suivre le rythme d'accroissement démographique.
2. Un rapport de l'UNESCO (2006) sur les enseignant-e-s et la qualité de l'éducation en Afrique subsaharienne révèle qu'environ 50 % des enseignant-e-s du primaire sont des contractuel-le-s dont le salaire est de moitié moindre? ou inférieur? à celui des enseignant-e-s fonctionnaires. Ces contractuel-le-s sont bien souvent le recours à la pénurie d'enseignant-e-s. C'est le cas, par exemple, pour l'enseignement des mathématiques ou des langues vivantes.
3. « The 2009 Mathematics in Africa report describes low percentages of the population attending schools, high student-to-teacher ratios, heavy use of recycled European mathematics textbooks, and few prepared teachers in most of central Africa outside of Cameroon. All of these facts make it difficult to customize mathematics education for African students. Cameroon has a more developed education system, but at the college level it is struggling with filling the mathematics faculty positions that have been approved, and most mathematics teaching there is done in large classes by low-level staff. »
4. Écriture phonétique du toponyme « Cameroun ». Dans cet ouvrage, j'adopte cette écriture pour faire l'unanimité dans la désignation linguistique de ce pays d'Afrique centrale, jadis protectorat allemand, puis placé en 1919 sous mandat de la Société des Nations qui à son tour conféra la tutelle de la partie orientale à la France, et la partie occidentale à la Grande-Bretagne. Depuis lors, il porte les noms de Cameroun (pour les francophones) et Cameroon (pour les anglophones). Cependant, j'emploierai les graphies françaises pour les adjectifs et les gentilés « Camerounais » et « Camerounaises » par respect des règles orthographiques du français.

qui existent; sans oublier que la plupart des enseignements de mathématiques sont dispensés dans des salles à effectifs souvent pléthoriques, par des enseignant·e·s dont certain·e·s font quelquefois preuve d'une conscience professionnelle reprochable. Néanmoins, avec plus de la moitié de titulaires de doctorat en mathématiques de la sous-région Afrique centrale, ce pays pourrait y devenir leader dans l'éducation mathématique. Mais nous pensons que ce leadership camerounais annoncé et tant espéré risquerait d'être illusoire si ses « intellectuels » n'arrêtent pas de sacrifier l'école à des appétences politiciennes (Elanga Ateme, 2016), si des actions synergiques d'éducation, de formation, de contrôle et de suivi-évaluation de la jeunesse ne sont pas mises en place maintenant par tous les acteurs et toutes les actrices républicain·e·s compétent·e·s.

Greenwald & Thomley (2012 : 17) affirment qu'en Afrique de l'Est, le Kenya a des programmes de mathématiques de très haute facture au niveau du secondaire et qu'il a produit presque la moitié des docteur·e·s de mathématiques de cette sous-région. Malheureusement, la plupart des étudiant·e·s de mathématiques sont attiré·e·s par des professions autres que l'éducation, l'enseignement et la recherche à cause de la modicité des salaires dans ces secteurs socioprofessionnels. Dans cette sous-région d'Afrique, beaucoup d'efforts devraient donc être fournis au niveau du renforcement des structures pédagogiques pour améliorer l'éducation mathématique par le questionnement et pour la rendre aussi compétitive, c'est-à-dire capable d'innovations et d'inventions. Combien de ces thèses de recherche doctorale en mathématiques fondamentales ou appliquées corrélativement à celles d'autres disciplines sont soutenues en terre africaine⁵ sans que les résultats ne profitent aux populations? Une réflexion sur cette question pourrait permettre de mieux apprécier le degré de maturité de l'Afrique, de celui de ses institutions scolaires et universitaires dans ce champ disciplinaire.

Les performances mensuelles, séquentielles ou trimestrielles des élèves sont des indicateurs clés de leurs niveaux d'acquisition des savoirs et de préparation aux examens de passage ou certificatifs. Celles de fin de la 4^e séquence ou du deuxième trimestre sont d'autant plus importantes qu'elles

5. C'est-à-dire dans les structures universitaires et grandes écoles africaines.

sont calculées lorsque les taux de couverture des enseignements sont estimés à plus de 80 %. Au cours de l'année scolaire 2011/2012 par exemple, l'exploitation des données collectées auprès de quelques établissements de la région de l'Adamaoua a conduit aux statistiques suivantes : en classe de 3^e, seulement 7,21 % d'établissements ont produit leur propre épreuve de la 4^e séquence; 3,56 % ont pris pour épreuve de la 4^e séquence l'épreuve zéro officielle du BEPC 2012 et le reste n'a pas du tout évalué. Les taux de réussite enregistrés en mathématiques pour cette 4^e séquence ont été les suivants : classes de 4^eA de l'Enseignement secondaire technique (EST) : 11,73 %; classes de 1^{re} de l'Enseignement secondaire général (ESG) : 22,61 %; classes de 1^{re}/EST : 18,54 %; classes Tle/ESG : 7 % et classes Tle/EST : 21 %.

Ces chiffres sont inquiétants et certaines raisons de ces mauvaises performances qui ont un rapport avec les enseignant·e·s et leurs enseignements seraient entre autres :

- la mauvaise qualité des sujets (non-respect de la structure, mauvaise formulation des questions, objectifs mal définis, barème peu adéquat, mauvaise lisibilité du texte, etc.);
- la mauvaise préparation des élèves aux évaluations (complaisance pendant les séances de travaux dirigés et rigueur absolue lors des devoirs, évaluations surprises, etc.);
- les enseignements de qualité douteuse (objectifs mal définis et non atteints, mauvais choix concernant les activités de découverte et de consolidation proposées, absence de préparation de leçons, etc.);
- l'absence de stimulation suffisante de la pensée et de l'estime de soi chez les apprenante·s;
- la complaisance dans l'attribution des notes (notes fantaisistes ou imaginées sans évaluation préalable...) avec comme corollaire le niveau très insuffisant des apprenante·s;
- les méthodes d'enseignement peu interactives, mal adaptées aux intérêts et aux capacités des apprenante·s (l'élève n'étant ni au centre ni au-devant de son apprentissage);
- la mauvaise connaissance des réformes et des nouvelles définitions des épreuves d'examens par les enseignante·s. L'absence de correction des sujets des épreuves d'entraînement ou « épreuves zéros » par les enseignant·e·s sur le terrain, avec pour corollaire la légèreté dans les préparations matérielle et psychologique des élèves;

- l'absence de stratégie didactique ou de manifestation d'une passion susceptible d'émulation chez les jeunes apprenante-s.

Il faut aussi ajouter que les enseignant-e-s travaillent parfois dans un environnement peu confortable, peu agréable et caractérisé par des effectifs pléthoriques, une insuffisance ou mieux un manque de matériels didactiques, des bibliothèques qui, quand il en existe, sont pauvres en livres ou manuels adaptés aux programmes, des rapports de collaboration équivoques avec l'administration, etc. Mais le fait que les résultats des évaluations ne répondent pas aux attentes suscitera toujours des interrogations de la part de la communauté éducative. Et la responsabilité de l'enseignant-e sera toujours questionnée. Face à de telles difficultés, les acteurs et les actrices du secteur ont mis en place des cadres de réflexions et de solutions qui fonctionnent. Parmi ces actions, l'initiative de l'*African Institute for Mathematical Sciences* (AIMS) participe de cette action réparatrice. Interrogé sur le bienfondé de cette entreprise, Villani répond :

J'y adhère pleinement. Ce projet a été bâti en effet à partir d'un constat. Aujourd'hui, beaucoup de jeunes Africains viennent poursuivre leurs études scientifiques en France. Or une fois formés, très souvent ils y restent ou s'installent dans d'autres pays, les mauvaises conditions matérielles, mais aussi parfois un environnement politique difficile, ne les incitant pas à retourner dans le leur. Ainsi le très fort potentiel, notamment en mathématiques, que j'ai évoqué, ne profite quasiment pas aux pays d'Afrique. Avec l'*Initiative Next Einstein*, l'AIMS a décidé de prendre ce scénario à rebrousse-poil en choisissant d'installer en Afrique chaque centre de formation qui sera développé dans le cadre de ce réseau. Ce seront alors les professeurs étrangers qui se déplaceront sur le sol africain pour dispenser leurs cours. Ce long travail permettra ainsi de former une première génération de professeurs qui, eux-mêmes, formeront une seconde génération apte à former les étudiants et ainsi de suite. (Villani, 2010 : 8)

Au Kamerun comme dans la plupart des pays en espoir d'émergence, et même dans certains pays dits développés, la vision que l'opinion a des mathématiques influe sur l'orientation scolaire et universitaire des jeunes. En effet, pour une moyenne de 100 élèves qui frappent aux portes du secondaire général ou technique, environ 25 % seulement s'orientent quelques années après vers une classe de seconde scientifique ou technique industrielle. Et

plus tard, moins de 10 % seulement arrivent en classe de terminale SM⁶ ou technique industrielle. Ces proportions restent gardées même au niveau des résultats aux examens certificatifs.

Au Gabon, les résultats d'une étude sur les filles et les sciences dans ce pays, menée pendant l'année universitaire 2015-2016 par Maroundou à travers une enquête sur une période de quatre années de 2009-2010 à 2012-2013, auprès de 55 étudiantes des niveaux licence et master, ont révélé (Demba *et al.*, 2020) que le choix des filières scientifiques, le « surtravail » et leurs compétences en sciences ont été des facteurs déterminants pour se maintenir dans ces filières. En effet, dès l'école primaire, 23,6 % de filles enquêtées envisagent faire des études scientifiques; 38,2 % renouvellent leur projet en classe de troisième et seulement 3,6 % confirment leur choix en classe de seconde scientifique (palier d'orientation) (Demba *et al.*, 2020 : 58).

Il convient de signaler, non pour s'en réjouir, mais pour révéler le niveau de complexité transcontinental du phénomène, qu'en Europe également, la situation n'est guère reluisante.

En France par exemple, pour la période allant de 1851 à 2005, les proportions de jeunes qui optent pour les filières scientifiques et sollicitant un baccalauréat technologique sont restées très faibles, en dessous de 30 %.

| FILIÈRES | 1851 (%) | 1951 (%) | 1961 (%) | 1970 (%) | 1980 (%) | 1990 (%) | 1995 (%) | 2000 (%) | 2005 (%) |
|-------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Bac général | 0,6 | 5,3 | 11,2 | 16,7 | 18,6 | 27,9 | 37,2 | 32,6 | 34,9 |
| Bac technologique | - | - | - | 3,4 | 7,3 | 12,8 | 17,6 | 18,3 | 18,6 |
| Bac professionnel | - | - | - | - | - | 2,8 | 7,9 | 10,8 | 10,3 |
| Total | 0,6 | 5,3 | 11,2 | 20,1 | 25,9 | 43,5 | 62,7 | 61,7 | 63,8 |

Tableau 1 : Statistiques des inscriptions en filières scientifiques en France (1851–2005) – Source : Encarta, 2009.

6. Sciences Mathématiques : il s'agit des séries « S », « SM » ou « C » dans lesquelles les sciences mathématiques et les sciences physiques sont des matières dites principales ou du 1^{er} groupe.

En effet, l'observance d'une croissance générale des données du tableau 1 ci-dessus laisse croire que la situation change en s'améliorant au fil du temps. Dans le cas présent, il s'agit d'une illusion statistique, car ces données représentent les fréquences brutes qui ne tiennent pas compte des poids totaux des inscriptions. S'agissant des données relatives aux baccalauréats technologique et professionnel, il faut se rendre compte qu'en réalité, le calcul des fréquences relatives sur ces données révèle que le taux le plus bas, soit 16,91 % = $(3,4/20,1)*100$, est enregistré en 1970 et le pic 29,66 % est atteint en 2000, pour descendre à 28,68 % cinq années après. Pour la même période, le taux des inscriptions au baccalauréat professionnel est resté en dessous de 18 % : soit 6,43 % en 1990, 17,5 % en 2000 et 16,14 % en 2005.

La situation camerounaise examinée sous l'angle des mathématiques reste aussi mitigée bien que ce pays annonce connaître l'émergence à l'horizon 2035. À titre d'illustration, en 2000, un centre d'écrit de l'examen probatoire de l'enseignement secondaire général avait enregistré un total de 983 candidat·e·s inscrit·e·s dont 589 (soit 59,92 %) pour les séries littéraires, 313 (soit 31,84 %) pour les sciences expérimentales (série D) et 81 seulement (soit 8,24 %) pour les sciences mathématiques. Cette situation reste d'actualité en ce début du 3^e millénaire, même dans les pays dits développés. Ainsi, pendant les années 2012 et 2013, soit plus d'une dizaine d'années plus tard, ces proportions n'ont pas vraiment changé de façon significative comme l'attestent les données suivantes enregistrées au ministère camerounais en charge de l'éducation du niveau secondaire.

| EXAMENS | Nombre de candidats en 2012 | Nombre de candidats en 2013 |
|--|-----------------------------|-----------------------------|
| Concours d'entrée en 6^e | 159 873 | 161 763 |
| Concours d'entrée en 1^{ère} année ET | 42 316 | 43 333 |
| BEPC | 225 862 | 229 653 |
| BEPC bilingue | --- --- | 1 122 |
| CAP industriels | 40 209 | 42 878 |
| CAP Commerciaux | 11 754 | 11 823 |
| CAPIET | 1 301 | 1 330 |
| CAPIEMP | 14 529 | 17 043 |

Tableau 2 : Statistiques 2012-2013 des inscriptions aux examens gérés par la Direction des examens et concours (DECC)[footnote]Organisme chargée de la gestion de près de huit (8) examens et concours officiels au Ministère des enseignements secondaires, Yaoundé-Kamerun.[/footnote] – Source : www.minesec.gov.cm.

Ce tableau montre qu'en 2012, sur 202 189 enfants qui ayant frappé aux portes du secondaire, 159 873 soit 79,07 % se portaient candidat·e·s (avec certainement l'aval de leurs encadreurs·se·s et parents) pour l'enseignement général et seulement 42 316 soit 20,93 % pour l'enseignement technique et professionnel. Des proportions assez similaires ont été enregistrées en 2013 avec 78,87 % et 21,13 % respectivement. Pendant la même période et en fonction des besoins somme toute disproportionnés, l'État attribuait 91,78 % de places aux jeunes dans les Écoles nationales des instituteur·e·s de l'enseignement général (ENIEG) en 2012 contre 8,22 % seulement dans les Écoles nationales des instituteur·e·s de l'enseignement technique (ENIET). En 2013, l'attribution était de l'ordre de 92,76 % dans les ENIEG contre 7,24 % dans les ENIET. Pourtant, les responsables de l'éducation et les politicien·ne·s martèlent au quotidien que l'émergence économique passe par le développement technologique et industriel qui a fortement besoin des mathématiques pour s'implémenter.

Au sortir du cycle secondaire, ces disproportions semblent se maintenir, et même s'étriquer.

| EXAMENS | Nombre de candidats en 2012 | Nombre de candidats en 2013 |
|---|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Probatoire général | 145 228 | 157 332 |
| Probatoire Enseignement Tech. Com. | 15 093 | 13 930 |
| Probatoire Tech. Ind. | 15 307 | 16 150 |
| Probatoire de Brevet de Tech. Ind. | 13 168 | 10 012 |
| Probatoire de Brevet de Tech. STT | ----- | 3 452 |
| BEP Com. | 1 | 1 |
| BEP Ind. | 60 | 42 |
| BP Com. | 100 | 94 |
| BP Ind. | 779 | 628 |
| Bac général | 99 476 | 95 133 |
| Bac Ens. Tech. Com. | 8 638 | 11 298 |
| Bac Ens. Tech. Ind. | 5 943 | 5 763 |
| Brevet de Techniciens Ind. | 5 765 | 4 883 |
| Brevet de Techniciens STT | --- --- | 2 022 |

Tableau 3 : Statistiques 2012-2013 des inscriptions aux examens gérés par l'Office du baccalauréat du Cameroun (OBC).

Du tableau ci-dessus, il ressort qu'en 2012, sur 188 796 candidats au probatoire, 76,92 % appartenaient à l'enseignement général contre 23,08 % pour l'enseignement technique et professionnel. En 2013, les chiffres étaient de 197 424 avec 79,7 % pour l'enseignement général et 20,3 % pour l'enseignement technique.

Au Kamerun, le sous-système anglophone n'est pas du tout épargné par ce phénomène.

| EXAMENS | | Nombre de candidats en 2012 | Nombre de candidats en 2013 |
|------------------------|--------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| GCE/O/L Général | | 84 580 | 94 858 |
| GCE/A/L Général | | 38 603 | 38 953 |
| GCE-TECH | O/L Tech | 7 321 | 7 927 |
| | A/L Tech | 4 305 | 4 581 |
| Bac et Prob | Bacc Tech | 1 171 | 1 730 |
| | Brevet Tech | 1 127 | 1 426 |
| | Prob Tech | 3 267 | 3 367 |
| | Prob de BT | 1 874 | 2 071 |

Tableau 4 : Statistiques 2012-2013 des inscriptions aux examens gérés par le General Certificate of Education (GCE) Board[footnote]Structure camerounaise chargée de gérer 08 examens officiels du second cycle du sous-système anglophone.[/footnote].

De ce tableau, il ressort qu'en 2012 dans le sous-système anglophone, 86,6 % de jeunes étaient candidat-e-s aux examens de l'enseignement général contre 13,4 % pour l'enseignement technique, et en 2013, on enregistrait 86,38 % contre 13,62 % respectivement. Entre 2011 et 2014, les informations collectées pour la région de l'Adamaoua révèlent, par rapport aux inscriptions enregistrées aux examens Probatoire et Baccalauréat, les chiffres suivants :

| EXAMENS | Séries | Proportion en 2011(%) | Proportion en 2012(%) | Proportion en 2013(%) | Proportion en 2014(%) | OBSERVATIONS |
|----------------------|----------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|---|
| Probatoires | A4 | 89,20 | 85,19 | 46,42 | 62,09 | La série C oscille autour de 10% seulement |
| | C | 2,57 | 1,73 | 9,65 | 7,73 | |
| | D | 8,23 | 13,08 | 43,93 | 30,18 | |
| Baccalauréats | A4 | 54,49 | 45,54 | 40,53 | 55,40 | |
| | C | 14,76 | 5,66 | 13,10 | 10,14 | |
| | D | 30,75 | 48,80 | 46,37 | 34,50 | |

Tableau 5 : Statistiques 2011-2014 des inscriptions en maths aux examens OBC/Adamaoua – Source : Archives DRES/AD.

En général, les résultats obtenus en mathématiques pour tous les examens officiels ne sont pas du tout reluisants, et ils ne sont pas de nature à développer de la sympathie à l'égard de cette discipline. Les performances dans les classes intermédiaires sont également mitigées. En effet, en octobre 2010 à l'occasion d'un séminaire de renforcement des capacités des animateurs pédagogiques des sciences de la région de l'Adamaoua, un inspecteur pédagogique de mathématiques, Monsieur Adjaba Biwoli, dans son propos introductif aux travaux en atelier, déclara :

Les mathématiques restent un grand facteur d'échec scolaire. Cette année par exemple, 4,9 % des élèves de notre région ont eu la moyenne en mathématiques au BEPC et 16 % seulement au Probatoire D. Pourtant, le sujet du BEPC concerné était essentiellement constitué d'exercices isomorphes [...] à ceux régulièrement traités en classe! Au probatoire D aussi, nos candidats se sont montrés en majorité, incapables de traiter les exercices similaires à ceux abordés en classe et pire, parfois devant ceux de type nouveau. Les raisons évoquées par les enseignants ne manquent pas de pertinence. Seulement, leurs pratiques de classe favorisent-elles toujours le réinvestissement des connaissances dans des exercices classiques ou innovants? (Adjaba Biwoli, propos recueillis par l'auteur, 2010)

Au cours de ce séminaire qui avait pour thème central « Comment amener les élèves à pouvoir réinvestir leurs connaissances en mathématiques? », il s'était agi de mettre sur pied des stratégies opérationnelles plus efficaces devant contribuer au renforcement de l'autonomie dans le travail des apprenant·e·s.

Au regard de cette observation, nous nous étions engagé·e·s, dès le lendemain, à suivre les résultats en mathématiques aux examens des sessions à venir. Aussi, pour l'examen certificatif du BEPC en particulier, il ressort cet extrait des statistiques régionales.

| Session | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 |
|---|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Taille de l'échantillon de candidats | 5 566 | 6 328 | 7 321 | 1 118 |
| Nombre d'admis en mathématiques | 175 | 64 | 127 | 59 |
| Taux de réussite (%) | 3,14 | 2,59 | 1,74 | 5,78 |

Tableau 6 : Taux de réussite 2011 – 2014 en mathématiques au BEPC/Adamaoua –
Source : Archives DRES/IPR/SC/AD.

Ces données qui donnent l'impression que la situation est relativement stable dans l'Adamaoua corroborent à souhait la thèse selon laquelle peu de jeunes réussissent dans les séries mathématiques. La hausse relative du taux de réussite en mathématiques en 2014 peut davantage se justifier par la taille réduite de l'échantillon considéré que par l'amélioration des performances des candidat·e·s. D'autres chiffres disponibles, relatifs aux performances des candidat·e·s aux trois examens (BEPC, Probatoire et Baccalauréat) des sessions 2011 et 2012 dans les régions de l'Adamaoua, de l'Est et du Sud se présentent comme suit⁷.

7. Il s'agit d'un rapport bilan des résultats d'examens certificatifs produit par les inspecteurs de mathématiques aux niveaux régional et national à la fin d'une session. On y trouve une analyse critique et chiffrée des performances des candidat·e·s aux différents examens officiels camerounais. Les performances des apprenant·e·s y sont présentées par tranches de notes et un examen de la qualité des sujets (structure, taux de couverture des programmes, notions ayant posé le plus de problèmes aux candidats, etc.) est fait. Mais la production de ce document hautement important pour le suivi de l'enseignement sur le long et moyen terme, a été suspendue depuis 2018.

| EXAMENS | Taux de réussite en mathématiques de 2011 & 2012 (%) | | | | | |
|-----------------|--|-------|-------|-------|------|-------|
| | ADAMAOUA | | EST | | SUD | |
| | 2011 | 2012 | 2011 | 2012 | 2011 | 2012 |
| BEPC | / | 2,59 | 1 | 0,75 | / | 2 |
| Prob C-E | / | 26,24 | 63 | 3,27 | / | 6,80 |
| Prob D | / | 36,24 | 13 | 45,90 | / | 30,49 |
| Bac A4 | / | 25,29 | 23,8 | 27,15 | / | 30 |
| Bac C-E | 13,53 | 23,44 | 33,84 | 24 | / | 25 |
| Bac D | 18,17 | 38,29 | 17 | 48,40 | / | 50 |

Tableau 7 : Quelques chiffres des examens 2011 et 2012 dans trois régions du Kamerun –
Source : Observatoire des examens 2012/SS-MATHS/MINESEC.

Pour ce qui est du BEPC particulièrement, les chiffres enregistrés sont aussi parlants. En 2015, sur un échantillon de 813 candidat·e·s d'un centre de corrections, seulement 36 ont eu une moyenne au-dessus de 10/20 en mathématiques, soit un taux de réussite très bas de l'ordre de 4,42 %. Cinq années après, c'est-à-dire en 2020, la situation ne s'est guère améliorée. La synthèse des chiffres tirés des rapports des chef·fe·s de secrétariat de trois grands sous-centres⁸ de corrections du même examen dévoile un niveau de performance très préoccupant : pour un échantillon représentatif de 3 988 copies de mathématiques corrigées, seules 158 copies ont porté une note totale définitive au-dessus de 40/80. Soit un taux de réussite d'environ 3,96 %. Les arguments susceptibles d'apporter des justificatifs recevables à ce *statu quo* dans la dynamique des performances des candidat·e·s sont essentiels pour réorienter et renforcer la lutte contre les phénomènes d'échec et de décrochage. Dans le cas présent, à quel degré la baisse constatée est-elle imputable à la situation de la Covid-19?⁹ Et même si c'était le cas, cette pandémie ne constituerait qu'un élément aggravant qui vient s'ajouter à un problème déjà existant. Compte tenu du fait que les enseignements en présentiel connaissent déjà un certain nombre de problèmes encore sans solutions (la répartition des élèves par classe, par

8. Il s'agit des sous-centres du Lycée Bilingue de Ngaoundéré (1 309 copies), celui du Lycée de Sabongari (1 382 copies) et celui du Lycée de Bamyanga (1 297 copies).

9. Pour répondre à cette question, il faudrait mener une étude de terrain plus détaillée.

exemple), comment imaginer les images géométriques à la radio ou la télévision? Cette approche d'enseignement/formation à distance ne crée-t-elle pas davantage de problèmes au rang desquels les inégalités d'accès aux différentes formes de savoirs entre les apprenant-e-s?

Par ailleurs, la programmation des horaires de passage de certaines épreuves scientifiques à cet examen, ainsi qu'au Probatoire et au Baccalauréat scientifiques de l'enseignement général ne joue pas toujours en faveur du relèvement du niveau des performances des candidat-e-s. En effet, l'épreuve de français qui passe en priorité aux premières heures de la matinée dans le programme du déroulement des épreuves écrites regroupe à elle seule trois épreuves pour 3 heures 45 minutes : Orthographe (45 minutes), Étude de texte (1 heure) et Composition française (2 heures). Cependant, les mathématiques qui sont également une discipline transversale enseignée depuis le cycle maternel sont réduites à une seule et très longue¹⁰ épreuve qui ne dure que deux heures. De plus, il faut constater pour le déplorer que dans les séries C, D et TI (Technologie de l'information), le passage des épreuves des matières phares comme la Physique-chimie, les Sciences de la vie et de la terre et l'Informatique, c'est-à-dire les matières du premier groupe dans les programmes d'enseignement, soit programmé pendant les deux dernières journées sur les quatre que couvrent les examens. Les élèves affrontent ainsi leurs matières principales dans un état psychosomatique de fatigue agissante.

L'Enseignement technique et professionnel n'est pas sans connaître aussi de telles performances; car ici également, les filières industrielles technologiques (secteur du tertiaire avec les parcours comme la fiscalité, la monnaie et les finances) qui exigent de bonnes bases en mathématiques sont peu fréquentées par les jeunes, au profit de certaines spécialités dites

10. Il s'agit généralement d'une épreuve en trois parties dont une partie algébrique, une partie géométrique et un problème. Les parties comprenant des exercices indépendants. L'exercice appelé « problème » contient parfois une suite de questions sur un sujet ou encore des parties relativement dépendantes. Le tout devant couvrir au moins 80 % du programme officiel de la classe de troisième. Et compte tenu de la densité de ce programme, l'épreuve remplit généralement les deux pages d'un papier de format A4.

commerciales¹¹ qui en demandent moins. L'enseignement supérieur a également fort à faire pour sortir de cette situation (Banque Mondiale, 2003 : 90).

De nombreux jeunes éprouvent des difficultés en mathématiques. Plusieurs abandonnent cette discipline ou choisissent des formations qui leur permettraient d'éviter tout contact avec elle. Cette situation conduit à la circulation et à la diffusion d'un certain nombre des préjugés rétrogrades et même des mythes relatifs à cette discipline (Flato, 1990; Kindschi, 2005). Dans les institutions scolaires et mêmes universitaires, certains jeunes entrent en salle de cours avec la certitude que la leçon sera ennuyeuse. D'autres croient que la réussite dans cette matière dépend de la possession d'un talent ou d'un don spécial (supérieur), la fameuse « bosse des maths », oubliant parfois que l'enseignant également ne sait absolument pas tout. Les mathématiques ne sont pas réservées à une catégorie de personnes, scolarisées ou non scolarisées. Elles sont la façon de penser opérationnelle et opératoire de chacun. Les mathématiques élémentaires exemptées de leurs symboles et autres figures géométriques sont une activité populaire qui n'exige aucune condition fondamentale préalable pour les exercer, les pratiquer à une dimension élémentaire. C'est là le tremplin pour toute phase d'apprentissage. Des enfants aux adultes, aucun n'échappe aux mathématiques; tous et toutes les pratiquent de manière consciente ou inconsciente.

Persistance des préjugés néfastes sur les mathématiques et nos motivations

Nous avons aujourd'hui la certitude que les craintes causées par les mathématiques en milieu scolaire (Inanan Kouéiwon, 2018) et universitaire (Pilon, 2006) sont importantes et elles influent sur les comportements psychosociaux de nombreux individus notamment en Afrique malgré les innovations pédagogiques, didactiques et technologiques de plus en plus

11. Encore appelées filières STT.

modernes. Il s'agit bien entendu de ce comportement réfractaire couplé à une antipathie à l'égard des sciences mathématiques, résultat des jugements préconçus, défavorables et erronés qui dénaturent l'esprit de cette matière et provoquent de multiples démissions non seulement dans cette discipline, mais aussi dans les filières apparentées. Ce mouvement prend d'ailleurs, et depuis un certain temps, une autre forme. On donne l'impression de s'intéresser aux mathématiques en admirant simplement ceux et celles qui s'y exercent sans pour autant s'engager véritablement à les faire soi-même. Ce phénomène est très observable chez les jeunes, notamment chez de nombreux·se·s enseignant·e·s de matières dites littéraires, quand il faut finaliser différents rapports d'activités en dressant des statistiques mensuelles, séquentielles, trimestrielles ou annuelles. Ces personnes choisissent assez souvent de procéder par la « sous-traitance », c'est-à-dire faire faire par une tierce personne cette activité quand elles sont contraintes de les produire dans leur rapport d'activités.

De 1999 à 2015, nous avons régulièrement interrogé des élèves, des étudiants, des apprenant·e·s des centres de formation, ainsi que des personnes rencontrées dans des associations socioculturelles sur la discipline qui leur a causé plus de problèmes de compréhension et d'assimilation pendant leur cursus scolaire. Cette enquête psychosociologique réalisée auprès de plus de huit mille (8 000) personnes lettrées de différentes générations et étalée sur seize années visait à mesurer la proportion et le degré d'appréhension des mathématiques chez ces personnes. Les résultats ont révélé qu'un nombre très élevé a eu maille à partir avec le calcul, les problèmes, l'arithmétique et aujourd'hui les mathématiques. En effet, chacun y allait de ses propres raisons, pour dire et expliquer en quoi les mathématiques furent un véritable obstacle pendant leur scolarité. C'est ainsi que, sans distinction du niveau d'étude des personnes interrogées, nous avons pu noter quelques raisons pertinentes :

- les mauvaises notes enregistrées aux évaluations;
- la pauvreté et l'insuffisance d'encadrement des parent·e·s (avec comme corollaires le manque de manuels scolaires et les abandons scolaires);
- trop d'exercices difficiles à faire, sans rapports visibles avec le contexte environnemental des élèves;

- le vocabulaire et les formules difficiles à comprendre (faits de symboles et de représentations bizarres);
- l'absence de stimulation suffisante (par les enseignant·e·s) de la pensée et de l'estime de soi chez l'élève;
- les concepts et notions abstraits sans applications directes dans l'environnement (par exemple les espaces métriques, les notions de limite, de continuité, de convergence, de dérivation, etc.);
- des enseignant·e·s trop pressé·e·s de finir les programmes et peu soucieux des difficultés des apprenant·e·s (avec une rigueur presque martiale pour certain·e·s et un laxiste presque déconcertant pour d'autres);
- les méthodes d'enseignement qui ne permettent pas facilement de s'exercer quand l'on se retrouve seule;
- trop de matières indépendantes sans rapports visibles entre elles.

C'est ainsi qu'environ quatre mille neuf cent deux (4 902) personnes, soit une proportion de 61,28 % d'individus a rencontré des difficultés en mathématiques à un moment donné de leurs cursus scolaire et universitaire¹². Dans le même ordre d'idées, en 2016-2017, Inanan Kouéiwon (2018) a interrogé 150 élèves de 15 classes du lycée moderne de Yopougon-Andokoi en Côte d'Ivoire, qui devaient classer les matières dites « bêtes noires » de leur programme : « Ces matières "bêtes noires" sont les suivantes : philosophie (25 %), mathématiques (23 %), langue (21 %), sciences physiques (14 %) » (Inanan Kouéiwon, 2018 : 107). Les résultats des deux travaux, tout en paraissant éloignés l'un de l'autre, se complètent. Non seulement les univers de travail diffèrent quantitativement et qualitativement, mais les objectifs également. Le tout pour une même finalité à savoir, montrer que les mathématiques sont parmi les « disciplines-obstacles » à franchir pour réussir à l'école.

12. Cela peut donner l'impression qu'il y a des gens qui en veulent aux mathématiques. Que non! Les mathématiques sont une science désincarnée. Ce sont des hommes et des femmes qui pratiquent cette discipline qui font qu'elle existe. Les mathématiques comme toutes les activités scientifiques n'ont d'existence qu'à travers la pratique des hommes et des femmes.

Pour les adultes que nous avons questionnés, les réponses¹³ comme celle-ci étaient légion :

Les mathématiques, avec ces techniques de raisonnement, ces expressions, ces symboles et ces formules bizarres qui n'ont rien à voir avec le concret. Je ne sais vraiment pas à quoi elles servent dans la vie, sinon à faire perdre du temps aux gens. Par ailleurs, ceux qui réussissent dans cette matière deviennent presque toujours enseignants et finissent leurs jours dans la misère et la pauvreté. En tout cas, il faut être doué pour voir clair en cette matière-là!

De ces propos, on peut dégager deux idées phares. D'une part, certain·e·s trouvent que les mathématiques sont quelque chose d'étrange et en déphasage avec la vie réelle. Elles utilisent une langue abstraite et d'un abord abscons, et le ou la mathématicien·ne lui ou elle-même ne semble pas payer de mine. D'autre part, on reconnaît une qualité positive essentielle au ou à la mathématicien·ne : il ou elle est un·e être doué·e. C'est cette situation que nous appelons le paradoxe du ou de la mathématicien·ne qui rappellerait l'image de « l'Albatros » de Baudelaire par exemple.

En réalité, ce n'est pas entièrement la faute de ces personnes qui perçoivent les choses de cette manière, car en Afrique comme ailleurs, cette discipline a souvent été dégradée et son enseignement faussé par certains individus non professionnels; ces personnes se revendiquant des courants épistémologiques mal compris, notamment les logiciens, les formalistes, les axiomatiques, les déterministes, etc., au point que les apprenant·e·s gardent le souvenir d'une discipline qui les rebute. D'ailleurs, dans le discours des jeunes scolarisé·e·s ou post-scolarisé·e·s, les mathématiques restent toujours *la bête noire* dans les programmes d'enseignement (Inanan Kouéiwon, 2018). Cette perception des mathématiques, qui n'a contribué qu'à présenter une image de complexité absolue et à entretenir des idées préconçues défavorables à cette discipline, semble n'avoir pas beaucoup changé dans les esprits. Les raisons de ce discrédit sont multiples et l'appétence pour les mathématiques reste d'autant moins partagée qu'il y a quelques décennies. Cette situation n'est pas une exclusivité africaine. En effet, d'après Le Cam *et al.* (2016), deux études menées par *Trends in International Mathematics*

13. Propos recueillis et condensés par l'auteur.

and Science Study (TIMSS Advanced) et portant sur les niveaux de motivation des élèves de terminale S (de 10 pays des continents américain, asiatique et européen) en mathématiques ont permis de faire des comparaisons entre l'entame et la fin de la période de 1995 à 2015. Le pourcentage d'élèves qui déclarent s'ennuyer lors des cours de mathématiques est passé de 17,9 % en 1995 à 34,4 % en 2015 dans ces pays. La conséquence immédiate est qu'on observe que la variation du niveau de motivation affecte de façon significative la psychologie et le profil de formation de ces élèves, créant ainsi une entrave émotionnelle sérieuse qui vient s'ajouter aux préjugés défavorables, déjà nombreux.

En mathématiques, les émotions sont une autre source fréquente de difficultés. Cette discipline effraie beaucoup de gens, au point qu'on parle « d'anxiété mathématique » (Ashcraft, 2002). On sait que cela peut bouleverser les stratégies cognitives et la mémoire de travail (Ashcraft & Kirk, 2001). L'anxiété mathématique est un problème important pour l'enseignement des mathématiques, et il serait bon que les scientifiques cherchent à identifier des méthodes permettant d'y remédier (OCDE, 2007 : 111).

Certain-e-s jeunes scolarisé-e-s trouvent que les mathématiques sont une discipline hermétique, difficile à cerner et loin de la réalité. Le premier contact avec les mathématiques est parfois très déconcertant pour nombre de jeunes. Ces derniers sont surpris par les premiers cours de mathématiques auxquels ils assistent, car ils s'étonnent qu'une démonstration soit encore nécessaire pour établir une proposition mathématique qui d'emblée semble évidente. C'est ainsi qu'ils éprouvent des difficultés à comprendre et développent une désaffection à l'égard de cette discipline. On débouche alors à la conclusion rapide qu'elle n'a aucune importance dans la vie courante de l'humain. Par ailleurs, d'autres, qui disent avoir abandonné l'école à cause des échecs cumulés en mathématiques, sont aujourd'hui de riches commerçant-e-s ou agriculteur-riche-s. Ces personnes dans leur épanouissement au quotidien n'envient ni l'enseignant-e d'université, ni même le/la haut fonctionnaire de l'État.

La dynamique de ces manquements, dans le contexte africain, laisse parfois entrevoir trois explications possibles :

- soit les mathématiques, pourtant nées en Afrique il y a des siècles

(Fokam Kammogne, 2000; Huylebrouck, 2005; Adjamagbo, 2009), sont devenues très hermétiques pour les Africain·e·s et on ne peut rien faire contre cela;

- soit ce sont les itinéraires techniques de la discipline, c'est-à-dire ses protocoles expérimentaux et ses méthodes d'enseignement et d'apprentissage qui, au fil du temps, sont marqués par des maladroites ou sont dévoyés à la base;
- soit elles sont simplement devenues une sorte de « pilule éducative » amère, rejetée par les esprits des nouvelles générations : on est incommodé par l'enseignement des mathématiques, mais on est contraint de le suivre parce qu'il est dans les programmes.

L'hypothèse d'un hermétisme qui rendrait incompréhensibles les mathématiques aujourd'hui par les jeunes Africain·e·s ne peut être qu'une réponse partielle au problème du désintérêt vis-à-vis de cette discipline. Nous pensons qu'il n'y a pas de raisons valables qui puissent justifier d'une quelconque incapacité intellectuelle des jeunes Africain·e·s à s'approprier les mathématiques qui sont considérées comme faisant partie du patrimoine du continent. Loin de nous l'idée de laisser entendre que les Africain·e·s seraient des êtres sans faiblesse. Il s'agit juste pour nous de défendre l'idée humaniste selon laquelle tous les êtres humains quelle que soit leur région sont dotés d'une intelligence potentielle qu'ils peuvent développer en fonction de leurs besoins. On ne saurait en fin de compte justifier l'échec par le caractère hermétique d'un discours scientifique dont le fonctionnement lui-même repose sur un formalisme qui ne demande qu'à être explicité.

Pour ce qui est de l'inconfort d'un certain nombre d'apprenant·e·s, il s'agit sans doute plus d'une conséquence que d'une véritable cause. Le sentiment d'ennui lors des cours de mathématiques est-il toujours lié à l'aspect hautement abstrait de la discipline? Quelle relation ce ressenti a-t-il avec le guide qui est l'enseignant·e en face de l'apprenant·e? En répondant à ces questions, on se rend compte du rôle important de l'enseignant·e en tant que facilitateur et facilitatrice dans le processus d'apprentissage, car il lui revient de rendre simple ce qui semble complexe, concret ce qui semble abstrait. Quelles sont les notions, quels sont les concepts et outils mathématiques les plus pertinents pour favoriser chez les apprenant·e·s un meilleur apprentissage, une meilleure compréhension et une transformation du réel?

En fin de compte, l'hypothèse qui semble expliquer le mieux la situation est celle des itinéraires techniques. Le choix des stratégies, des méthodes, des démarches procédurales et de leur application semble fondamental; ils sont d'autant plus fondamentaux pour une discipline dont le haut niveau d'abstraction est reconnu de tous. Mais au-delà de ces explications sur cette représentation négative des mathématiques, il faut relever qu'à l'origine se trouvait un certain nombre de malentendus d'ordre épistémologique.

L'absence ou le peu de place accordée à l'histoire et à l'épistémologie des mathématiques. Pour Langevin, le recours à l'histoire permet d'atténuer cette impression d'une discipline figée et doctrinaire.

Ce que nous nous proposerons ici sera de mettre en évidence tout ce que l'enseignement scientifique perd à être uniquement dogmatique, à négliger le point de vue historique. En premier lieu il perd de l'intérêt. L'enseignement dogmatique est froid, statique, et aboutit à cette impression absolument fausse que la Science est une chose morte et définitive. [...] Or pour contribuer à la culture générale et tirer de l'enseignement des sciences tout ce qu'il peut donner pour la formation de l'esprit, rien ne saurait remplacer l'histoire des efforts passés, rendue vivante par le contact avec la vie des grands savants et la lente évolution des idées. (Langevin, cité par Moyon, 2012 : 641)

En effet, à l'enthousiasme des bâtisseur·se·s des théories mathématiques d'autrefois, ont succédé une certaine répulsion évidente qui a tout l'air d'une démission manifeste¹⁴ des jeunes générations face à tout ce qui représente les mathématiques. De nombreux jeunes, peu ou pas du tout préparé·e·s au raisonnement mathématique, arrivent à déconsidérer cette discipline. Des pratiques autrefois répandues laissaient entrevoir un tel abîme entre les mathématiques et le monde réel : « les mathématiques peuvent être définies comme le domaine dans lequel on ne sait jamais de quoi l'on parle, ni si ce que l'on dit est vrai. » (Russel, cité par Giudice, 2013 : 194). En fait, le formalisme très poussé des mathématiques a conduit à une coupure avec l'idée d'une vérité en tant qu'adéquation avec le monde. Les

14. Dans l'enseignement secondaire comme au supérieur, le nombre de jeunes, qui redoutent les mathématiques en général et singulièrement sa branche fondamentale, reste important. Une infime partie d'entre eux et elles se lancent dans la filière des sciences appliquées.

mathématicien·ne·s tiennent pour vraies des propositions ayant une validité formelle du point de vue d'un raisonnement logique. Si tout le monde s'accorde sur le degré de la rigueur du raisonnement mathématique, ces philosophes interrogent l'importance de la corrélation entre le réel et le formalisme. Mais cette conception semble réductrice dans la mesure où les mathématiques sont simplement ramenées à la logique qu'on peut considérer à juste titre comme une partie des disciplines mathématiques (Knecht, 1981).

Selon Russell (2007), comme la logique formelle, les mathématiques ne nous apportent aucune connaissance nouvelle; elles sont fondamentalement conventionnelles et une démonstration mathématique est essentiellement tautologique et fondée sur des principes admis comme indémontrables (axiomes). À travers ces observations, il pose les problématiques de démonstrations mathématiques inutilement longues qui font parfois perdre l'harmonie dans le raisonnement; de reproduction des raisonnements avec des modèles à imiter; le tout, avec pour corollaire l'encombrement systématique des bibliothèques. Des exemples illustratifs simples sont les suivants : $7 + 2 = 5 + 4 = 9$ ou $3 \times 4 = 2 \times 6 = 12$.

Pour arriver à une abstraction généralisable, on recourt à des notations du type :

$$a \times a = a^2; \left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right) \text{ équivaut à } (a \times d = b \times c); (-1) : 1 = 1 : (-1) = -1;$$

$$\text{pour tout réel } c \text{ non nul, } \left(\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}\right).$$

Lorsqu'on observe ces différentes combinaisons d'opérations, on se rend à l'évidence que le raisonnement mathématique a consisté simplement, dans ce cas précis, à formuler et à développer quelque chose d'établi que l'on peut désigner comme étant des vérités établies, puis des vérités nouvelles.

Poincaré (1920) affirme, quant à lui, que « les mathématiques sont l'art de donner le même nom à des choses différentes ». Il précise cependant, qu'« [il] convient que ces choses, différentes par la matière, soient

semblables par la forme, qu'elles puissent pour ainsi dire se couler dans le même moule. » Pour lui, « C'est à l'économie de pensée que l'on doit viser, ce n'est donc pas assez de donner des modèles à imiter ».

Autrement dit, même sans avoir désigné des *objets* concrets du monde (arbres, individus, instruments...), nous avons conscience que ces symboles, leurs combinaisons et les résultats de ces combinaisons sont exacts. C'est en cela que ces formes constituent des vérités. Le côté abstrait des mathématiques, ses méthodes souvent en rupture avec celles des autres sciences dites expérimentales et objets souvent désincarnés ont amené de nombreux philosophes des sciences à porter un jugement de valeur et d'utilité sur ce champ disciplinaire (Aristote, 2005 [s.d.]; Russell, 2007). La prépondérance de l'abstraction dans les mathématiques est à mettre en relation avec l'émergence, à partir du XVII^e siècle et tout au long du XX^e siècle, d'un courant de pensée : le formalisme (Balibar & Macherey, 2019).

Pour les formalistes, la méthode axiomatique désigne « un mode d'exposition des sciences exactes fondées sur des propositions admises sans démonstration et nettement formulées et des raisonnements rigoureux » (Glaeser, 2019, en ligne). En d'autres termes, il s'agit de la construction d'une théorie mathématique totalement formalisée, élaborée à partir d'un ensemble cohérent de prémisses indépendantes. Ainsi, le savoir mathématique est construit conformément aux règles de la logique. Les normes qui gouvernent les mathématiques sont abstraites, cohérentes et rigoureuses. Dès lors, les rapports entre cette discipline et le réel restent questionnables.

Dans la conception axiomatique, la mathématique apparaît en somme comme un réservoir de formes abstraites, les structures mathématiques; et il se trouve (sans qu'on ne sache bien pourquoi) que certains aspects de la réalité expérimentale viennent se mouler en certaines de ces formes, comme par une sorte de préadaptation. (Bourbaki, cité par Tomas, 2003 : 213)

L'axiomatique, parce qu'elle repose sur la cohérence interne des propositions mathématiques, se trouve désincarnée et exclut le recours à l'expérience. Ce qui, de ce fait, rend difficile la perception par l'humain de son utilité pratique dans la gestion de ses activités au quotidien.

Certain·e·s enseignant·e·s de philosophie et de mathématiques affirment péremptoirement, et à juste titre, que dans les pensées de ces philosophes d'autrefois, il ne s'agissait pas en première intention de bouter les mathématiques loin des préoccupations de l'homme, mais simplement d'un débat d'idées, un débat purement intellectuel à l'effet de nourrir l'esprit de sagesse et de critique positive. Dans le même ordre d'idées, Platon en son temps se moquait des « calculateurs professionnels » qui, pour lui, utilisaient la « science des nombres » non pas pour connaître, mais pour « trafiquer ». Il dit son admiration pour les mathématiques qui permettent de

donner à l'âme un vigoureux élan vers la région supérieure [l'abstraction], et de l'obliger à raisonner sur les nombres en eux-mêmes, sans jamais souffrir qu'on introduise dans ses raisonnements des nombres visibles et palpables. (Platon, 1822-1840, v 525)

Répondant à une invitation de la régionale d'Alsace de l'APMEP, Perrin, dans sa présentation de circonstance avec pour titre : pourquoi faut-il enseigner les mathématiques aujourd'hui? explique cette perception ancienne d'une mathématique abstraite par les pratiques à la mode à cette époque.

Vous savez que les Grecs anciens (Platon, Euclide, etc.) étudiaient (et enseignaient) les mathématiques (Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre, disait Platon) et à cette époque bénie elles étaient étudiées pour des raisons philosophiques, pour la beauté qu'elles recelaient, l'harmonie qui les sustentait, la connaissance qu'elles permettaient d'approcher. En revanche, même si elles avaient des applications, ce n'est pas dans cet objectif qu'elles étaient étudiées (Platon se moque des "calculateurs"). (Perrin, 2004 : 11)

Lorsqu'elles sont enseignées à un public d'adolescent·e·s, sans la délicatesse nécessaire, ces postures philosophiques, du reste négativistes pour le profane, sont inéluctablement vouées à démotiver davantage ces apprenant·e·s; leur faisant croire que les mathématiques sont une matière de trop dans un ensemble de disciplines déjà trop contraignantes pour eux¹⁵.

15. Aussi faut-il épargner les enfants de seconde et première de ce type de pensées et les étudier uniquement à partir des classes de terminales. Nous y reviendrons plus loin.

Les différentes interrogations issues de notre problématique, prises dans leur ensemble, débouchent, d'une part, sur le problème de l'avenir des mathématiques en Afrique et secondairement celui de la portée de l'école. D'autre part, nous interrogeons la véritable importance de cette discipline dans les activités quotidiennes de l'Africain-e qui se trouve face aux défis du savoir et de sa survie. Cette préoccupation est réelle, pertinente, mais surtout objectivement discernable aujourd'hui par toute personne avertie qui se donne la peine de regarder honnêtement les choses en face. C'est-à-dire reconnaître l'importance des mathématiques dans une société qui vise une émergence effective et durable. Nous indiquerons comment certaines sociétés, notamment les sociétés européenne, américaine et asiatique l'ont comprise et s'y attèlent au quotidien (Le Cam & Salles, 2016). Nous remarquons par exemple que de nombreux ouvrages de vulgarisation des mathématiques sont produits et ciblent prioritairement un certain lectorat. C'est le cas notamment de Dieudonné (1987) qui en commettant *Pour l'honneur de l'esprit humain : les mathématiques aujourd'hui* visent un public de non spécialistes.

Il précise dans son introduction :

Cet ouvrage est exclusivement destiné aux lecteurs intéressés à divers titres par la science, mais qui ne sont pas mathématiciens professionnels. L'expérience montre que presque invariablement, alors qu'ils lisent ou entendent avec plaisir des exposés sur les sciences de la nature, et ont l'impression d'en retirer des informations qui enrichissent leur vue du monde, un article sur les mathématiques actuelles leur semble écrit dans un jargon incompréhensible et traiter de notions trop abstraites pour avoir le moindre intérêt. L'objet de ce livre est de tenter d'expliquer les raisons de cette incompréhension et peut-être de la dissiper. (Dieudonné, 1987 : XX)

Dans sa thèse de doctorat, Godot (2005) propose des « situations recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation » de cette discipline auprès des élèves et du grand public. Dans son approche, elle met en avant l'aspect expérimental des mathématiques dans la sensibilisation à la recherche.

Greenwald & Thomley (2012), quant à elles, agissent en direction des élèves, des étudiant-e-s et des enseignant-e-s en mettant à leur disposition une encyclopédie des mathématiques et leurs interactions avec les activités sociales.

L'Encyclopédie des mathématiques et de la société est conçue pour fournir aux élèves du secondaire et du premier cycle universitaire une source pratique d'informations sur les sciences fondamentales et les mathématiques qui sous-tendent notre vie quotidienne, expliquant aux élèves comment et pourquoi les mathématiques fonctionnent et permettant aux lecteurs de mieux comprendre comment des disciplines telles que l'algèbre, la géométrie, le calcul et d'autres affectent ce que nous faisons tous les jours. Cet ouvrage de référence académique et multi-auteurs sert de ressource générale et non technique aux étudiants et aux enseignants pour comprendre l'importance des mathématiques, apprécier l'influence des mathématiques sur les sociétés du monde entier, apprendre l'histoire des mathématiques appliquées et engager une discussion éducative suscitée par les articles sociaux et les articles sur l'actualité spécifiques présentés dans l'ouvrage.¹⁶ (Greenwald & Thomley, 2012 : vi)

Au-delà de nos expériences personnelles en situation de classe dans les structures scolaires qui ont nourri notre volonté d'écrire sur cette problématique, notre participation à des séminaires¹⁷ a contribué au mûrissement de notre projet. L'accumulation d'informations depuis nos premières années d'étude en sciences mathématiques (1988-1993), puis pendant nos premières années d'enseignement (1994-1999) ainsi que les agissements souvent peu collaboratifs de certain·e·s collègues, de certain·e·s parent·e·s d'élève, observés çà et là, nous ont conduit à commencer la rédaction de cet ouvrage en juillet 1999. Diverses circonstances au rang desquelles nos interventions dans l'enseignement supérieur comme enseignant vacataire et notre bref séjour professionnel à l'Inspection de pédagogie en charge de l'enseignement des sciences mathématiques

16. « The Encyclopedia of Mathematics and Society is designed to provide students at the high school and undergraduate levels with a convenient source of information on the fundamental science and the mathematics behind our daily lives, explaining to students how and why mathematics works, and allowing readers to better understand how disciplines such as algebra, geometry, calculus, and others affect what we do every day. This academic, multi-author reference work serves as a general and nontechnical resource for students and teachers to understand the importance of mathematics; to appreciate the influence of mathematics on societies around the world; to learn the history of applied mathematics; and to initiate educational discussion brought forth by the specific social and topical articles presented in the work. »

17. Un atelier dénommé « MathComp4ALL » a été organisé le 18 mars 2015 sur le thème « Les interactions entre divers domaines de recherche avec les Mathématiques et l'Informatique », par le club des étudiant·e·s de Mathématiques et d'Informatique de la Faculté des Sciences à l'Université de Ngaoundéré en collaboration avec la Society for Industrial and Applied Mathematics – SIAM Student Chapter. Voir <http://www.siam.org/students/chapters/current/UNIVNG.php>.

(2009-2012) nous ont permis de rencontrer de nombreux·e·s enseignant·e·s et élèves en situation de classe ou de recherche. Quant à notre nomination au service régional des examens, des concours et de la certification en 2013, elle nous a permis d'observer les performances sans cesse catastrophiques de nombreux·e·s candidat·e·s en mathématiques à certains examens et concours. Par ailleurs, des émissions télévisées sur des chaînes comme Africa 24, TV5 Monde, Vox Africa, qui abordent les questions d'administration et de développement dans le secteur de l'éducation des pays d'Afrique subsaharienne nous ont inspiré de manière significative, de même qu'elles nous ont décidé à concrétiser notre projet. Il est évident que nous aurions pu peaufiner encore et toujours notre argumentaire, décrire davantage les faits en ajoutant des idées nouvelles si nous l'avions publié deux ou trois années plus tard. En effet, nous aurions fait face à la même situation ou presque parce que le sujet fédérateur qui nous préoccupe ici est très actuel, complexe et délicat à la fois. Il mérite par conséquent d'être examiné avec dextérité.

Un autre élément de motivation est bien évidemment le développement et la disponibilité aujourd'hui d'outils de plus en plus modernes grâce aux nouvelles technologies de l'information et de la communication. C'est ainsi que plusieurs cours sur une même théorie, sur des sujets isomorphes d'une discipline, provenant d'enseignant·e·s différent·e·s et appartenant à des établissements tout aussi différents, sont désormais disponibles en ligne et accessibles à tous; gratuitement pour certain·e·s, soumis à une obligation d'abonnement internet pour d'autres. De nombreuses sociétés de téléphonie mobile offrent d'ailleurs divers services dans ce sens sur le marché. Un·e apprenant·e qui rencontre des difficultés sur un sujet peut désormais à travers un simple téléphone portable accéder à un document (livre, article...), suivre un cours par vidéo, échanger sur des questions de cours avec des camarades ou des enseignant·e·s. En effet, toute recherche scientifique a un coût. Mais en mathématiques, fort heureusement, ce coût est un peu moindre et l'activité ouvre à d'opportunités diverses et variées. Cet avis est également partagé par des auteurs et des autrices comme Flato (1990), Makrides (2012), ainsi que Greenwald & Thomley (2012).

Étant nous-mêmes le produit d'un système éducatif africain, il serait inapproprié de ne pas compter, au rang des motifs incitatifs, le fait qu'en Afrique particulièrement, les domaines prometteurs de la recherche en mathématiques et dans les disciplines apparentées sont pluriels. Les sujets

de recherche sont autant riches et diversifiés que d'actualité. Cependant, pour des raisons multiples relatives aux modèles sociétaux propres à l'Afrique, les besoins en termes d'acteurs et d'actrices restent toujours très grands aussi bien dans l'enseignement supérieur (IMU, 2009) que dans l'enseignement secondaire¹⁸.

Pour atténuer l'ampleur de ce problème d'insuffisance du personnel enseignant au secondaire, plusieurs pays d'Afrique membres de la CONFEMEN ont établi de nouvelles politiques de recrutement du personnel enseignant, soit l'embauche de non-fonctionnaires, tels que des volontaires et des vacataires. Par exemple, au Tchad, les enseignants communautaires sans qualification représentent 50 % du personnel enseignant. Quant au Bénin, 83,3 % des enseignants du secondaire sont non permanents. (CONFEMEN, 2008 : 34)

Les universitaires africain·e·s de premier rang parmi lesquels les enseignant·e·s, les ingénieur·e·s et autres chercheur·e·s du terroir comme de la diaspora doivent avoir en conscience ce défi d'une *veille mathématique* sur le continent. Ils et elles doivent amener la jeunesse africaine à un niveau de travail qui cadre avec les exigences de cette discipline et les encourager à rattraper leurs semblables qui sont suffisamment avancés en la matière dans d'autres parties du monde (Traoré & Barry, 2007; Sokhna & Sarr, 2009).

C'est pourquoi les pouvoirs publics et les gestionnaires des systèmes éducatifs des pays africains doivent œuvrer, avec le concours des membres de la communauté éducative (les parent·e·s, les enseignant·e·s, les responsables administratifs et les autres partenaires techniques et financiers du monde éducatif, notamment les acteurs opérant dans le secteur privé et les ONG), pour ramener les jeunes à la raison afin de leur expliquer de manière efficiente la véritable portée de cette science; ceci non seulement pour la réussite scolaire, mais aussi et surtout pour une réussite sociale à travers une insertion définitive dans le monde socioprofessionnel. Il va sans dire que cette opération de conscientisation ne devra en aucun cas négliger le rôle des autres disciplines enseignées. Il est vrai qu'on rencontre une quantité importante de jeunes qui sont admiratifs devant leurs camarades

18. Un état des ratios du nombre de docteurs Ph. D. par zone en Afrique pour l'année 2007 est présenté en annexe.

qui ont réussi dans les spécialités ayant une forte proportion de mathématiques. Mais ces enfants semblent toujours « impuissant·e·s » devant les difficultés à apprendre du fait, pour une partie, d'un encadrement insatisfaisant. Nous ne pouvons pas immédiatement dire que tous et toutes ignorent que les mathématiques sont utiles et permettent de faire de « grandes choses ».

Toutefois, nous pensons que l'ignorance ou le refus à dessein de reconnaître les *valeurs* et les *pouvoirs* de cette discipline, à la fois sur les plans vertical et transversal¹⁹, par un pan important des élites d'une société humaine participe des phénomènes d'échec et de décrochage enregistrés dans les filières mathématiques et apparentées, au sein de cette société. Dans le même ordre d'idées, les conséquences engendrées par l'ignorance ou la déliquescence, par une volonté humaine, des connaissances d'une manière générale, et observables sur le terrain en termes d'incivisme généralisé des jeunes, de disparition des modèles sociétaux ou de la paupérisation des valeurs sociétales, sont suffisamment importantes et nécessitent d'être examinées.

19. La connaissance des mathématiques permet d'établir une relation verticale dans la mesure où la connaissance d'une théorie mathématique donne accès à de nouvelles autres théories mathématiques. Par ailleurs, cette connaissance permet d'établir une relation transversale à partir du moment où elle s'ouvre à d'autres disciplines.

Quelques facteurs explicatifs de l'échec en mathématiques

De nombreux paramètres sont à prendre en compte lorsque l'on veut expliquer l'échec constaté chez les apprenant-e-s à la fois en classe de mathématiques et dans les filières mathématiques. Nous les regroupons en deux grandes catégories selon qu'ils prennent leurs sources à l'intérieur du système éducatif ou qu'ils proviennent des éléments extérieurs à ce système. Au début de l'année 2020, un élément inattendu, extérieur au système et sujet à de nombreuses controverses fait son apparition : la maladie à coronavirus (Covid-19). Cet élément a perturbé l'année scolaire par la fermeture complète de tous les établissements scolaires, universitaires et les autres structures d'éducation et de formation en présentiel. Nous nous devons alors de mesurer son impact sur les résultats scolaires. C'est ainsi qu'au regard des chiffres de 2020 relatifs aux performances des candidat-e-s en mathématiques à l'examen BEPC, indiquant un taux de réussite de 3,96 % sur un échantillon de 3 988 candidat-e-s (copies des candidat-e-s, salles de correction, nombre d'établissements...), nous constatons qu'au Kamerun comme dans la plupart des pays d'Afrique subsaharienne, après plus de quatre mois (de mi-mars à mi-juin) de confinement partiel, le niveau de performance en mathématiques des élèves candidat-e-s au BEPC est resté presque constant : 4,42 % en 2015, dans une situation normale sans incident important. Il s'agit là d'un indice à retenir¹. Les raisons fondamentales pouvant justifier l'échec dans cette matière pourraient se trouver bien au-delà de la qualité des activités de classe en présentiel, mais elles proviennent aussi et surtout de l'intérieur même du système éducatif.

1. En attendant qu'une étude plus élaborée sur le sujet soit faite sur le terrain.

Facteurs endogènes au système éducatif

Il s'agit des facteurs liés essentiellement à la gestion du système éducatif avec notamment la qualité des infrastructures, les ressources humaines, les programmes d'enseignement, la pédagogie de communication, de l'enseignement-apprentissage et l'expérimentation des mathématiques (Godot, 2005).

Le cadre structurel de l'enseignement et de l'apprentissage

Le décrochage scolaire, et partant l'échec en mathématiques est imputable à plusieurs facteurs. Parmi ceux-ci, on peut citer :

- les difficultés d'accès à un bon encadrement : les élèves des zones rurales sont très souvent enseigné·e·s par des non professionnels;
- l'organisation du travail par l'administration scolaire : les enseignant·e·s, qui sont déjà en nombre très insuffisant, sont pour la plupart submergé·e·s de travail et ne peuvent pas consacrer suffisamment de temps à chacun des apprenant·e·s comme on l'aurait souhaité;
- l'image négative attachée à cette discipline et répandue au sein d'un pan important de la société;
- la méconnaissance de l'impact direct ou indirect de cette discipline dans la gestion quotidienne des activités de tout homme en quête du mieux-être;
- une insuffisance d'initiatives d'émulation et de motivation à la fois chez les apprenant·e·s et les enseignant·e·s. Par exemple, l'emploi des critères peu rigoureux qui occultent le mérite comme outil de gouvernance scolaire et sociale est un choix très questionnable.

- les innombrables insuffisances qualitatives et quantitatives au niveau des équipements éducatifs, du matériel didactique, des infrastructures éducatives d'accueil (Greenwald & Thomley, 2012 : 28-31).

S'agissant de ce dernier facteur, le CONFEMEN l'évoque avec plus de détails et ajoute en même temps l'inadéquation entre les curricula et le matériel didactique dans certains pays.

L'état des lieux nous permet également de constater un déficit important de matériel didactique, dont les fournitures et les manuels scolaires. Non seulement les manuels sont rares au sein des écoles secondaires africaines, particulièrement dans les zones rurales, mais ils sont aussi mal partagés et mal gérés (volés, altérés, etc.), de sorte que le ratio livres/élève est bas. De plus, dans certains pays comme le Togo, une inadéquation entre les curricula et le matériel didactique est observée. (2008 : 41)

Par ailleurs, certain·e·s jeunes scolarisé·e·s manquent de livres de mathématiques au programme; d'autres n'ont pas du tout accès aux manuels de mathématiques pour diverses raisons : défaut de librairie dans leur localité et de bibliothèque dans leur établissement, prix relativement élevé du manuel sur le marché...

Comme le relève Perrin, l'on note également chez les enseignant·e·s du secondaire comme chez ceux et celles du supérieur, le peu d'intérêt accordé aux autres disciplines et une tendance à figer le mode de raisonnement lors des apprentissages.

Mais il y a aussi des points qui sont de notre ressort et qu'il est essentiel de prendre en compte. Je voudrais en citer deux.

D'abord, je crois que nous devons prêter plus d'attention que nous ne le faisons aux autres disciplines. Pour montrer que les mathématiques sont utiles, nous devons accorder plus de place dans nos enseignements aux activités de modélisation (et les discuter!). C'est ainsi que nous pouvons convaincre les autres, tous les autres, de l'importance des [sic] mathématiques.

Ensuite, s'agissant de l'apprentissage du raisonnement, il est important de ne pas le réduire à celui de la démonstration qui tourne souvent à l'exercice de style et dans lequel de nombreux élèves ont de la peine à rentrer. Il y a deux conditions pour cela. La première est de ne pas craindre d'étudier des problèmes ouverts (par exemple, en géométrie, les problèmes de lieux

ou de constructions). La seconde est de disposer des bons outils pour faire des mathématiques. Par exemple, en géométrie encore, on peut penser que l'outil de transformations n'est pas le mieux adapté au niveau du collège et qu'il serait plus pertinent de lui préférer l'usage des invariants et des cas d'isométrie ou de similitude des triangles. (Perrin, 2004 : 20)

Certain·e·s jeunes, déçu·e·s par de mauvais résultats scolaires, découragé·e·s par des mathématiques trop exigeantes et contraignantes pour elles et eux, mis·e·s sous pression par certain·e·s enseignant·e·s qui ont maille à partir avec la pédagogie, abandonné·e·s à eux-mêmes et elles-mêmes par des parents trop occupé·e·s à autres choses, quittent l'école formelle pour entrer à l'école informelle ou s'installer dans la débrouillardise; une sorte de jungle humaine que les sociétés, mêmes modernes, n'ont toujours pas pu se défaire.

Aux raisons qui expliquent la désaffection des jeunes pour les mathématiques, Perrin en ajoute deux autres.

Il y a sans doute à cela des raisons sociales auxquelles nous sommes essentiellement étrangers : le statut de discipline dominante et de discipline sur laquelle se faisait la sélection a beaucoup nui aux mathématiques. De même, le développement de l'informatique, qui permet de faire sans peine des calculs autrefois réservés aux experts, a pu faire croire que les mathématiques étaient devenues inutiles. (Perrin, 2004 : 20)

Sur le plan de la discipline en milieu scolaire, à force d'observer les comportements de plus en plus désorientés des jeunes et leurs moralités de moins en moins bonnes dans les formations scolaires, universitaires et même socioprofessionnelles, on a l'impression que la discipline qui fait partie de l'éthique et l'apprentissage des mathématiques ne sont pas compatibles. Un pan non négligeable de la jeunesse africaine actuelle est durement critiquable du fait de son penchant pour une délinquance marquée par la désobéissance, l'incivisme, la corruption², etc. Ces comportements déshonorants, de déviance et de marginalité, entretenus par quelques-uns en son sein, sont-ils de nature à favoriser l'éclosion des sciences en général et des mathématiques en particulier dans leur milieu? Ces jeunes au rang

2. La corruption est un vice d'ordre moral avant d'être matériel. C'est simplement une conséquence de l'immoralité, de l'orgueil de transgresser la loi. Car comment expliquer que des individus nantis, socialement à l'abri du besoin matériel se retrouvent dans ce vice?

desquels de jeunes inadaptés et de jeunes délinquants vrais devenus incontrôlables, quand ils sont interpellés par l'administration scolaire ou la police, s'organisent à résister face aux enseignant·e·s, parent·e·s et même la société entière qui, n'ont pas su, en temps opportun, leur indiquer les attitudes à adopter en tant que membres d'une communauté établie dans un environnement anémique³ en profonde mutation (Poitou, 1981; Demba *et al.*, 2020). Une mutation manifeste dans un contexte d'inégalités et de violences, qui au demeurant, n'épargne pas la vie familiale et psychologique.

Une bonne part des comportements déviants résultent des conduites anomiques, témoignant de l'absence de normes consécutive à la déstructuration du groupe familial ou à l'éclatement de la cellule conjugale. (Poitou, 1981 : 114)

Cette déstructuration de la cellule familiale, plus observable en milieu urbain, vient renforcer le rôle déjà néfaste des conditions de la scolarisation dans le développement de la délinquance vraie dans ce milieu. La scolarisation à outrance (avec la multiplicité des institutions scolaires privées hors normes) semble très mal adaptée, étant donné la qualité de ses produits sur le marché de l'emploi, à la réalité africaine au sud du Sahara. Les « métis culturels » qu'elle génère paraissent à la fois déracinés et impuissants à s'intégrer dans le circuit économique moderne, faute de qualification adéquate et de débouchés suffisants (Poitou, 1981). Dans les zones urbaines, la présence quasi systématique des points de loisirs à proximité des institutions scolaires développe chez les apprenant·e·s un faible pour des fléaux tels que l'alcoolisme, la toxicomanie, la prostitution, le proxénétisme, les jeux de hasard, etc., gages des comportements déplacés et répréhensibles. Le passage de la délinquance primaire sans réelle gravité à une délinquance vraie est désormais plus facile.

Les causes véritables de la délinquance, toutes et étant complexes et contrastées en qualité comme en quantité, sont la résultante des conditions structurelles essentielles imposées par une situation d'anomie, consécutive à des changements sociétaux assez rapides et face auxquels les jeunes ont de la peine à s'adapter.

3. « Le terme d'anomie intervient chez Durkheim pour désigner l'absence ou la désintégration d'un système de normes. » (Poitou, 1981 : 114)

Les principaux facteurs de délinquance sont à rechercher d'abord dans la situation économique et dans les problèmes de la famille, dans les insuffisances du système scolaire et dans les frustrations créées par les conditions d'urbanisation des nouveaux citoyens. (Poitou, 1981 : 122)

Le problème se pose aujourd'hui avec acuité, car les agents primaires de socialisation de l'enfant, à savoir le groupe familial et le système éducatif, ne sont plus capables de remplir entièrement leur fonction d'encadrement. C'est ainsi qu'une recrudescence des violences individuelles et collectives est enregistrée dans les milieux scolaires. Ce phénomène se manifeste par de multiples refus de respect et transgressions des règles sociales établies au sein des institutions scolaires et consignées dans un document spécial dénommé règlement intérieur. Feuzeu (2020) s'appuyant sur six (6) cas atypiques de violences recensés dans des établissements scolaires au Kamerun sur une période de quatorze (14) mois, observe une cristallisation des violences en milieu scolaire dans ce pays, avec des causes variées et la responsabilité des acteurs et actrices partagées.

À voir de près, les actes incriminés sont perpétrés par divers acteurs. On dénombre les délinquants venus de l'extérieur de l'établissement, les élèves, les enseignants, les parents d'élèves, les hommes en tenue, l'administration scolaire et même l'autorité administrative. (Feuzeu, 2020 : 2136)

Des actes d'incivilité, agressions et accrochages sont fréquents entre les jeunes scolarisé·e·s ou non; et ce sont les enseignant·e·s et/ou les parent·e·s qui en payent parfois les frais⁴. Ce genre de fait divers qui vient souvent perturber la quiétude des apprenant·e·s pourrait influencer directement ou indirectement les enseignements ou les performances en mathématiques de ceux ou celles-ci, surtout quand il survient entre deux ou plusieurs élèves, en salle de cours ou en dehors, pendant une leçon ou une évaluation de mathématiques. Le petit moment d'arrêt d'activités qui, en pareille circonstance, s'impose généralement aux acteurs didactiques en présence leur fait perdre un peu le fil de leurs idées.

4. Dans un lycée de la place de Ngaoundéré en 2014, deux jeunes filles de classe de troisième ayant causé l'incendie d'un bâtiment scolaire ont été exclues définitivement par le conseil de discipline de l'établissement. Et leurs parents ont été sommés de faire toutes les réparations.

En outre, s'agissant de la délinquance authentique, aujourd'hui dans les milieux carcéraux, la majorité des individus en détention provisoire ou préventive prolongée se recrute parmi les jeunes y compris les adolescents. Le cas des pays africains situés au sud du Sahara comme le Niger et le Nigeria (Poitou, 1981), le Gabon (Demba *et al.*, 2020), le Kamerun (Feuzeu, 2020) et notamment celui de Madagascar est assez typique.

Dans les pays d'Afrique subsaharienne, la détention provisoire est utilisée de manière excessive et à titre de châtiment. En juin 2019, 28 045 personnes étaient détenues dans les prisons de Madagascar, qui dispose d'une capacité nationale totale de 10 360 places. Plus de 75 % des 977 adolescents détenus se trouvaient en détention préventive. (Muchena, 2020, paragr. 5)

Dans les milieux scolaires, un nombre non négligeable de jeunes garçons et filles, quand ils ou elles ne s'autocensurent pas en abandonnant l'école ou les cours de mathématiques volontairement, ils ou elles sont souvent, pour diverses raisons, exclu-e-s temporairement ou définitivement des établissements avant même la fin de l'année scolaire⁵. Et quand parmi ces présumé-e-s délinquant-e-s figurent un-e élève qui travaille mieux en mathématiques en classe, le groupe de travail dont il ou elle faisait partie connaîtra inéluctablement un vide dû à son absence. Toutefois, d'autres élèves se montrent plus entreprenant-e-s dans les activités post et périscolaires. Ici encore, les taux d'adhésion dans les clubs à caractères scientifique et technologique restent très faibles, presque dans les mêmes proportions que les taux d'inscriptions dans les filières correspondantes. Les jeunes ne semblent-ils/elles pas plus intéressé-e-s par le sport, la danse, les voyages et les clubs de photographie ou des amis invisibles? Il s'agit des milieux dans lesquels ils ou elles mènent des activités qui, pensent-ils ou elles, n'ont rien à voir avec les mathématiques et ses exigences.

Sans toutefois effectuer un travail de sociologue, il nous semble opportun de souligner un fait social qui pourrait sans doute exercer une influence quelconque avec le sujet qui nous préoccupe. Ce fait se traduit par ce que nous appelons *jeunesse de façade politicienne*. Il s'agit de cette catégorie de

5. En 2016, des élèves d'un établissement secondaire public de la place ont été exclus avant la fin de l'année scolaire, pour avoir posté sur Facebook des images les montrant en tenue scolaire en train de danser dans un état d'ébriété et dans des conditions qui frisaient la pornographie.

jeunes qui naît et se développe aux côtés des archétypes socioéducatifs. Des jeunes Africain·e·s qui, sans être militant·e·s, se regroupent dans des mouvements ou autres associations à caractère socioculturel et/ou politique, à l'effet de soutenir un leader social, modèle de leurs rêves. Ces jeunes qui désertent pour des raisons diverses les milieux scolaires et universitaires pour rentrer, soit dans ces sortes de « fans clubs », soit dans la rue, ne se livrent-ils/elles pas à toutes formes de déviances qui sont susceptibles de compromettre leurs performances scolaires ou universitaires, et par suite leur avenir? D'autres s'investissent soit dans les salles de jeux de hasard, gaspillant de l'argent reçu ou dérobé subtilement à leurs proches ou parent·e·s, soit ils ou elles se livrent à la petite délinquance, décourageant et déroutant ainsi certain·e·s parmi leurs pairs qui n'aspirent qu'à aller normalement à l'école. Les conséquences de ce fait sont rattachables aux causes des échecs de la jeunesse, dans divers secteurs y compris l'école moderne et « ses » mathématiques.

Aujourd'hui, les jeunes trouvent leurs modèles et leurs idoles en dehors des secteurs d'activités qui nécessitent un certain type d'intellect. C'est ainsi qu'un nombre important de jeunes s'intéresse davantage aux sports, à la musique ou au cinéma, multipliant des challenges dans ces domaines; ceux-ci, à quelques exceptions près, brassent beaucoup d'argent et font régner le principe du pot-de-vin. Beaucoup sont sollicités à temps partiel par de grandes firmes commerciales pour participer à des ventes promotionnelles de certains produits, à des caravanes et autres spectacles interminables de musiques au cours desquels les jeunes filles et garçons sont souvent soumis à toutes formes de harcèlements. Notre propos n'est pas de dire que les métiers de divertissement sont dépourvus de valeurs, mais plutôt de questionner les choix, les profils et les motivations qui conduisent les jeunes à embrasser de telles activités (Sako, 2010). Si l'on interroge ceux-ci et celles-ci sur leur projet de vie, ils sont très peu à vouloir porter leur premier choix sur ces métiers. Beaucoup y vont par mimétisme et se retrouvent souvent piégé·e·s. Il faut toutefois noter que la précarité dans laquelle certain·e·s jeunes se retrouvent ne leur laisse pas beaucoup d'options. Ils doivent pouvoir affronter de telles difficultés et aller de l'avant.

Dans nos écoles, l'on constate facilement qu'un certain nombre de jeunes font les mathématiques sans engouement, simplement parce que tel qu'elles sont enseignées, elles n'exercent pas d'attrait sur ces enfants; elles leur

semblent imposées par le système. Pour ceux et celles qui s'en sortent mieux en mathématiques, des automatismes de calcul s'installent au cours de la pratique régulière des exercices, leur permettant de construire des schémas de problèmes. Tout se passe comme si l'apprenant-e et l'enseignant-e avaient construit chacun et chacune une mémoire des problèmes déjà rencontrés, ainsi que des savoir-faire de résolution associés. Cette forme de mémoire s'organise grâce à un certain catalogage et un recours à des problèmes prototypiques représentatifs de chaque catégorie de problèmes déjà rencontrés. L'apprenant-e peut alors être capable de mobiliser à bon escient le modèle le plus adapté pour résoudre le problème posé lors d'une évaluation de connaissances ou de compétences. Bien que ce soit positif, l'élève développe le plus souvent des itinéraires techniques, c'est-à-dire des procédures toutes faites sans originalité particulière, héritées d'un système éducatif visant essentiellement à rappeler, restituer les connaissances acquises plutôt qu'à penser parfois autrement face à des problèmes fussent-ils isomorphes (Van Nieuwenhoven, 2014).

Ainsi, nous avons pu observer que des éléments tels que la qualité des infrastructures, des enseignant-e-s, les méthodes d'enseignement/apprentissage et d'encadrement des apprenant-e-s, ainsi que les types d'évaluation sont susceptibles d'affecter négativement la réussite scolaire, particulièrement en mathématiques. Sur les trois derniers éléments sus-cités, la CONFEMEN fait observer qu'

en Afrique subsaharienne, le nombre d'enseignants qualifiés est insuffisant pour répondre à la demande croissante des établissements d'enseignement secondaire provoquant ainsi l'embauche massive d'enseignants sans formation adéquate. (2008 : 41)

Cependant, il existe des éléments relevant notamment du dispositif d'enseignement/apprentissage qui contribuent à une situation d'échec : les leçons de mathématiques de certain-e-s enseignant-e-s titulaires, qualifié-e-s et non qualifié-e-s, permanent-e-s ou vacataires semblent encore et toujours en rupture avec les autres activités de la classe, non contextualisées et dépourvues de liens interdisciplinaires. Ce qui conduit, assez souvent, à une ambiance de classe particulière, faite d'exigences, de méthode, d'ordre, de rigueur, de vocabulaire, de langue et de métalangue. Dès lors, les

mathématiques représentent, aux yeux des apprenant·e·s, un domaine réservé, engendrant par la même occasion des comportements de rejet; attitude dont il devient difficile de se défaire à la longue.

Des indicateurs de performances médiocres

Les jeunes en âge scolaire au Kamerun comme dans plusieurs pays d'Afrique (CONFEMEN, 2008) renoncent, dans leur majorité, aux disciplines et secteurs socioprofessionnels dont la formation initiale exige une réflexion mathématique, aussi petite soit-elle, pour embrasser des filières qui, pensent-ils, n'ont rien à voir avec cette matière. D'après Berger (2005), Le Cam & Selles (2016), cette fuite de la jeunesse en âge scolaire, couplée aux échecs enregistrés dans cette discipline est assez notoire dans la plupart des pays africains subsahariens, et même dans certains pays en voie d'émergence. Ces indicateurs reviennent dans divers aspects sociaux en relation avec l'éducation en général. L'UNESCO, dans son *Rapport mondial de suivi sur l'EPT*⁶ de 2005, donne quelques chiffres assez parlants (Pilon, 2006). Pour ce qui concerne les taux de renonciation et d'échec en mathématiques, par exemple, la situation reste préoccupante. Sur le terrain, et en situation de classe notamment, il y a une sorte d'inertie qui caractérise très souvent les séances de leçons ou de travaux dirigés de mathématiques. Il y a également la persistance des difficultés liées à la bonne connaissance des outils fondamentaux en mathématiques par les apprenant·e·s et certain·e·s enseignant·e·s⁷. Dans l'optique d'agir positivement sur ces indicateurs, plusieurs travaux sont conduits quotidiennement dans divers laboratoires de recherche en science de l'éducation depuis des décennies. Le thème fédérateur de ces travaux de réflexion concerne essentiellement l'amélioration des programmes, des enseignements, des apprentissages et la pratique des mathématiques en Afrique.

Pour Touré par exemple, les pays francophones doivent :

6. Éducation pour tous.

7. Ceux et celles qui épousent le métier d'enseignant sans vocation ni conviction, mais simplement pour d'autres raisons qui leur sont propres.

non seulement préparer leurs citoyens à comprendre et appliquer les mathématiques dans la vie de tous les jours, mais aussi, assurer la formation des mathématiciens utiles à leur développement économique, scientifique et technologique. (2002 : 6)

La solution proposée par Traoré et Barry est de partir d'une distinction fondamentale :

il existe des problèmes isomorphes (au sens des mathématiciens) dont les solutions diffèrent considérablement selon qu'ils sont posés en contexte scolaire ou en contexte de la vie quotidienne. (2007 : 3)

Enfin, Sokhna & Sarr ont proposé dans le cadre de l'Université virtuelle africaine de capaciter les enseignant·e·s de mathématiques en concevant des dispositifs de formation continue et à distance, ainsi que des ressources susceptibles de les aider dans leur profession. Ils inscrivent leur projet dans une dynamique qui ferait passer d'une « formation d'enseignants aux mathématiques » à une « formation d'enseignants de mathématiques » (2009 : 1). En d'autres termes, il est question d'amener les enseignant·e·s de mathématiques à réfléchir sur leurs pratiques d'enseignement-apprentissage-expérimentation et à concevoir des outils pédagogiques efficaces de sorte qu'on assiste plus à une simple juxtaposition d'automatismes coupés de la réalité. De manière globale, les résultats de ces travaux sont des œuvres partagées par une catégorie d'enseignant·e·s de mathématiques pétri·e·s d'expériences africain·e·s ou non, des inspecteurs et inspectrices de pédagogie, des chercheurs et chercheuses en science de l'éducation (Godot, 2005 : 137-212) et autres formateurs et formatrices chevronné·e·s faisant dans la formation initiale et continue des enseignant·e·s du primaire et du secondaire, et par quelques chercheur·se·s en didactique.

Dans les programmes actuels d'enseignement des mathématiques du secondaire de la plupart des pays africains, il ne figure pas de contenus explicites, aussi réduits soient-ils, sur l'histoire de cette discipline ni sur celle de ses diverses théories. Au Kamerun et à l'université de Ngaoundéré par exemple, un cours d'épistémologie des sciences a été supprimé des programmes d'enseignement du département des mathématiques et d'informatique de la faculté des sciences dans les années 2010. Dans les écoles normales supérieures, quelques thèmes sur le caractère transversal et l'interdisciplinarité des mathématiques avec d'autres sciences sont

timidement abordés par des élèves-professeur-e-s de mathématiques dans leurs mémoires de fin de formation (Kono, 2014). Pourtant, les mathématiques, comme les autres sciences, sont une construction, une culture qui se perfectionne au fil de l'histoire et du temps. L'enseignement de l'histoire des mathématiques apporte une dimension culturelle indéniable aux processus de transmission et d'acquisition des savoirs de ce champ disciplinaire. Il permet à l'apprenant-e d'affronter les incertitudes « mathématisables » ou non avec beaucoup plus de conviction.

Certains étudiants peuvent avoir le sentiment que cet enseignement est inutile, car il ne donne pas un accès immédiat aux théories mathématiques modernes et efficaces. Cela est vrai, mais après tout, les mathématiques paraissent elles aussi souvent inutiles. Le but d'un enseignement d'histoire des sciences et de culture scientifique est le même que celui d'un enseignement de sciences traditionnel : il permet de transmettre l'expérience de nos prédécesseurs. L'histoire permet de prendre du recul par rapport aux événements immédiats; la culture permet d'avoir des repères. (Baumann, 2004-2005 : 10)

L'utilisation d'éléments d'histoire des mathématiques dans l'enseignement en classe comme dans la formation initiale et continue des enseignant-e-s ne peut se faire qu'à travers une didactique des mathématiques adéquate (Clinard, 1993). Il n'est pas toujours aisé de se les approprier, de les maîtriser ou de les assimiler sans se remettre en question (Villani, 2010). Et la remise en question paraît impérative pour tout type de discours qui se veut scientifique. À ce propos, Bachelard ne disait-il pas qu'« on connaît contre une connaissance antérieure, en détruisant des connaissances mal faites. » (1398 : 14)?

Par ailleurs, l'inadéquation entre les profils des élèves et les épreuves auxquelles ils et elles sont soumis-e-s lors de certains examens et/ou concours pose un véritable problème d'ordre pédagogique. Au Kamerun par exemple, les effectifs réduits au second cycle des lycées d'enseignement technique pourraient résulter du fait que le faible nombre d'élèves titulaires d'un Certificat d'aptitude professionnelle (CAP) venant des premiers cycles du même ordre d'enseignement est obligé de passer un concours pour accéder au second cycle, au même titre que ceux et celles qui viennent de l'enseignement général. Paradoxalement, l'on constate, pour le déplorer, que parmi les épreuves écrites de ce concours ne figure aucune épreuve de matières professionnelles. Elles se limitent exclusivement aux trois matières

que sont le français, l'anglais et les mathématiques. C'est ainsi qu'un nombre important de jeunes titulaires d'un CAP qui pour la plupart ne sont pas souvent brillants dans les matières d'enseignement général, et qui sont refusé·e·s, se retrouvent abandonné·e·s à leur sort et obligé·e·s de se lancer sans expérience dans la vie active ou dans la débrouillardise. Est-ce cette catégorie de technicien·e·s qui permettra à l'Afrique d'atteindre l'émergence? Une pédagogie différenciée aurait pu distinguer les profils et trouver des dispositifs d'évaluation (étude des cas ou des projets) qui soit en corrélation avec les spécialités, les prérequis et les pré-acquis de chacune des catégories de candidat·e·s à ce concours.

En outre, quel intérêt tire-t-on à présenter des statistiques équivoques aux examens certificatifs, avec à terme, à défaut du statu quo, plutôt qu'une dégénérescence généralisée et progressive de la vie scolaire et postscolaire dans presque tous les secteurs d'activités de la communauté?

Facteurs exogènes au système

Parmi les raisons explicatives de l'échec en mathématiques en milieu d'apprentissage, il y en a qui sont extérieures au système éducatif, notamment un certain nombre de représentations et d'attitudes tendant à freiner les esprits, ainsi qu'une adéquation insuffisante à la fois des méthodes et des apprentissages au contexte purement africain dont les potentialités ne sont pas mises en avant.

Des pesanteurs systémiques sur le continent africain

Sans être exhaustif, les possibles pesanteurs non moins négligeables que connaissent les développements socioéducatif, économique et intellectuel de l'Afrique sont de plusieurs ordres :

Les marques profondes de la traite et de l'esclavage négriers transatlantiques ont arraché à l'Afrique noire ses valeurs et ressources humaines les plus précieuses sur les plans à la fois intellectuel, physique et psychologique;

laissant ainsi présents dans les esprits et les cœurs des Africain-e-s de multiples victimisations et des conséquences indélébiles et intergénérationnelles. Les séquelles actuelles telles que « la faible confiance en soi, la faible estime de soi, la hiérarchie de la couleur, le racisme interne. » (Tagodoé, 2011 : iii) dont souffrent les Afro-descendant-e-s seraient à l'origine d'un trauma congénital : « le syndrome ou trouble post-traumatique découlant de l'esclavage. » (Tagodoé, 2011 : 1-2). Le pressentiment de Tagodoé nous semble un peu excessif, questionnable et mérite d'être pris avec beaucoup de réserves. En effet, pour lui, des jeunes d'Afrique d'aujourd'hui connaîtraient des difficultés en mathématiques parce qu'ils et elles sont l'objet d'un trouble post-traumatique issu de l'esclavage. Nous pensons que non! On ne peut pas expliquer rigoureusement les problèmes de la société africaine contemporaine par le recours à des faits historiques aussi lointains. Les Africain-e-s doivent avec plus de sérieux agir sans complaisance pour la construction de leur destin en dépassant ce genre de frustrations combien dévalorisantes pour la personne humaine.

L'Afrique est un continent anciennement ouvert au monde, mais toujours resté à la traîne dans presque tous les domaines porteurs de développement. De même, de longues années de famine, de maladie et de guerres renouvelées avec pour corollaires l'insécurité alimentaire, sanitaire et éducative : il y a encore des poches visibles et permanentes de la famine, des maladies (paludisme, sida, Ebola, etc.) et de la sous-scolarisation ça et là sur le continent. En plus, l'instabilité géopolitique : l'absence d'une paix permanente couplée à l'instabilité politique dans de nombreux pays. On observe des coups d'État récurrents, une insécurité permanente, des institutions politiques peu stables, la fuite des cerveaux et l'exode des jeunes vers d'autres horizons. La fuite des cerveaux qui engendre l'exode des ressources humaines aux qualités intellectuelles avérées s'est accentuée au fil du temps. Cependant, des pistes de solutions à cette dynamique sociale d'envergure existent (Gaillard A. & Gaillard J., 2006).

Dans une approche naïve, le lectorat peut se demander quelles relations l'apprentissage des mathématiques peut entretenir avec la traite négrière, la famine ou l'instabilité politique. Notre démarche vise à prendre l'enseignement/apprentissage des mathématiques comme un élément constitutif d'une société qui doit garantir dans son ensemble des conditions d'éclosion, de développement et de rayonnement des formes de savoirs et de

savoir-faire. En effet, comment envisager une réussite à la fois intellectuelle et sociale dans un contexte où règnent des frustrations, des préjugés, des maladies, de l'instabilité en toute chose, etc.? Notre propos est de dire que le visage que présente le continent africain actuellement n'est pas propice à son propre développement global. Des auteurs comme Vergnaud (1982) et Vellard (1988) n'ont-ils pas montré l'importance des facteurs psychologiques et cognitifs dans le processus d'apprentissage?

On observe un continent profondément inégalitaire et dépendant. L'accès à une bonne structure d'éducation en Afrique par la majorité des jeunes Africain-e-s est très difficile, voire différencié; les inégalités sociales sont facilement perceptibles.

L'Afrique reste l'une des régions du monde dans laquelle les inégalités sont les plus marquées, étant donné qu'elle abrite 10 des 19 pays les plus inégalitaires de la planète. Les niveaux d'inégalité élevés à travers le continent posent un sérieux défi à la réalisation de l'objectif primordial de « ne laisser personne de côté » à l'horizon 2030. (Odusola, Cornia, Bhorat & Conceição, 2017 : 23)

Par ailleurs, la très insuffisante audibilité de la *pensée africaine*⁸ constitue un véritable frein. Consécutive au néocolonialisme, cette audience lacunaire, pour de nombreux auteurs et autrices, est entretenue par des dispositifs inévitables de production et de diffusion des savoirs. C'est ainsi que Piron parle d'une *invisibilisation* de certaines catégories de savoirs : « Au cours de mes recherches, j'ai découvert à quel point les savoirs des acteurs étaient pris dans les formes de pouvoir qui pouvaient invisibiliser d'autres formes de savoirs notamment ceux des femmes et ceux des pays du Sud. » (2019, en ligne). Cette action préjudiciable à la diversité des formes de savoirs aboutit le plus souvent, comme le montre d'ailleurs Piron, à une négation de la pensée des autres : « On nie la singularité des auteurs qui souffrent de ne pas pouvoir agir dans la société à travers leurs recherches et qui ne finissent par [sic] ne plus voir leurs responsabilités sociales. Or, un chercheur est toujours situé dans une langue, un pays, un genre, une histoire. » (2019, en ligne). Ce sont des écueils majeurs à l'expression de la pensée africaine.

8. Si chère au planétologue et philosophe camerounais Mbog Bassong (2012), auteur du livre *La pensée africaine, Essai sur l'Universisme philosophique*.

Dans la même logique, à l'observation des politiques de relations internationales et de développement agricole adoptées par plusieurs pays de l'Afrique francophone au lendemain des années 60, Dumont en visionnaire mettait déjà en garde cette partie du continent africain, à travers un premier cri d'alarme dans son célèbre ouvrage, *L'Afrique noire est mal partie* (1962). En effet, dans une analyse assez critique des sociétés africaines qui tranche avec les considérations géopolitiques de l'époque, il avait présenté les problèmes de déséquilibre dans la qualité de l'éducation et les types de formations à donner à la jeunesse, montré les préjudices désespérants de ces problèmes pour l'Afrique noire et proposé des pistes salvatrices. Plus d'un demi-siècle après, au vu des niveaux d'éducation et de développement des pays de cette partie du monde, l'on peut affirmer qu'il avait vraiment des raisons sérieuses de s'inquiéter pour notre avenir. Le même auteur avait, avec Mottin, quelques années plus tard, tiré la sonnette d'alarme pour la seconde fois dans *L'Afrique étranglée* (1980). Les auteurs se demandent si l'Afrique pouvait encore échapper aux désastres socioéducatifs et socioéconomiques qui leur semblaient alors inéluctables. Senghor, alors président de la République du Sénégal, déclara à Dumont : « Je dois reconnaître que, au début, je vous ai beaucoup critiqué. Aujourd'hui, je suis obligé d'admettre que j'ai eu tort : c'est vous qui aviez raison. Nous aurions dû suivre vos conseils. » (Dumont & Mottin, 1980 : 15). Cet aveu d'un décideur politique africain de choix, qui arrive plusieurs décennies après, aurait certainement eu toute son opportunité s'il était dit à date; il est évident que le Sénégal, et à travers ce pays, l'Afrique noire toute entière auraient connu pendant tout le temps galvaudé, une avancée significative en matière d'éducation et de développement multisectoriel par rapport à leur niveau actuel.

Comme on peut le constater, les écueils sont nombreux. Nous ne nous attarderons pas davantage sur cette question d'autant plus que de nombreux travaux de recherche ont été menés et d'autres encore sont en cours, dans lesquels des pistes de solution sont esquissées (Pourtier, 2010; Hot et al., 2014). Pour nous, la reconnaissance de l'existence de ces problèmes constitue déjà un premier pas vers leur résolution dans la durée. Cette résolution ne pourrait se départir à la fois d'un ancrage et d'un ressourcement aux valeurs fondamentales, éthiques et matérielles de l'Afrique.

Absence de considération des avantages intrinsèques de l'Afrique

Par avantages intrinsèques, nous entendons les ressources naturelles, les valeurs en termes d'atouts humains, socioculturels et environnementaux dont dispose le continent africain pour impulser et soutenir son développement. Ceux-ci sont nombreux et propices au redéploiement des sciences mathématiques.

On observe que :

- L'Afrique est dotée d'une bonne réserve de ressources humaines sur le continent comme dans sa diaspora. On note sur ce continent une forte croissance démographique⁹.
- Elle possède de grandes réserves naturelles du sol et du sous-sol non encore exploitées; de faibles fréquences de calamités naturelles : tremblements de terre, aléas climatiques (inondations, sécheresse...).

| | Nombre de séismes | Nombre de morts | Nombre moyen de personnes tuées par séisme | Nombre total de personnes affectées | Nombre moyen de personnes affectées par séisme |
|--------------|-------------------|------------------|--|-------------------------------------|--|
| Afrique | 64 | 21 027 | 329 | 16 748 860 | 25 763 |
| Amériques | 229 | 195 749 | 855 | 24 782 195 | 108 219 |
| Asie | 447 | 1 302 189 | 2 913 | 60 636 561 | 135 652 |
| Europe | 215 | 346 801 | 1 613 | 10 674 311 | 49 648 |
| Océanie | 38 | 439 | 12 | 88 161 | 2 320 |
| Total | 993 | 1 866 205 | 1 879 | 97 830 088 | 98 520 |

Tableau 8 : Nombre et effets des tremblements de terre entre 1901 et 2005 par continent
 – Source : EM-DAT : The OFDA/CRED International Disaster Database
 (www.em-dat.net), cité par Yin & Lalasz (2005).

9. Selon l'ONU, le taux de croissance annuelle de l'Afrique subsaharienne est de 2,3 %.
 Voir population.un.org/wpp/DataQuery/.

L'avant-dernière colonne à droite indique le nombre de personnes en état de besoin critique d'aide en nourriture, eau, abri, hygiène ou assistance médicale d'urgence. Ce tableau indique que l'Afrique occupe la deuxième position du classement des continents les moins secoués par les mouvements tectoniques. Enfin, des savoirs endogènes des peuples qui peuvent encore être codifiés et insérés dans les systèmes éducatifs¹⁰ afin que les finalités éducatives fixées cadrent avec l'idéologie de la pensée africaine.

L'Afrique dispose entre autres d'une population assez jeune : dans un contexte de bonne gouvernance, cette jeunesse, si elle est bien encadrée par une éducation de bonne facture, disons mathématique, elle sera très imaginative, ingénieuse et ouverte aux questions de développement. Bref, une jeunesse résiliente capable de vivre et de travailler dans des conditions parfois difficiles (conditions de scolarisation, conditions de formations initiale ou continuée, résistance quotidienne à diverses formes de pression et autres stress).

Sur ce point, Pourtier trouve que :

Le continent le plus pauvre est en effet le continent le plus jeune : les moins de quinze ans y représentent près de 45 % de la population, ce pourcentage frôlant les 50 % au Niger et en Ouganda. Par comparaison, cette catégorie d'âge ne compte que pour 15 % de la population de l'Europe. (Pourtier, 2010 : 102)

Contrairement à Pourtier, pour qui la structure démographique des pays subsahariens constitue un handicap pour leur accès rapide à l'éducation, nous pensons que la jeunesse de leurs populations est un avantage. Il est vrai que l'investissement pour leur formation représente un coût important qui, heureusement, peut être supporté par les revenus des produits du sol et du sous-sol de ces pays.

Bref, l'Afrique est un continent en devenir qui aspire à l'émergence. Elle peut encore prétendre parler d'universalité scientifique, car des problématiques nouvelles y sont encore possibles et nombreuses en matière de recherche. Elle demeure un véritable chantier de réflexion et d'innovations

10. Un exemple de confection et d'implémentation de l'enseignement des langues africaines s'appuyant sur les savoirs locaux nous est fourni dans Tourneux (2011).

technologiques, propice à la mise en œuvre de nouvelles pédagogies, à l'exemple d'une forme de pédagogie hybride que nous avons conçue et que nous nommons *approche pédagogique par les capacités/compétences, la stratégie et l'inventivité* (APCSI)¹¹.

11. Un ouvrage y relatif est en préparation.

Nécessité d'une action « thérapeutique » d'urgence

Dans la perspective d'une éducation et d'une formation compétitive et de qualité destinées aux Africain·e·s, tous les apports sont déterminants. Cette formation devra s'appuyer sur le développement de l'imagination, la rigueur et la précision depuis la base. Elle devra également bénéficier aux différentes catégories de personnes : les apprenant·e·s, les encadreur·se·s, les parent·e·s, les décideur·se·s, les responsables politiques et même les profanes. Il s'agit de toute personne qui s'intéresse à la discipline sans en être une spécialiste et qui n'est inscrite dans un établissement formel. Quant aux apprenant·e·s, ce sont des personnes inscrites dans un cadre de formation formel et qui sont assoiffées de connaître le *pourquoi*, le *comment* et la *finalité* des choses qui leur sont enseignées. Pour ce qui est des encadreur·se·s, cette catégorie englobe les enseignant·e·s, les tuteurs et les tutrices en matière de recherche qui doivent ajuster, avec le talent d'un artisan professionnel, la psychologie du développement cognitif chez les apprenant·e·s; ces personnes devront également pratiquer une didactique des mathématiques efficace (Vergnaud, 1982; Traoré & Barry, 2007). Par ailleurs, le rôle de ceux et celles qui soutiennent les apprenant·e·s dans le cadre familial, notamment les parents et les personnes généreuses, est primordial. Enfin, les politiques et les gestionnaires de l'éducation en général doivent envisager un changement positif efficient, dans le sens de l'amélioration des conditions socioéducative et économique des hommes et des femmes.

Sur le système éducatif, les programmes et la recherche en didactique des mathématiques

Les objectifs de l'enseignement de la médiatisation des mathématiques aujourd'hui ne se formulent plus seulement en termes de démystification et de vulgarisation de cette discipline auprès du public : ses résultats sont

suffisamment riches et perceptibles à travers ses interactions. Mais, ils intègrent également la médiation : la médiation humaine. Malgré le fait que la médiatisation technologique semble prendre davantage de place dans les formations scolaire et universitaire, ainsi que dans le reste de la société, la médiation humaine reste importante, surtout quand il faut organiser et encadrer la profession enseignante, notamment la formation des enseignant·e·s de mathématiques. Un module sur la communication et la formation médiatisées, portant sur la double nature communicationnelle et formative (Peraya, 1999) des médiateurs et médiatrices dans cette discipline, mérite d'être inscrit dans les programmes de formation initiale (dans les écoles normales) et continuée (sur le terrain).

Il faut reconnaître que la médiation humaine reste fondamentale dans les apprentissages, fussent-ils médiatisés. La flexibilité, la mobilité, l'ouverture et la nature contextualisable de la médiation humaine rendent celle-ci irremplaçable pour suivre l'apprenant·e jusqu'au cœur des processus d'apprentissage/expérimentation transformés par leur instrumentation. Aussi peut-on, avec Gettliffe-Grant, se poser les deux questions suivantes : « L'apprenant[·e] peut-il [·elle] apprendre seul[·e]? » (2004 : 4); « la médiatisation technologique peut-elle se substituer à la médiation sociale [humaine] qui rend possible le processus d'apprentissage [/expérimentation]? » (2004 : 5). En effet, dans le mot apprentissage, nous avons le concept « apprendre ». Et d'après Gettliffe-Grant (2004), Belisle reprend effectivement ce concept pour affirmer « qu'apprendre n'est pas seulement un transfert de contenus, mais une construction des connaissances mise en œuvre par un sujet social inséré dans un contexte. L'apprentissage de cette construction est facilité par une médiation sociale, une relation d'aide et de guidance » (p. 4-5).

Nous pensons qu'en général, les concepts de médiation et de médiatisation sont complémentaires. Belisle note que :

médiation et médiatisation sont deux concepts qui ne se recoupent pas. Le propre des médias est de fournir des systèmes symboliques de modélisation du réel. Il est vrai qu'ils mobilisent plus les capacités perceptives et élargissent donc la base de l'intelligence pratique. Cependant, cet élargissement de l'expérience d'apprentissage ne supprime pas le rôle de l'enseignant qui doit aider l'apprenant à se situer dans de nouveaux systèmes de représentation. (Belisle, citée par Gettliffe-Grant, 2004 : 5)

Cette volonté de couplage, médiation et médiatisation à l'enseignement des mathématiques dans nos sociétés vise, grosso modo, la compréhension, le rapprochement et la (re)conciliation des mathématiques avec ce grand pan du public qui très souvent reste réfractaire à cette discipline.

Dans cette optique, il s'agit de mieux communiquer et diffuser les mathématiques à travers des programmes et méthodes d'enseignement-apprentissage-expérimentation de qualité; cela pour mieux partager leurs savoirs et projeter ensuite ces savoirs dans la société, selon des perspectives citoyennes et sociétales. Comme les phénomènes d'échec et de décrochage dans les filières mathématiques semblent s'enliser malgré les efforts déployés par la plupart des pays africains, nous pensons que les objectifs de l'enseignement de cette discipline dans ce continent méritent d'être renforcés : on n'enseigne plus simplement les mathématiques comme un savoir savant dont la certification est consignée dans un diplôme, mais il faut en même temps éduquer des apprenant·e·s, à la compréhension des finalités de l'enseignement de cette discipline et à la reconnaissance de ses impacts sur la condition humaine.

La compréhension est à la fois moyen et fin de communication humaine. Or, l'éducation à la compréhension est absente de nos enseignements [...]. Étant donné l'importance de l'éducation à la compréhension, à tous les niveaux éducatifs et à tous les âges, le développement de la compréhension nécessite une réforme des mentalités. (Morin, 1999 : 3)

Pour ce faire, des travaux pédagogiques et didactiques adéquats devraient être orientés, d'une part, vers le développement de la culture mathématique par l'intermédiaire du renforcement de l'identité culturelle et des *capacités mathématiques* de chaque élève. Ce second concept renvoie à l'ensemble des opérations cognitives, des habiletés et des connaissances qui composent les tâches mathématiques (Mayer, cité par Soriano, 1998 : 27). D'autre part, ces travaux mèneront vers un *service civil des mathématiques*. Brousseau appelle « service civil » le fait qu'on inculque aux enfants :

beaucoup de connaissances dont nous savons que la plupart risquent de ne pas leur servir personnellement, mais qu'ils doivent apprendre parce que la société aura besoin de trouver, le moment venu, les médecins, les ingénieurs, les boulangers et les mathématiciens dont elle a besoin. (Brousseau, 2005 : 224)

Cependant, un rappel sous forme de mise en garde est fait à l'endroit des didacticien-ne-s : « vouloir imposer à tous les élèves les normes des forts en maths est une violence, acceptée par ignorance de la didactique. Et la violence est le dernier refuge de l'incompétence » (Desmaret, 1997 : 34). Dans cet ordre d'idées, la médiation entre les humains et les mathématiques se révèle d'ordre instrumental, car l'outil mathématique n'est plus seulement un objet d'interactions, mais il est aussi médiateur de connaissances qui se sont cristallisées dans la mémoire de l'individu.

L'éducation à la compréhension, au questionnement et à la stratégie fait partie des aspects pédagogiques préalables qui, pour leur nouveauté, nous semblent essentiels dans un double point de vue. Ils permettent aux enseignant-e-s de mieux réfléchir sur la qualité et la portée des services qu'ils et elles rendent au quotidien dans le cadre de leurs missions régaliennes. Aux apprenant-e-s, elles contribuent aisément à la consolidation des rapports communicationnels et des liens affectifs enseignant-e-s-apprenant-e-s, et sous-tendent la pédagogie de transmission (par répétition ou par stratégie), d'acquisition, d'appropriation, d'évaluation et de manipulation des outils mathématiques utiles et adaptés aux contextes culturels africains.

Pour remplir avec « la qualité » espérée sa mission aussi exaltante qu'exigeante, il est indispensable et d'une importance capitale pour le « bon enseignant des mathématiques » de « tenir compte » à la fois de « la nature, l'essence et la finalité des mathématiques ». Cela suppose qu'il ait pris le temps et la peine préalablement d'y réfléchir sérieusement et de méditer sur ce que cela implique pour sa manière d'enseigner, de transmettre cette « vénérable et prestigieuse tradition de pensée » que représentent les mathématiques. (Adjamagbo, 2009 : 2, paragr. 4)

La réussite dans ce changement de paradigme nécessite des motivations fortes de la part des acteurs et actrices de la première ligne. Ces questions rentrent toutes dans ce qui est convenu aujourd'hui d'appeler la *publicisation* de la science, c'est-à-dire sa « mise en public » (Paillart, 2005).

De plus, les rapports didactiques entre enseignant-e-s et apprenant-e-s basés sur le concept « enseignement-apprentissage » préoccupent les neuroscientistes-mathématicien-ne-s. Sur le plan de l'évaluation qui reste un moment fort de la pédagogie, les résultats de leurs recherches prouvent qu'il y a des implications très remarquables des méthodes d'enseignement pratiquées par un enseignant ou une enseignante sur les qualités

structurales (la forme et le fond) des épreuves proposées et par conséquent sur la façon dont il ou elle évalue ses élèves. D'après ces investigations, l'apprentissage par répétition et l'apprentissage par stratégie sont des méthodes différentes qui « peuvent déboucher sur la création de voies neurales différentes pour un même savoir mathématique. » (OCDE, 2007 : 109). Il est donc important pour les enseignant·e·s des pays africains de concevoir des évaluations : formative, sommative et certificative, aux finalités bien ciblées et en rapport avec leurs enseignements.

Puisque le processus par lequel le savoir est encodé influence le substrat neural, des évaluations binaires (exact/faux) ne permettent pas de tester l'apprentissage, puisqu'elles ne permettent pas de distinguer un fait appris par cœur d'un fait appris suite à l'emploi d'une stratégie. Pour s'assurer qu'un élément a été compris, il faut utiliser des méthodes d'évaluation plus fines. (OCDE, 2007 : 109)

Ainsi, la corrélation entre la performance des élèves et le type de questions et la façon de les formuler est clairement établie. Il est du ressort des enseignant·e·s d'infléchir le mode d'évaluation vers la construction et la consolidation des savoirs plus élaborés d'autant plus que le succès de ces apprenant·e·s est tributaire de la manière par laquelle on vérifie leur acquisition. La méthode évoquée par Stevenson & Stigler (1992) constitue une piste à considérer.

Cette méthode [...] comprend des évaluations régulières qui mettent bien en évidence le processus d'apprentissage, et s'intéressent à l'élaboration des apprentissages plutôt qu'à l'identification de réponses exactes ou fausses. D'ailleurs, les erreurs sont mises à profit pour identifier les points faibles de l'apprentissage et améliorer la compréhension. (OCDE, 2007 : 109)

Plutôt que de chercher à vérifier les réponses correctes ou fausses, la démarche vise alors à déceler le travail de construction dans l'appropriation des connaissances. L'autre fait important, c'est la prise en compte des erreurs comme des éléments faisant partie intégrante des étapes de l'apprentissage. De telles évaluations sont donc susceptibles de « donner une représentation du savoir plus précise que celles qui aboutissent à des mesures binaires correct/faux. » (OCDE, 2007 : 109)

L'OCDE attire ici l'attention des communautés éducatives et conseille ceux et celles des enseignant·e·s qui utiliseraient des évaluations binaires et ou basées sur des questions à choix multiples à adopter des évaluations

susceptibles de mettre en évidence les processus d'apprentissage et les potentialités individuelles des apprenant·e·s. Dans ce contexte, les réajustements nécessaires seront inéluctablement un réaménagement des conditions de travail des enseignant·e·s par les pouvoirs compétents.

En ce troisième millénaire, les ressources humaines en Afrique, notamment les didacticien·ne·s, les enseignant·e·s d'expérience, les formateurs et les formatrices chevronné·e·s de mathématiques ne doivent plus être à la remorque de leurs collègues, qui sous d'autres cieux – Asie, Amérique, Europe, par exemple – mènent, d'après Makrides (2012), des recherches didactiques approfondies sur des problématiques locales et/ou globales de développement. Dans cette optique, depuis les années 1960, certains pays africains ont à plusieurs reprises révisé leur système scolaire et leur politique d'éducation. Ces changements ont été souvent inspirés par la volonté des politiques qui ne privilégient pas toujours l'assentiment des praticien·ne·s : au Sénégal, par exemple, la loi d'orientation 91-22 du 16 février 1991 (Feyfant, 2007); et au Kamerun, la loi d'orientation n°98/004 du 14 avril 1998 et l'Arrêté n°263/14/MINESEC/IGE du 13 août 2014 portant définition des programmes d'étude des classes de 6e et 5e entre autres.

En nous appuyant sur la loi d'orientation de l'éducation au Kamerun, nous inscrivons notre action dans le cadre du mouvement qui vise à repenser le rôle des mathématiques dans la vie courante et dans le développement de l'Afrique contemporaine. En effet, cette loi prescrit entre autres que « l'enseignant est soumis à l'obligation d'enseignement, d'éducation, d'encadrement pédagogique, de *promotion scientifique*, d'évaluation et de *rectitude morale*. » (Chapitre III, article 39). Notre démarche trouve sa justification dans trois des missions déclinées dans cet article. Il s'agit de la promotion scientifique à travers un questionnement de l'enseignement des mathématiques, de leur place dans la société, ainsi qu'à travers des enquêtes sur le phénomène d'échec en mathématiques. Quant à l'évaluation, elle est présente à travers les données sur les pratiques de classe que nous analysons. Et pour ce qui est de la rectitude morale, elle découle de nos observations sur le contexte, les problèmes qui se posent en milieux d'apprentissage que nous avons la possibilité d'appréhender en tant qu'enseignant et acteur au sein du milieu de l'éducation de manière générale.

Au regard de la situation préoccupante que nous venons de décrire, nous interpellons ici les didacticien·ne·s, les enseignant·e·s pétri·e·s d'expérience, les formateurs et les formatrices chevronné·e·s à s'interroger sur les trois paramètres suivants : les motivations personnelles, les stratégies d'enseignement et le matériel didactique.

Premièrement, devons-nous demeurer dans la résignation et continuer à « jouer », c'est-à-dire à faire semblant d'agir sans véritablement faire bouger les choses? Un exemple parlant d'une absence de volonté chez le personnel enseignant nous est donné quand l'on observe des enseignant·e·s formé·e·s en quantité, mais peu soucieux et soucieuse de la qualité de leurs enseignements, et surtout peu enclin·e·s à la moindre réflexion sur leurs propres gestion et pratiques de classe. N'est-ce pas là une manière de caresser seulement les branches de l'arbre sans pour autant attaquer l'essentiel, c'est-à-dire le tronc, et par ricochet les racines, la base? Les enseignant·e·s devraient faire montre de beaucoup de volonté et d'abnégation au travail.

Deuxièmement, devons-nous continuer à procéder comme dans divers travaux antérieurs qui dans leur argumentaire traitent séparément, au lieu de les examiner dans leur ensemble comme un tout, les différentes causes potentielles qui font des mathématiques un véritable « cauchemar » en milieu scolaire et dans certaines filières universitaires? Nous pensons que la démarche doit être différente dans la mesure où les véritables mobiles du rejet des mathématiques se trouveraient dans l'environnement, les attitudes et les pratiques enseignantes. Par ailleurs, les changements décidés par les instances compétentes en matière d'éducation surviennent toujours de façon brutale, sans préparation, sans préalables. Doit-on changer de paradigme pédagogique sans recyclage préalable des facilitateurs et des facilitatrices? (Nkoumou, 2015). Auparavant, a-t-on évalué le dispositif en place? La réforme a-t-elle pris en compte les avis des différent·e·s acteurs et actrices de l'éducation? Une réponse négative à ces questions signifie qu'il y a des préalables irréfutables à tout changement pédagogique de grande envergure qui vise à arrimer les connaissances et la profession au temps et aux besoins. De nombreux exemples, dans le contexte camerounais, montrent que l'omission de l'avis de certains a donné lieu à des débats houleux et à la manifestation d'un mécontentement non négligeable. Le cas du manuel de science de la vie et de la terre pour la classe de 5e

sur l'éducation à la sexualité¹ est un exemple qui témoigne de l'importance d'une implication de l'avis des parents d'élèves dans les choix des contenus d'enseignement et leurs rapports aux valeurs culturelles locales. De même, la résistance observée chez les enseignant-e-s vis-à-vis de la réforme de l'APC-ESV trouve son origine dans l'exclusion des praticien-ne-s à la réflexion. Cette situation a même pris l'allure d'un passage en force dénoncé par Evouna (2019).

S'agissant des mathématiques, quels mobiles louables pour l'éducation ont-ils poussés à suspendre la production de l'observatoire des mathématiques dans le système éducatif camerounais? Par quelle alchimie, le MINESEC pourrait-il désormais évaluer en toute objectivité l'enseignement de cette discipline dans les lycées et collèges? Nous pensons que l'exploitation des documents tels que les rapports des animateurs pédagogiques, les rapports des conseils de classe, les bulletins d'inspections-conseils et d'inspections chiffrées, ne suffirait pas.

Pourtant, pour résoudre ces problèmes, une démarche de consultation, puis de renforcement des capacités des enseignant-e-s à la base offre une garantie certaine.

Une garantie d'un enseignement qui respecte l'évolution des savoirs et de la profession. Afin de faciliter l'adhésion des enseignants dans un processus de changement, il importe de ne pas déqualifier l'expertise en place, mais plutôt de réaffirmer les aspects positifs de ce changement. (CONFEMEN, 2008 : 75)

Sur le même plan, on doit pouvoir se demander s'il faut continuer à encadrer en formation initiale ou continue, aussi bien en présentiel qu'à distance, des milliers d'enseignant-e-s qui sombrent très vite dans la démotivation (Stewart, 2006), et même le décrochage pour certain-e-s qui vont migrer vers d'autres administrations. Pour Sokhna et Sarr, la solution se trouve dans la formation qui nécessite d'être reconsidérée et adaptée aux nouveaux contextes.

1. Pour plus de détails sur cette question, on peut se rapporter à : <http://afrique.le360.ma/autres-pays/culture/2018/11/13/23840-cameroun-polemique-un-manuel-de-5e-retire-de-la-vente-cause-de-passages-juges-deviants-23840>.

Face aux besoins importants de scientifiques et à l'urgence d'un recrutement massif et régulier d'enseignants de mathématiques et de sciences, les systèmes éducatifs africains sont obligés, pour plus d'efficacité, de changer de stratégies de formation. Des stratégies de formation à distance basées sur un dispositif d'autoformation et de co-formation qui part des besoins exprimés par les enseignants à partir de leurs pratiques de classe sont particulièrement innovantes dans ce domaine. (2009 : 919)

Cette approche de formation à distance est orientée essentiellement vers les enseignant·e·s déjà en activité sur le terrain. Elle est constituée de cours de perfectionnement et/ou d'enrichissement de pratiques pédagogiques. Or, le contexte de travail des enseignant·e·s dans les pays africains au sud du Sahara est peu favorable (CONFEMEN, 2008) à la mise en place de dispositifs d'autoformation et/ou de co-formation : salaire peu décent, environnement démotivant, cadres social et familial peu confortables, manque d'outils informatiques (ordinateur personnel de qualité, téléphone portable de bonne capacité de stockage), absence de réseaux internet stables, absence d'un véritable soutien des pouvoirs publics, etc. Dans les centres multimédias et autres salles informatiques, quand ils existent dans les établissements scolaires, les machines sont désuètes et la connexion est incertaine. Sokhna semble minimiser les réalités contextuelles relatives à la précarité des conditions de formation des enseignant·e·s et qui se reproduit visiblement sur leurs conditions de travail.

Nous pensons que la formation des futur·e·s enseignant·e·s devrait être suffisamment complète en phase initiale, pendant que ces personnes sont encore dans les écoles normales publiques ou privées, avant leur recrutement ou leur contractualisation et leur déploiement sur le terrain. La formation à distance proposée par Sokhna ne devant venir qu'en renforcement des acquis pédagogiques reçus pendant la formation initiale. Sa proposition nous semble mieux accessible quand l'enseignant·e dispose déjà des capacités financières suffisantes pour assurer son autoprise en charge en matière de renforcement des capacités. S'agissant de la formation des enseignants·e·s, deux questions méritent de retenir notre attention : à quel moment et pour quelle finalité tel module au lieu de tel autre module devrait-il être introduit et/ou traité pendant le cycle de formation de l'enseignant·e de mathématiques? Jusqu'à quand les programmes de formation dans les écoles normales supérieures deviendront-ils plus ouverts à la professionnalisation qu'à l'académie, apanage des facultés universitaires?

Nous sommes d'avis que des sujets sur la contextualisation des enseignements de mathématiques, les atouts et les limites de l'approche pédagogique en vigueur, la recherche des liens interdisciplinaires scolaires, la didactique de l'enseignement des mathématiques, les stratégies de renforcement des activités et les chantiers d'innovations pédagogiques entre autres devraient être traités comme thèmes de recherche dans les écoles normales (formation initiale), avant d'être revisités pendant les séminaires pédagogiques (encadrement de proximité) et/ou lors des sessions de formation à distance. Il est souhaitable que les pouvoirs publics prennent leur responsabilité et trouvent une réponse recevable à cette inadéquation entre les sujets traités par les normalien-ne-s pendant leur formation, les approches et les contenus pédagogiques à développer sur le terrain, dès le lendemain de leur prise de service. Cette situation paradoxale semble d'ailleurs avoir un effet négatif sur la qualité et la gestion du livre scolaire.

En effet, le choix de la vente directe du livre n'est pas approprié pour des pays pauvres et essentiellement inégalitaires. Si cette forme de transaction permet de réduire le coût grâce notamment à la suppression des intermédiaires, il faut reconnaître qu'il ne convient guère à un secteur aussi délicat que l'éducation. On peut se demander par exemple combien de parents d'élèves ont les moyens d'acquérir les livres et les manuels scolaires. Doit-on sacrifier la disponibilité du livre scolaire au profit des avantages de quelques esprits cupides? La pénurie, les retards et la quasi-absence des livres dans les localités éloignées des centres urbains ne nous invitent-ils pas à opter pour une politique juste et équitable dans l'accès et la disponibilité des livres? L'expérience sénégalaise nous donne une piste dont l'efficacité est reconnue par des spécialistes. Depuis 2013, le Sénégal, dans le cadre d'une collaboration avec le Canada, a mis en place un système d'approvisionnement en manuels scolaires gratuit et performant pour ce qui est des établissements scolaires publics. En 2014 et 2015, plus de 3,3 millions de manuels scolaires ont été remis à 1,3 million d'élèves. L'élève peut désormais apporter son manuel à la maison, poursuivre ses activités scolaires et échanger quotidiennement avec ses parents sur ses apprentissages (Gouvernement du Canada, 2017, paragr. 5). Dans le cas du Kamerun, l'Association des parents d'élèves et enseignant-e-s (APEE), une

association libre, peut être un partenaire efficace² dans la mise en place d'un dispositif similaire; ceci dans la mesure où chaque élève a l'obligation de verser une somme d'argent appelée « frais d'APEE »³.

Ces questions nous permettent ainsi de dresser un tableau des différents problèmes relatifs aux trois aspects fondamentaux de l'éducation que sont la politique éducative, les contenus et les méthodes d'enseignement. Dans le cas spécifique des mathématiques, ces questions trouvent des solutions dans une activité urgente de renouvellement et d'innovation multidimensionnels. Perrin, menant une réflexion sur le thème « Pourquoi faut-il enseigner les mathématiques aujourd'hui? », conclut sa présentation en ces termes :

J'espère vous avoir un peu rassurés : oui, il est encore nécessaire en ce nouveau millénaire, d'enseigner les mathématiques. Attention toutefois, nous devons écouter ce que nous dit le monde extérieur et essayer de comprendre comment notre discipline a pu, en quelques années, passer d'un statut de discipline reine à celui de matière dont la survie même est contestée. (Perrin, 2004 : 20)

On peut retenir de ce propos, deux idées forces. Premièrement, il affirme la nécessité de continuer à enseigner les mathématiques aujourd'hui. Ainsi, les enseignant·e·s de mathématiques, face aux difficultés de divers ordres, ne doivent pas se résigner. Il leur revient alors de rechercher, de trouver, de concevoir et de mettre en place des méthodes et des dispositifs plus attractifs et plus utiles. Cependant, cette tâche qui requiert inventivité et ingéniosité ne saurait se réaliser sans un préalable : un regard critique et un examen épistémologique impératifs. C'est ce qui explique la mise en garde de Perrin (« Attention toutefois ») sur deux faits importants : la prise en compte des points de vue des personnes extérieures à la discipline (« monde extérieur ») et une recherche des causes de l'affaiblissement de la position des mathématiques parmi les autres sciences. De cette remise en question découleront des pistes de solutions. L'une de ces pistes est la recherche de

2. Décret n° 2001/041 du 10 février 2001 portant organisation des établissements scolaires publics et fixant les attributions des responsables de l'administration scolaire.

3. S'il est vrai qu'aucun texte de loi ne contraint les élèves au paiement de cette contribution, on doit reconnaître que dans les pratiques, ils y sont obligés sous peine de voir leur inscription dans l'établissement refusée.

motivations fortes qui redonneraient aux pouvoirs publics et gestionnaires des systèmes éducatifs des pays africains⁴ une nouvelle détermination dans le but, d'une part, de renforcer leurs capacités afin de relancer la dynamique de l'éducation mathématique dans leurs pays respectifs. Ceci se fera à travers une véritable « sociothérapie » en milieu scolaire et universitaire devant aboutir à l'apprentissage et l'expérimentation au quotidien des mathématiques par les jeunes⁵. D'autre part, il est question de s'arrimer sans trop de difficultés à ce que Touoyem (2016) appelle « l'ère de la science ouverte ». Ce concept est défini de la manière suivante :

La « science ouverte » renvoie, d'une part, à de nouvelles manières de pratiquer la recherche scientifique [et l'enseignement] dans tous les domaines : accès libre aux publications scientifiques (grâce aux archives ouvertes), revues en libre accès, partage des données, science en ligne, partage des bibliographies, recherche-action participative, ouverture de la recherche et des universités vers la société civile, démocratie scientifique, etc. D'autre part, elle implique une réflexion critique sur l'ordre normatif dominant de la science contemporaine et le désir de rétablir un certain équilibre en créant plus de « justice cognitive » [...], plus de respect et de visibilité pour la science faite dans les pays du Sud. (Piron, citée par Touoyem, 2016 : 340)

La posture de Piron que rappelle ici Touoyem repose sur trois socles auxquels nous adhérons. Premièrement, l'accès aux savoirs scientifiques est fondamental, surtout pour les sociétés africaines qui possèdent très peu de facilités dans ce domaine. Nous avons l'impression que dans nos écoles et universités, la formation est presque toujours à la traine de l'évolution des progrès de la science et de la technologie. Cette perception est une conséquence évidente de l'inadéquation notée entre les formations dans ces institutions et les emplois sur les marchés locaux. Cette situation résulte notamment du fait que les enseignant-e-s ne sont ni au fait de la dynamique scientifique ni dans les dispositions pouvant leur permettre de mettre à jour leurs enseignements. Un accès libre à la documentation scientifique la plus récente et à travers des cadres d'échanges avec les pays d'autres continents

4. Le Kamerun a fait un pas dans ce sens en 2010, voir MINEDUB (2010).

5. Cette question interpelle en priorité les praticien-ne-s des mathématiques en Afrique, leurs homologues de la diaspora, ainsi que les partenaires techniques et financiers intérieurs et extérieurs acquis à cette noble cause.

est une solution à la fois pratique et peu coûteuse. Deuxièmement, la relation entre la recherche dans nos écoles et universités d'une part et la société d'autre part devrait être revue. Ici, nous devons nous poser clairement la question de la contribution de l'enseignement des mathématiques et de la formation au développement sociétal. Troisièmement, la nécessité d'un équilibre et d'une équité en termes de représentativité et de visibilité dans le domaine de la recherche scientifique en général doit être franchement adressée. Il s'agit de se poser la question de la « justice cognitive »⁶ en science, en valorisant les travaux des chercheur·se·s d'Afrique, « c'est-à-dire rendre plus visibles et accessibles sur le web les savoirs des pays des Suds. » (Piron, Regulus, & Dibounje Madiba, 2016 : xx). Il est vrai que depuis les indépendances africaines, les débats sur l'éducation, les systèmes d'enseignement, le choix des matières ou des langues d'enseignement sont le reflet d'un tiraillement entre revendication nationale et héritage colonial, et soulèvent de ce fait des questions éminemment politiques (Pourtier, 2010).

Rappelons que ces préoccupations n'épargnent en général aucun continent. En effet, nous constatons avec Touoyem que même « les savants et les philosophes qui s'interrogent aujourd'hui sur la science en Occident montrent que la manière dont elle se développe ne cadre plus avec les attentes de l'Occident lui-même. » (2016 : 340). Ainsi, selon l'auteur, la solution que représente la *science ouverte* est encore très peu répandue dans la plupart des pays africains. De façon concrète, si l'on pouvait envisager et mettre en place des plateformes de partage et de libre accès des informations sur de nouvelles méthodes et pratiques de classe, sur les expériences mutualisées d'enseignement des mathématiques de divers horizons, on obtiendrait à coup sûr de meilleurs résultats, car plus les enseignant·e·s sont informé·e·s, plus ces enseignant·e·s ont des outils didactiques appropriés, plus ils et elles offriront le meilleur d'eux et le meilleur d'elles avec à terme de meilleurs résultats.

Le conseil pédagogique, l'un de ces cadres de réflexion est d'un apport efficace dans l'amélioration du rendement scolaire. Pour remédier à la situation d'échec et de décrochage scolaires, les pouvoirs publics et les

6. Concept inventé par l'anthropologue indien Shiv Visvanathan. Voir scienceetbiencommun.pressbooks.pub/justicecognitive1/chapter/en-quete-te-justice-cognitive/. Voir également Piron, Regulus, & Dibounje Madiba, 2016.

gestionnaires du système éducatif pourraient, dans le cadre de la recherche des stratégies optimales, soutenir la recherche sur des questions comme : quels enseignements des mathématiques pour quels profils de sortie? Quelles sont les sources des préjugés et des représentations négatives vis-à-vis des mathématiques? Quelles peuvent en être les solutions? Comment tenir compte des résultats des recherches en neurosciences⁷ dans la conception des programmes, l'organisation de la scolarité et l'orientation scolaire? Quels cadres dans les pouvoirs publics, l'administration scolaire et universitaire peuvent participer à faire reculer ces images défavorables pour les mathématiques. Songeons, un tant soit peu, à la contribution du service de l'orientation scolaire et universitaire. N'est-ce pas le cadre idoine où se règlent les difficultés psychosociales que rencontrent les apprenant-e-s? Ne pourrait-on pas munir les conseiller-e-s d'orientation d'outils et de moyens appropriés pour inverser une vision et une attitude défaitistes, démotivées et résignées en une attitude optimiste, engagée? Les conseillers et conseillères en orientation scolaire et professionnelle ne devraient-ils ou elles pas aller plus loin que le passage des tests psychopédagogiques? On pourrait même reconsidérer la formation des conseillers et conseillères en orientation en les dotant de savoirs et de savoir-faire pour prodiguer des conseils spécialisés, aux apprenant-e-s, par discipline ou par groupe de disciplines.

Les propositions évoquées ci-dessus pourraient davantage convaincre la jeunesse à retourner à l'école pour ceux et celles qui ont abandonné leurs études, à s'intéresser aux mathématiques pour ceux et celles qui nourrissent une désaffection à l'égard de cette discipline, à mieux prendre conscience du sérieux qu'elle devrait consacrer à la construction de son avenir, à s'intéresser et s'appliquer davantage dans la pratique et l'expérimentation quotidienne des mathématiques dans toutes ses actions. Par conséquent, nous pouvons reprendre à notre compte, *mutatis mutandis*, l'assertion de Jaspers à propos du caractère indispensable de la philosophie : « L'homme ne peut se passer de la [mathématique]. Aussi est-elle présente partout

7. Il s'agit d'un ensemble de nouvelles disciplines scientifiques transdisciplinaires qui étudient la structuration et le fonctionnement du système nerveux (cerveau) humain et les processus mentaux. C'est ainsi qu'on parle de neuroscience de l'éducation, neuroscience cognitive, neuroscience sociale, neuroscience des mathématiques, neuroscience de l'apprentissage, etc. Pour d'amples informations, voir OCDE (2007).

et toujours, répandue dans le public... » (1981 [1950] : 10). On la retrouve dans les pratiques marchandes traditionnelles, dans les formules de gestion courante de la fortune et aires culturelles, dans les pratiques opératoires conventionnelles. Russell, quant à lui, met en garde toute personne qui aspire à être philosophe : « celui qui veut devenir philosophe a tout avantage à acquérir une vaste connaissance des mathématiques » (Russell, 2005 : 6); une acquisition de connaissances basée sur une approche historique afin d'être au fait des grandes lignes des théories mathématiques, pour se familiariser avec le raisonnement hypothético-déductif et pour minimiser les erreurs de jugement de tout genre.

Autrement dit, les mathématiques ne sont pas l'apanage d'une catégorie de personnes. Elles constituent toute une culture, une façon de penser opératoire et opérationnelle susceptible d'être reçue par tout le monde à travers les générations. Les mathématiques élémentaires, grâce à leur démarche (réfléchie, logique, systématique...) et quand elles sont débarrassées de leurs signes, symboles et autres figures géométriques, sont donc une activité populaire. Celles-ci n'exigent aucune restriction fondamentale pour ceux et celles qui désirent l'exercer, la pratiquer. Il est aisé de constater que dans l'imagerie populaire le simple fait d'évoquer le mot « mathématique » fait tout de suite penser, dans la plupart des cas, aux signes, aux symboles et aux figures abstrait-e-s; reléguant de ce fait la démarche au second plan. L'idée, ici, c'est d'inverser cet ordre en priorisant la méthode mathématique dont les vertus en matière de rigueur et de cohérence sont reconnues. C'est d'ailleurs là le tremplin pour toute phase d'apprentissage. Des enfants aux adultes, aucun n'échappe aux mathématiques dans la gestion quotidienne de sa vie.

En réalité, la pratique des mathématiques peut être consciente ou inconsciente. C'est le cas de ce jeune qui répare aisément un téléphone portable high-tech sans avoir achevé avec succès ses études de mathématiques et d'informatique du cycle primaire. A contrario, on a également des cas d'intellectuel-le-s et d'ingénieur-e-s de haut niveau qui peuvent raisonner et discourir sur la constitution et le fonctionnement de cet appareil sans en avoir jamais vu l'intérieur. On distingue ainsi, la *connaissance de l'appareil* et la *connaissance sur l'appareil*. C'est ce qu'explique le philosophe du langage Auroux quand il prend l'exemple de l'intégrateur. Il fait une distinction entre la connaissance de ce qui se passe

dans la machine appelée *intégrateur* et le discours sur cet intégrateur. Tout en reconnaissant que la connaissance de l'intégrateur est en relation avec le discours sur l'intégrateur, il précise que les deux connaissances n'ont de relation que sur la base de postulat ou d'hypothèse. Ainsi, on peut être en mesure de discourir et de raisonner sur l'intégrateur sans jamais avoir vu l'appareil lui-même : « c'est le cas d'un mathématicien qui n'a jamais vu d'intégrateur! Il pourra en dire quelque chose du genre : toute machine intégratrice devra considérer deux variables, les variations de l'une dépendront de la valeur instantanée de l'autre. » (Auroux, 1992 : 44).

Les mathématiques occupent une place de choix parmi les disciplines scientifiques en ce qu'elles offrent un modèle de recherche empirique ou inférentiel de la vérité scientifique exempte de toute transgression ou contradiction. Avec l'évolution de la recherche, on peut, en tout lieu et en toute circonstance, se demander aujourd'hui où on n'utilise pas les mathématiques? Dans quels secteurs d'activité n'utilise-t-on pas les mathématiques? Cette omniprésence des mathématiques dans la vie des hommes et des femmes contraste avec l'attitude de rejet qui s'observe chez ces mêmes personnes. Un tel paradoxe ne peut s'expliquer que par l'ignorance et les considérations stéréotypées dont les origines se trouvent dans des malentendus qui se sont généralisés au fil du temps. La démarche du pédagogue consisterait ainsi à agir de sorte à modifier ces idées « anti-mathématiques » pour les transformer en des idées favorables à cette discipline. Nous sommes là dans le droit fil de la *stratégie de démystification* des mathématiques : amener des personnes à reconsidérer leur désamour pour les mathématiques en leur apportant la preuve qu'ils pratiquent les mathématiques. Il est question de trouver les moyens d'agir positivement sur ce que pensent les gens à propos des mathématiques. Il est impératif de faire comprendre à l'opinion que les constructions mathématiques qu'elle pense être coupées de la réalité ont tout à voir avec les préoccupations de Monsieur et Madame Tout-le-Monde qui a faim, qui n'a pas de logement, qui a des problèmes de santé... De manière pratique, cette personne a besoin de réfléchir sur son environnement (géométrie, algèbre), d'offrir ses services (lois de composition, morphismes de structures), obtenir de l'argent et savoir le gérer (théorie keynésienne sur la propension marginale à consommer). Comme on le voit, en écartant tout le travail d'abstraction et en mettant en avant la démarche, on peut facilement faire ressortir la relation entre mathématiques et réalité.

Par ailleurs, les scientifiques en général doivent également se remettre en question et agir prioritairement sur les besoins réels en vue d'améliorer la vie quotidienne des humains. Nous faisons donc un plaidoyer pour des mathématiques au service du développement, des mathématiques mieux contextualisées et plus ancrées dans les cultures humaines. Dans ce sens, Sladek fait une observation assez bouleversante et appelle les scientifiques à plus d'humanisme.

Le problème de la science contemporaine, c'est qu'elle fournit des réponses à toutes les mauvaises questions. Personne ne demande si le laser est oui ou non un faisceau d'énergie cohérente opérant dans les limites du spectre lumineux [...]. Personne ne veut savoir si E égale vraiment mc^2 . Il est grand temps que les scientifiques sortent de leur tour d'ivoire, cessent de jouer avec les microprocesseurs ou l'analyse transactionnelle et s'attaquent à quelques-uns des vrais mystères de notre époque. (Sladek, cité par De Pracontal, 1986, leçon 3)

De Pracontal, dans sa posture de journaliste scientifique, s'attaque à deux principaux problèmes que l'on rencontre dans le monde scientifique; le premier étant sa relation avec les préoccupations réelles des citoyen-ne-s. Les résultats des travaux scientifiques sur l'armement, le dopage, le clonage, le problème de Fermat, le problème des corps, etc. constituent-ils les priorités parmi les problèmes humains? Le second problème est cette espèce de barrière qui s'érige entre le scientifique et la société (« tour d'ivoire ») et qui fait penser que le scientifique est un être à part et que son discours, voire ses formules (par exemple $E = mc^2$) ne sont pas sujettes à discussion. Il déplore ainsi le fait que les savants pensent avoir mieux à faire que de s'occuper de nos « petits » problèmes journaliers (logement, santé, alimentation, chômage, drogue, insécurité, terrorisme...). Il convient de rappeler que De Pracontal, titulaire d'une maîtrise de mathématiques et d'un doctorat en sciences de l'information sur la vulgarisation scientifique, n'est pas un journaliste ordinaire. Il s'intéresse surtout à notre manière de traiter l'information pour certain-e-s et de l'accueillir pour d'autres : « Disposons-nous d'un esprit critique face à la masse d'information véhiculée par les médias? Ou sommes-nous à la merci de la société d'information? ». Étant donné que pour les médias et le grand public, l'irrationnel est souvent plus sensationnel que le rationnel, De Pracontal « va tenter de nous faire mieux distinguer le vrai du faux dans cette culture surmédiatisée, régie par 'la dictature du marché et de l'audimat'. Car il faut

l'avouer, pour les médias, il est beaucoup plus intéressant de présenter l'irrationnel et toutes les merveilles qu'il en découle plutôt que la froide rigueur scientifique... » (Utilisateur supprimé, 2004, paragr. 6)⁸.

Pour ce qui concerne les mathématiques, l'insignifiance invraisemblable du degré de corrélation entre les « grands » résultats obtenus en laboratoire et leurs impacts observables sur les « petits » problèmes quotidiens de l'humain sème un doute au sein du grand public et le ramène à une résultante inéluctable : le refus de la science mathématique. Face à cette abondance d'informations et de désinformations sur l'importance des mathématiques pour la société, il convient de faire preuve d'un peu de discernement et surtout de beaucoup de bonne foi.

Dans le cas de l'Afrique, ce décalage entre le monde de la science (écoles, universités, instituts) et la société se trouve exacerbé par des facteurs d'un autre ordre : les croyances, les mythes et les attitudes physico-culturelles.

Sur les facteurs socioculturels : y a-t-il une disposition d'esprit favorable aux mathématiques?

L'histoire ainsi que les recherches démontrent que la différence entre les pays « pauvres » (d'Afrique en particulier) et les pays « riches » (d'Europe par exemple) n'est liée ni à une prédisposition défavorable quelconque ni à la race, encore moins à la couleur de la peau des peuples. Les travaux de Bessone (2013a; 2013b) sur le concept de race montrent que cette notion n'a aucun fondement biologique, mais elle est une construction sociale. De même, Gourou relève que les tests psychologiques utilisés pour montrer les différences d'intelligence « aboutissent toujours, quand les différences sont constatées entre les groupes, à révéler qu'elles sont liées à des conditions sociales. » (1959 : 143). En effet, des citoyen·ne·s d'Afrique considéré·e·s comme paresseux·euses dans leurs pays d'origine deviennent, lorsqu'ils et elles s'installent en toute légalité et dans des conditions favorables (en

8. Voir le site Cuk.Ch : <http://www.cuk.ch/articles/1584/>

Afrique ou ailleurs), une puissance productive. Pour s'en convaincre, il suffit de voir les classements réguliers des jeunes entrepreneur·e·s africain·e·s. Dans le classement *Forbes Magazine*⁹ des 30 jeunes africain·e·s les plus prometteur·euse·s en 2018, on retrouve des Nigériens ayant créé des entreprises dans le domaine du numérique et faisant un chiffre d'affaires annuel de plus de trois millions de dollars, des Sud-africains ayant mis en place des entreprises opérant dans l'énergie solaire ou encore ce Nigérian de 24 ans qui est le plus grand vendeur de voitures dans son pays, etc.

La problématique de l'échec et du décrochage en mathématiques au primaire, au secondaire comme au supérieur suscite toujours, et dans sa complexité, un intérêt sans cesse croissant auprès des scientifiques de l'éducation. La qualité et la quantité des apprentissages dans cette discipline, et partant, des méthodes d'enseignement restent au centre des investigations. Au primaire et au secondaire, l'interdisciplinarité scolaire est une approche prometteuse. Au supérieur, les neuroscientistes affirment que des solutions idoines contre ces fléaux viendraient d'une approche transdisciplinaire qui permettrait de mieux comprendre les apprentissages. La neuroscience des mathématiques est une discipline hybride née d'une posture scientifique et intellectuelle, la *transdisciplinarité*, qui renvoie à l'*interdisciplinarité scientifique*, de Lenoir & Sauvé (1998).

Ce concept va au-delà du cloisonnement entre les mathématiques et les neurosciences (la biologie, la génétique, neurologie, médecine...) pour obtenir leur fusion totale. Pour l'OCDE, la transdisciplinarité est ce

concept par lequel des disciplines complètement différentes, fusionnant l'une avec l'autre, donnent naissance à une discipline nouvelle dotée de sa propre structure conceptuelle, qui permet de faire reculer les frontières des sciences et des disciplines ayant présidé à sa formation. (2007 : 275)

À propos des neurosciences, il faut reconnaître que :

La neuroscience des mathématiques n'en est qu'à ses balbutiements, mais le domaine a beaucoup progressé ces dix dernières années. Les scientifiques ont commencé à mettre au jour des influences biologiques pertinentes – comme

9. <https://www.forbes.fr/classements/les-30-jeunes-entrepreneurs-africains-les-plus-prometteurs-en-2018/?amp>.

l'association entre nombres et espace – et leurs travaux peuvent être nourris par les progrès rapides de la génétique. De plus, les chercheurs commencent seulement à étudier les effets que l'apprentissage des mathématiques a sur le cerveau. Ce sujet doit être étudié d'un point de vue dynamique et développemental, afin que les multiples voies possibles soient définies. (OCDE, 2007 : 111)

Malgré les efforts en matière infrastructurelle et en ressources humaines réalisés par des États africains dans le secteur de l'enseignement aussi bien au niveau public que privé, comment expliquer que le phénomène de l'échec en mathématiques reste toujours perceptible dans certaines structures éducatives pourtant mieux organisées? Les neuroscientistes-mathématicien-ne-s expliquent qu'il existerait chez certains humains un facteur purement biologique qui causerait des entraves à l'apprentissage mathématique, « la dyscalculie ».

Certains enfants ont des difficultés en mathématiques alors que leur formation est suffisante : cela peut être dû à une dyscalculie, l'équivalent mathématique de la dyslexie¹⁰. La dyscalculie est un trouble de la perception des nombres, de la compréhension des quantités numériques et de leurs rapports. (Landerl, Bevan et Butterworth, 2004, cités par OCDE, 2007 : 110)

Sans être en contradiction avec notre position selon laquelle les mathématiques se développent mieux à travers des apprentissages contextualisés dans un environnement nourri par une mentalité scientifique, ces résultats viennent renforcer l'idée des mathématiques comme création humaine, fruit d'une éducation culturelle millénaire : « la découverte de caractéristiques neurales atypiques associées à certains troubles mathématiques précis renforce l'idée que les mathématiques n'émergent pas uniquement d'un processus culturel. » (OCDE, 2007 : 110-111). Dès lors, le champ des préalables exigibles aux pratiquant·e·s et praticien·ne·s de cette discipline se voit ainsi augmenté : en plus de disposer et d'entretenir un état d'esprit de nature scientifique ouvert et fécond, il faut prédisposer d'un minimum de « bonne » structuration cérébrale spécifique : « certaines structures cérébrales, qui assurent les fondements conceptuels de l'apprentissage, doivent de plus être intactes et fonctionnelles. » (OCDE,

10. Ce terme désigne le trouble de la capacité à lire, la difficulté à reconnaître et à reproduire le langage écrit.

2007 : 111). Quand cette prédisposition biologique n'est pas naturelle comme chez les enfants précoces ou à haut potentiel en mathématiques (Camos, 2004), elle peut être acquise, pour les autres types d'enfant, par l'adoption d'une hygiène de vie assez spéciale dans un environnement de travail tout aussi spécial couplé à une bonne alimentation¹¹. Cette prédisposition allierait à la fois bien-être physique et intellectuel, aspects émotionnels et cognitifs, esprit analytique et capacités créatrices.

La neuroscience montre que la façon dont on nourrit et traite le cerveau joue un rôle crucial dans les processus d'apprentissage, et commence à déterminer quels sont les environnements les plus favorables à l'apprentissage. La plupart des façons d'améliorer le fonctionnement cérébral dépendent de facteurs simples et quotidiens – qualité de l'environnement social et des rapports humains, alimentation, exercice physique et sommeil – qui semblent tellement évidents qu'on a tendance à négliger leur importance. En prêtant attention à l'état du cerveau et du corps, il est possible de mettre à profit la plasticité cérébrale et de faciliter l'apprentissage. Il faut adopter une approche globale, qui tienne compte des liens étroits entre bien-être physique et intellectuel et ne néglige pas l'interaction entre aspects émotionnels et cognitifs. (OCDE, 2007 : 14)

Il est donc important de reconnaître qu'en dehors des espèces humaines rares comme les « génies », l'organisation socioculturelle et l'environnement ont un impact significatif sur la construction des capacités mathématiques des apprenant·e·s. Nous pensons que ces dernières ont, de ce fait, des fondements biologiques (et non raciaux !), psychologiques, analytiques et neuroscientifiques. Ici encore, l'enseignant·e peut avoir de l'influence dans cette construction des capacités des apprenant·e·s.

Le récit suivant est un témoignage personnel sur le contexte assez équivoque de l'éducation mathématique en Afrique et la contribution attendue des enseignant·e·s au réveil et à la construction de potentiel mathématique des apprenant·e·s. Cette anecdote est mon histoire.

Pendant tout mon cycle secondaire au lycée mixte de Yokadouma (Est-Kamerun), j'ai toujours été, malgré mon caractère un peu timide, un bon élève sur le double plan de la discipline et du travail. Cependant, en juin

11. La malnutrition est une cause de l'échec scolaire.

1987 j'ai raté mon Baccalauréat C. Et pour cause : je n'ai pas obtenu une bonne performance en mathématiques. D'ailleurs, je n'ai pas eu de notes au-dessus de la moyenne pendant toute l'année scolaire. C'est ainsi que j'ai repris la terminale l'année scolaire suivante. Heureusement, l'administration nous affecte un nouvel enseignant de mathématiques, Monsieur Tankeu. C'est un jeune enseignant très engagé, un peu effacé, mais un travailleur patenté et rigoureux. En une année scolaire, Monsieur Tankeu, grâce à son approche pédagogique avant-gardiste, assez originale et qui se démarquait visiblement de l'approche par les contenus ou par transmission en vigueur à cette époque, m'a aidé à vaincre mes peurs et à sortir de ma timidité. Il appliquait avec efficacité l'approche par objectifs (APO). Nous travaillions intensément les cours et les exercices d'application en présentiel. Chaque élève avait l'obligation de passer au tableau pour traiter (avec succès ou non) une question dans un exercice ou un exercice entier. Sa gestion de classe créait l'esprit de défi entre les élèves. Il utilisait ces expressions comme un refrain pendant les séances de cours ou d'exercices : « Laissez de côté le superflu! », « Attaquez le problème! », « Qu'est-ce qu'on connaît? », « Quelles sont les hypothèses du problème? », « Qu'est-ce que tu cherches? », « À quoi ça sert? », etc. Il était si rigoureux qu'il rendait souvent son cours ennuyeux, puisqu'il accordait très peu ou presque pas de temps pour les blagues.

Chaque fin de chapitre était marquée par des exercices ou une recherche à faire à domicile et à remettre une ou deux semaines après, selon leurs degrés de difficultés. La plupart de ces exercices étaient des exercices d'approfondissement tirés des livres de Mathématiques – Terminale C (tomes 1 et 2) des collections Monge et/ou Queysanne-Revuz. Ses évaluations étaient toujours structurées en trois parties : une première partie consacrée aux questions de cours; une deuxième partie portant sur des exercices d'algèbre, d'analyse et/ou de géométrie suivant le niveau progression dans le programme annuel; et une troisième partie constituée d'un problème. C'est ainsi que ma note en mathématiques est passée, d'une année à l'autre, de 05,5/20 à 12,5/20 avec le nouvel enseignant. En juin 1988, je réussis mon Bac avec la mention « Assez bien » et une moyenne (note de l'écrit et note de l'oral) de 14/20 en mathématiques. Je crois pertinemment que j'aurais eu une mention plus élevée si j'avais suivi les cours de cet enseignant deux ou trois années plus tôt.

Pendant l'année scolaire, mon environnement socio-familial n'avait pas connu de changements importants. Je n'ai pas eu de répétiteur. Les seules nouveautés survenues dans mon environnement social étaient mon nouvel enseignant, avec sa méthode d'enseignement et d'évaluation, la discipline en termes de rigueur adoptée dans mon travail à l'école comme à la maison; et

il y aussi la gestion stratégique de mes week-ends ponctués par les séances de football que je pratiquais régulièrement; c'était d'ailleurs mon passe-temps préféré. Mais l'histoire ne s'arrête pas là.

Trois mois après, nous sommes au mois d'octobre 1988, période des inscriptions à l'Université de Yaoundé 1, je rencontre Monsieur Tankeu, mon enseignant de maths, en séjour dans la cité capitale. Pendant nos échanges, il me demande la filière que j'ai choisie. Je lui réponds que j'aimerais faire les sciences économiques ou les sciences physiques, mais avec une préférence pour le second choix.

- Non Christophe! répliqua-t-il. Compte tenu de tes performances en mathématiques, tu gagnerais à t'inscrire en mathématiques. Je sors alors ma fiche d'inscription qui n'était pas encore remplie et je coche la filière « mathématiques ».

C'est ainsi que je m'inscris en mathématiques. Trois années plus tard, en juillet 1991, je suis major de ma promotion en licence de mathématiques avec mention « Assez bien ». J'obtiens ensuite une inscription à l'école doctorale dans la même institution et une admission au second cycle de l'école normale supérieure (ENS) de Yaoundé. Deux années plus tard, je sors de l'ENS nanti du diplôme de professeur des lycées d'enseignement général, second grade, option mathématiques. Je pense que Monsieur Tankeu était pour moi, plus qu'un simple enseignant, un conseiller, un guide¹².

Cette histoire illustre à souhait l'évidence de l'effet de l'enseignant·e, c'est-à-dire l'influence de celui-ci ou de celle-ci sur le destin scolaire des apprenant·e·s en matière d'éducation et d'orientation scolaire et/ou professionnelle. Dans ces deux domaines, cette aptitude à s'intéresser à la vie scolaire des enfants, à diagnostiquer leurs capacités et leur potentiel mathématique, est une « valeur ajoutée » qui, parmi d'autres, semble manquer le plus à nombre d'enseignant·e·s de mathématiques en Afrique. En l'absence d'un module d'éducation à la compréhension en formation initiale dans les écoles normales supérieures, les enseignant·e·s se retrouvent une fois de plus seul·e·s face à cet autre défi professionnel.

12. Mon prochain ouvrage lui sera d'ailleurs dédié.

De même que la culture mathématique, il faut noter que la culture entrepreneuriale qui ambitionne autant le développement est, elle aussi, plus marquée dans d'autres régions du monde.

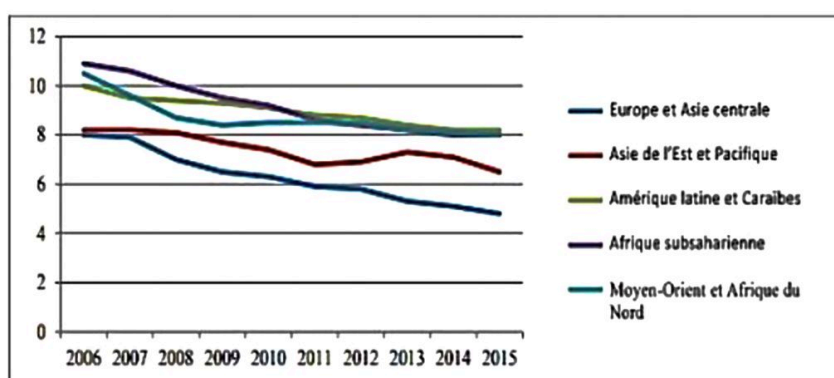
En 2009, une enquête Eurobaromètre de la Commission européenne a interrogé l'attitude des citoyens à l'égard du travail indépendant et de la création d'entreprise. Il en ressort, entre autres choses, que 28 % des citoyens interrogés affirment « très/plutôt faisable » de prendre le statut de travailleur indépendant dans les cinq années à venir, chiffre qui reste inférieur toutefois à celui des États-Unis (36 %) ou de la Chine (49 %).

C'est justement au sein des deux cohortes les plus jeunes (15-24 ans et 25-39 ans) que l'optimisme quant à la création d'une entreprise est le plus marquant. (Campy, 2014 : 26)

La différence de perception semble résider fondamentalement dans la mentalité collective, l'attitude acquise par les peuples à travers l'éducation et la culture au cours de l'histoire. Fanon (1961) avait déjà montré comment la colonisation a pu entraîner une forme de dépersonnalisation par l'infantilisation, l'oppression, la déshumanisation, l'acculturation et l'aliénation des peuples colonisés. Pour l'Afrique, la nécessité d'une nouvelle rationalité s'impose : « la nouvelle rationalité qui permettra d'avancer dans la connaissance du réel, il faudra la bâtir pas à pas, en ayant une conscience aigüe de la difficulté et de la singularité du problème posé. » (Anta Diop : 180). Selon lui, le développement du continent africain repose en grande partie sur cette condition qui voudrait qu'après avoir identifié ses problèmes et défini les priorités, l'Afrique s'efforce à faire la science autrement, à la bâtir selon ses visions, pour mieux réussir son processus d'émergence.

Quoi qu'il en soit, cette émergence souhaitée par l'Afrique ne deviendra réalité que si elle s'appuie sur le type de motivation et les adversités à l'entrepreneuriat multisectoriel chez les jeunes scolarisé-e-s et non scolarisé-e-s. Selon les priorités, voici quelques facteurs qui peuvent pousser les jeunes à entreprendre : la recherche d'une autonomie financière et par conséquent matérielle, le besoin d'augmenter ses revenus, le besoin de réalisation de soi, et enfin, la découverte d'une solution à sa pauvreté. Les freins à l'entrepreneuriat chez cette catégorie de personnes sont en général liés non seulement à un cadre législatif légal trop contraignant, à un environnement et à un climat des affaires souvent peu favorables, mais aussi à une insuffisance de créativité; celle-ci étant héritée de la pédagogie de

répétition/restitution – et non pas de la pédagogie de questionnement/ stratégie – au travers de laquelle elles ont été formées. Or, que ce soient les motivations ou les freins, ces facteurs tirent tous leur origine de la maîtrise ou non des éléments (outils et concepts) du projet à mener et du modèle sociétal existant (le contexte). Les jeunes Africain-e-s font ainsi face à une double difficulté : une difficulté d'ordre intellectuel en rapport avec les *capacités mathématiques* (Soriano, 1998; OCDE, 2007) et une difficulté d'ordre conjoncturel. L'organisation du secteur entrepreneurial reste très débattue en Afrique.



Source : Données de la Banque mondiale (<http://donnees.banquemondiale.org/>).

Figure 1 : Nombre de procédures nécessaires à la création d'une entreprise.

Le tableau ci-dessus montre qu'en Europe comme en Asie, les conditions de création d'une entreprise ont connu des allègements importants entre 2006 et 2015. Cependant, l'Afrique subsaharienne, malgré la grandeur de ses ambitions, reste un cadre peu propice en matière de création d'entreprise.

Aussi, la condition d'une émergence se trouve-t-elle dans un renversement de ces pesanteurs. Dans le cas spécifique des mathématiques, trop souvent, à la suite de quelques égoïsmes humains et des frustrations quant à leur bonne dévolution, elles engendrent des conflits de leadership (de nature non intellectuelle pour la plupart) et inspirent même parfois la méfiance dans les rangs des leaders et autres responsables de peu de foi. Ici, la contribution des

responsables de l'éducation à cette transformation ne réside-t-elle pas dans un questionnement qui amènerait à s'interroger sur la nature, les principes et les motifs de l'enseignement des mathématiques?

II. QUELQUES FONDAMENTAUX ÉPISTÉMOLOGIQUES DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Introduction

Une réflexion profonde sur la nature, les principes et les motifs de l'enseignement des mathématiques peut permettre de contrer le flux des idées rétrogrades, préconçues et véhiculées par certains individus à propos de cette discipline. Des débats et discussions philosophiques entre pairs, membres d'une même communauté ou groupes de recherche, il ressort que les mathématiques sont davantage perçues comme des

Les élèves doivent acquérir des connaissances à la fois théoriques et pratiques ainsi que des éléments d'une véritable culture scientifique grâce à une initiation à la philosophie et à l'histoire des mathématiques ainsi qu'à leur rôle dans l'évolution du monde.

(Touré, 2002 : 177)

instruments, des outils de raisonnement ou comme un simple langage conventionnel commis pour la construction d'une société humaine en perpétuelle évolution, et non comme une science fermée et inaccessible au premier venu (Popper, 1999; Lecourt, 2015; Bachelard, 2015 [1969]). Ce chapitre a pour objectif de mener une réflexion philosophique sur les mathématiques pour mieux les situer dans leur contexte propre (Pallascio, Daniel, Lafortune & Sykes, 1996) d'un triple point de vue : la définition de la discipline, la description des principes qui gouvernent son raisonnement et les buts recherchés par son enseignement.

Nous allons passer en revue les conceptions de quatre philosophes : Platon, Descartes, Bachelard et Kant, à propos de la définition des mathématiques. Nous verrons de manière subséquente que cette définition est susceptible de connaître des ajustements au gré de l'évolution de la recherche. Notre point de départ sera un tableau global des différentes sciences, en faisant ressortir la position spécifique des mathématiques dans l'univers du savoir. Ensuite, nous rappellerons les principes fondamentaux et, enfin, nous présenterons les objectifs généraux de l'enseignement de cette discipline.

De la connaissance épistémologique en mathématiques et de son impact sur les pratiques enseignantes

De nombreux jeunes scolarisé·e·s et postscolarisés pensent ou jugent les mathématiques au travers de l'image de leurs enseignant·e·s qui sont, dans certains cas, dispersé·e·s et négligé·e·s, et dans d'autres, entièrement absorbé·e·s par leurs sujets, en rupture avec le monde réel, et n'ayant pas de vie personnelle à l'extérieur des mathématiques. Dans la société en général, cette vision stéréotypée semble persister. Nous savons pourtant combien la relation élève-enseignant·e est déterminante dans la réussite scolaire de l'élève. Les enquêtes réalisées par Poirier, Lessard, Fortin & Yergeau (2013) auprès de 756 élèves du secondaire au Québec ont montré la forte corrélation entre l'attitude de l'enseignant·e et le décrochage scolaire. Ainsi, une relation cordiale et bienveillante entre l'enseignant·e et l'apprenant·e a le mérite de réduire le risque de décrochage scolaire, voire l'intention de décrocher. En corrélant la relation élève-enseignant·e avec les variables telles que l'âge, la réussite et l'absentéisme, les auteur·e·s parviennent à montrer que l'attitude de l'enseignant·e envers l'élève est le facteur le plus significatif parmi les causes du décrochage qu'il soit du fait de l'âge ou des performances. Le risque de décrochage le plus élevé (soit un score de 90,07) trouve sa source dans cette attitude. Cette évaluation repose sur l'appréciation de la qualité de la relation élève-enseignant·e que les auteur·e·s articulent en cinq variables : l'engagement de l'élève, le soutien de l'autonomie, l'encadrement, l'implication émotionnelle, les attitudes de l'élève envers l'enseignant·e (Poirier, Lessard, Fortin & Yergeau, 2013 : 12-13).

On constate régulièrement que les individus qui croient ne pas pouvoir réussir en mathématiques détestent systématiquement cette discipline; gardant simplement le complexe d'incapacité pendant très longtemps. En revanche, ceux et celles qui semblent s'en sortir mieux laissent paraître beaucoup d'insuffisance en matière de principes élémentaires des relations

sociales ou de vie en communauté (Vergnaud, 1982). Cette représentation, tout en indiquant les défauts à reprocher aux mathématicien-ne-s (enseignant-e-s, chercheur-se-s), reste erronée et reflète des clichés factices des mathématiques, très souvent limités à tort au calcul de nombres, de distance et à l'arithmétique de base.

En regardant de plus près et en toute rigueur, il faut avouer que le problème du statut et de la réception des sciences mathématiques par les jeunes est lié à leur définition même, leur nature, ainsi que leurs méthodes d'enseignement-apprentissage-expérimentation. Les mathématiques sont-elles une réalité objective reflétant la structure du réel, et même de l'être, ou bien sont-elles le simple reflet de l'esprit du mathématicien ou de la mathématicienne qui les crée ? Ces questions épistémologiques ne sauraient être éludées si l'on veut s'inscrire dans une démarche de démystification des mathématiques. Elles vont permettre de lever un pan de voile sur ce que certains pensent être le « mystère » des mathématiques, ou encore ce que Srinivasa Rao (2000) appelle « mathémagie »¹.

Définition et taxonomie des branches des mathématiques

Si l'usage des outils mathématiques dans différentes sciences, ainsi que son enseignement et sa pratique sont répandus, sa définition comme science n'est pas toujours clairement cernée par tous ceux/celles qui s'y intéressent. Il est donc nécessaire de répondre à deux questions essentielles : qu'est-ce que les mathématiques ? Quelles en sont les branches, les approches et les théories ?

1. Ce mot est utilisé par Srinivasa Rao pour désigner cette sorte de science occulte, les mathématiques ésotériques qui exigeraient que l'on soit magicien-ne ou sorcier-e pour les comprendre et les pratiquer.

Approche définitionnelle des mathématiques

Le terme « mathématique » est issu du mot grec « mathêmaticos », puis du mot latin « mathematicus » (Dauzat, Dubois & Mitterrand, 1971 : 451). On peut le décomposer en deux éléments : d'une part *mathêma*, « science » formée sur la racine, c'est-à-dire un substantif du verbe « manthênein » qui signifie « apprendre » (Dauzat, Dubois & Mitterrand, 1971 : 451); d'autre part, le suffixe d'origine grecque « -tique » que l'on retrouve dans les noms des arts, des techniques, des méthodes, des styles (Traoré & Barry, 2007). La mathématique est donc définie comme suit :

La mathématique est une science hypothético-déductive qui, en développant un langage autonome, élabore et étudie des notions abstraites liées les unes aux autres et souvent capables de fournir des modèles et des processus opératoires permettant de mieux comprendre de nombreux aspects du monde observable, en particulier lorsque peuvent être invoquées des idées de quantité, de forme et de partie de quelque chose. (Pruvost-Beaurain, 2019)

Autrement dit, les mathématiques sont la science qui étudie les nombres, l'espace ainsi que les structures qu'elles créent elles-mêmes pour leurs propriétés et l'analyse de leurs modèles. En d'autres termes, elles sont cette matière enseignée à l'école qui permet d'étudier l'algèbre, l'arithmétique et la géométrie. En somme, les mathématiques désignent l'ensemble des théories concernant les nombres, les figures géométriques, les structures algébriques et topologiques, les fonctions numériques et complexes, le calcul intégral et différentiel, les probabilités et statistiques, les ensembles...

C'est ainsi qu'on distingue en les classifiant, les théories mathématiques pures ou fondamentales et les théories mathématiques appliquées (Guillopé, Helffer, Pansu & Prural, 1998). Les origines lointaines de ces deux grandes branches des mathématiques (endogène et exogène) somme toute interdépendantes, selon Anta Diop, proviennent de l'existence de « deux écoles de pensée correspondant aux deux courants philosophiques, idéaliste et matérialiste, même si l'appartenance des scientifiques à ces écoles n'est pas toujours explicitement avouée » (2011 : 163). Il reste que, au fil des années, ces deux grandes tendances ont connu un développement tel qu'il en a découlé une multitude d'approches, des théories au sein de chacune des branches.

Typologie des approches en mathématiques

Dans la pratique, il existe de nombreuses conceptions mathématiques. Mani (2007) distingue trois aspects sous lesquels le savoir mathématique peut être perçu : un aspect interne aux mathématicien·ne·s, un aspect social et un aspect culturel. Pour lui, **les mathématiques pures** (« pure mathematics ») doivent être considérées comme un corps d'idées qui émergent et qui se logent dans l'esprit des mathématicien·ne·s :

Les mathématiques pures sont un immense organisme construit entièrement et exclusivement sur des idées qui émergent dans l'esprit des mathématicien·ne·s et y vivent.² (2007 : 1)

L'auteur, pour expliquer sa définition, trace trois trajectoires pouvant être empruntées par le mathématicien ou la mathématicienne. Premièrement, les mathématiques peuvent être conçues comme les résultats ou les contenus des publications des chercheurs et des chercheuses (manuscripts, livres, articles scientifiques, notes de cours, etc.). Ensuite, une autre conception consiste à considérer les mathématiques comme une activité humaine profondément ancrée dans la réalité (« *deeply rooted in reality* »). Enfin, vient en troisième position ce que l'auteur nomme « château des mathématiques » (« *castle of mathematics* »), désignant ainsi, le niveau le plus élevé dans l'abstraction mathématique, comme un étage supérieur (« *towering somewhere in the Platonic World of Ideas* ») (« dominant quelque part dans le monde platonique des idées ») surplombant les autres.

Cette branche comprend d'une part les théories mathématiques de la quantité et d'autre part celles de l'ordre. Parmi les sciences mathématiques de la mesure ou de la quantité, on distingue :

- les théories mathématiques complexes du nombre et de l'espace travaillent sur l'analyse infinitésimale, la géométrie différentielle, le calcul intégral, le calcul des probabilités, la géométrie analytique, etc.;

2. « Pure mathematics is an immense organism built entirely and exclusively of ideas that emerge in the minds of mathematicians and live within these minds. »

- les théories mathématiques du nombre qui s'ouvrent à l'arithmétique, l'algèbre élémentaire et abstraite, la théorie des nombres (entiers, relatifs, rationnels, réels). Les chiffres/symboles de zéro (noté « 0 ») à neuf (noté « 9 »), sont d'origine indo-arabe et adoptés par les mathématicien-ne-s d'Occident grâce à Gerbert d'Aurillac et Leonardo Fibonacci. C'est à ce dernier que l'on attribue le mérite de les avoir répandus en Occident à travers son ouvrage *Liber Abaci*, traité d'arithmétique publié en 1202 et qui prône les avantages des méthodes de calcul des pays de l'Islam, notamment la méthode positionnelle indienne (Bousslama, 2006; Greenwald & Thomley, 2012 : 54).

La diffusion en Occident des chiffres arabes³ a permis d'établir un nouveau système d'écriture des nombres. Cette écriture facilite la formulation de règles pour les opérations et de conventions de calcul qui rendront possible, à partir du XVI^e siècle, l'invention de l'algèbre. L'entier naturel, dans sa plus ancienne idée « proto-mathématique rigide » 1, 2, 3... est telle que ces premiers entiers ont acquis des significations symboliques, et mêmes religieuses dans plusieurs cultures. Cette idée est devenue « protophysique » avec le comptage des objets matériels et plus tard des objets immatériels comme le temps (avec les jours et les nuits...). Cette idée est devenue « mathématique » quand il a fallu compter, additionner ou faire du commerce. Un système numéral universel (le système décimal) a été inventé. Un siècle plus tard, après l'invention de l'algèbre, la création de la géométrie (analytique) et l'introduction de l'idée de fonction, naîtront diverses sous-branches des mathématiques comme le calcul infinitésimal (l'analyse comprend le calcul différentiel et le calcul intégral) ou le calcul des probabilités (Greenwald & Thomley, 2012 : 806).

- la théorie des groupes, la topologie, la théorie des ensembles et la logique mathématique se développeront pour l'essentiel à partir du XIX^e siècle. La théorie des groupes avec Évariste Galois traite d'ensembles munis

3. Muhammad ibn-Musa Al-Khwarizmi, un des plus éminents savants arabes du moyen âge qui a traité des applications concrètes du système numéral décimal et qui a clarifié en la simplifiant, la résolution de certains problèmes mathématiques de l'époque. La simplicité des chiffres arabes est évidente : le nombre CLXXXVII (en chiffres romains) s'écrit 187 (en chiffres arabes). Les communautés peuples d'Afrique comptent traditionnellement dans le système numéral de base 5.

d'une loi de composition interne vérifiant certaines propriétés spéciales. Les théories mathématiques de l'espace intègrent les différentes géométries (affine et projective) : la géométrie euclidienne et les géométries non euclidiennes (de Lobatchevski ou de Riemann). La topologie avec Riemann s'intéresse aux propriétés mathématiques « invariantes » par déformation géométrique ou par transformation « continue » des objets. Lorsqu'un espace est courbé, tordu, étiré ou plus généralement déformé, certaines propriétés mathématiques demeurent inchangées.

Parmi les sciences mathématiques de l'ordre, on distingue :

- *la théorie des ensembles* avec Cantor. Elle a permis notamment de définir avec plus de précision le concept d'« infini »;
- *l'algèbre*, de l'arabe *al-jabr*, « contrainte, résolution », est la branche des mathématiques qui étudie la résolution d'équations à l'aide des signes et symboles (algèbre classique) ou à l'aide de structures mathématiques comme les groupes, les anneaux et les corps (algèbre universelle). D'après Masood, l'algèbre, par la diversité de ses développements et la contribution des chercheur-se-s, compte parmi les composantes les plus importantes des mathématiques :

De plus, avec l'algèbre d'Al-Khwarizmi, ces savants nous ont fourni le plus important outil mathématique jamais conçu, et qui sous-tend toutes les facettes de la science, ainsi que des processus plus quotidiens.⁴ (2009 : 139-140)

Ainsi, pour l'auteur, l'algèbre est considérée comme l'un des plus grands outils mathématiques jamais inventés, qui, à travers son usage, rejoint presque toutes les autres branches de la science. Al Khwarizmi écrit le premier traité d'algèbre sous le titre *Abrégé du calcul par la restauration*

4. « What's more, with Al-Khwarizmi's algebra, these scholars provided us with the single most important mathematical tool ever devised, and one that underpins every facet of science, as well as more everyday processes. »

et la comparaison⁵. La latinisation du nom de ce mathématicien a donné naissance au mot « algorithme ». Par ailleurs, ce livre constitue une somme d'informations considérables sur la résolution des équations de premier et de second degré et il ne contient aucun chiffre, toutes les équations étant écrites avec des mots.

- *la théorie des catégories*, introduite au début des années 1940 par Samuel Eilenberg et Saunders MacLane, est comme un langage pour étudier les structures mathématiques et les relations qu'elles entretiennent.

Aussi rigoureuse qu'une telle conception puisse être, elle nous laisse cependant dubitatifs quant à son efficacité. Dire qu'il est un niveau supérieur de la pratique mathématique induit que les autres niveaux sont inférieurs. Dire que les mathématiques pures constituent le summum de la réflexion mathématique, c'est considérer que des pratiques d'une mathématique ancrée dans la réalité ou contextualisée seraient secondaires. Nous ne partageons donc pas cette conception hiérarchisée des pratiques mathématiques qui peuvent mener à des discriminations, à des injustices cognitives. Nous pensons que toutes les disciplines mathématiques sont dignes d'intérêt qu'il n'y a pas lieu d'en faire une hiérarchie. Sans amoindrir le rôle que peuvent jouer les mathématiques dites « pures » dans le développement de l'intellect et de la cognition humaine, nous privilégions, dans nos pratiques, une approche mathématique qui se préoccupe des conditions de vie des populations. Ce sont donc des mathématiques au service du développement humain dont il s'agit. Comment concevoir autrement la place d'une discipline aussi centrale dans la vie humaine quand on est membre d'une société où les besoins parmi lesquels les plus élémentaires manquent? Peut-on, à juste titre, se satisfaire d'une course vers le « château des mathématiques » alors que la majorité ne possède ni les moyens d'accéder au château ni la possibilité de le voir et de le toucher. Par cette analogie, nous voulons montrer que les besoins humains, aussi minimes soient-ils, ne sauraient être détachés des préoccupations

5. Ce titre en français est donné comme équivalent de l'arabe *Al-Kitab al mukhtasar hisab al-jabr wal-muqabala*, d'après la traduction de Jean-Pierre Levet (1997), faite à partir de la traduction latine de Robert Chester. Cf. univ-irem.fr/spip.php?article1274. Pour d'autres informations sur ce savant arabe, voir Greenwald & Thomley, 2012 : 32-33.

intellectuelles, car si faire de la science pour la science est bien, faire de la science pour le progrès est meilleur. Piron nous invite à nous poser les questions suivantes : quel rôle une université peut-elle jouer dans le développement local durable de la communauté qu'elle dessert (ville, région, pays), elle dont la vocation est officiellement de transmettre des connaissances « scientifiques » de type universel? Qu'a-t-elle à dire et à faire à propos des enjeux du développement local de sa communauté? (Piron, 2016 : 308).

En réfléchissant à ces interrogations et en les mettant en relation avec l'environnement dans lequel nous vivons (ville de Ngaoundéré, région de l'Adamaoua au Kamerun), on voit jaillir tout de suite les problèmes vécus par la population au quotidien, et surtout les solutions que peuvent apporter les mathématicien-ne-s : les infrastructures scolaires, les infrastructures routières, les infrastructures sanitaires, la gestion de la circulation, la gestion des marchés, l'urbanisation, l'approvisionnement en eau et en électricité, la gestion des déchets ménagers, etc. On se rend compte qu'il n'y a pas un secteur de la vie qui ne puisse être l'objet d'une investigation mathématique. Il suffit d'y penser. Dans le cas de la circulation urbaine par exemple, les systèmes dynamiques peuvent être mis à contribution pour évaluer le flux de la circulation, le repérage des endroits à forte densité de circulation et les horaires de pointe. Dans le cas de la gestion domestique du revenu familial, les systèmes d'équations ou d'inéquations linéaires peuvent aider à gérer le type de rationnements spécifique ou sous contraintes de l'alimentation de la famille. D'autres exemples de solution dans d'autres secteurs peuvent être envisagés. C'est de cette manière que nous pourrions réconcilier les mathématiques, voire la recherche scientifique, avec la société; en réduisant significativement l'écart entre l'univers des mathématicien-ne-s et le monde des profanes. On aura aussi contribué à résorber cette image mystifiante de la discipline.

Les théories mathématiques appliquées s'intéressent, de leurs côtés, aux applications des savoirs et aux résultats des mathématiques fondamentales dans d'autres disciplines. C'est ainsi qu'on parle souvent de mathématiques pour les sciences de l'ingénieur, pour biologistes, entre autres. Ses activités sont essentiellement à caractère exogène, c'est-à-dire portées vers l'utilisation des outils et démarches mathématiques pour répondre à des préoccupations en dehors du domaine des mathématiques pures comme

en ingénierie, en économétrie, en météorologie, en épidémiologie, en statistiques, en théorie des jeux, en mécanique, en physique, en chimie, en biologie, en linguistique, en sociologie, en littérature, en politique...

En général, les outils des mathématiques (pures ou appliquées) peuvent être sollicités pour mener des études approfondies sur des phénomènes ou les situations observées, vécues ou non par les humains. L'un des principes éthiques de cet usage est que ces outils doivent contribuer à la réalisation du bonheur des humains et non le contraire. C'est à ce titre que Rabelais met en garde les esprits crédules qui font la recherche pour la recherche en rappelant, à toutes fins utiles, que « Sapience n'entre point en ame malivole, et science sans conscience n'est que ruyne de l'ame »⁶ (Rabelais, 1992/1993 [1532] : 31). Cette règle qui rappelle la nécessité d'une pratique moralement saine de la science ne se limite guère aux discours du scientifique. Elle concerne aussi ses objectifs, son mode de raisonnement et sa démarche.

Réflexion philosophique sur la scientificité des mathématiques

Qu'on les situe dans la Grèce antique (Bouveresse, Itard et Sallé, 1977), dans l'Égypte pharaonique, dans le bassin du Congo (Huylebrouck, 2005) ou dans la civilisation asiatique (Dahan-Dalmédico & Peiffer, 1982), les mathématiques ont toujours fait figure de modèle dans la recherche de la vérité scientifique (Baumann, 2004-2005; Launay, 2016). Les philosophes tels que Platon, Descartes, Spinoza et Leibniz en font l'outil idéal de la science, de la connaissance, le chemin privilégié vers la philosophie. Les réflexions philosophiques de ces auteurs se rapportent généralement sur la scientificité des mathématiques : quels sont l'objet, les méthodes et la finalité de cette discipline?

6. En français moderne, « La sagesse ne peut entrer dans un esprit méchant, et science sans conscience n'est que ruine de l'âme ». Adaptation tirée de la-philosophie.com/science-sans-conscience.

La conception platonicienne : la mathématique comme outil de préparation à la dialectique

Platon a fait inscrire au fronton de son école, dans les jardins de l'Académie qu'il a fondée en 387 avant Jésus-Christ (Brisson, 2014) la formule suivante : « que nul n'entre ici s'il n'est géomètre ». Cette injonction indique, à n'en point douter, qu'avant de s'intéresser à la philosophie, il faut se mettre d'abord à l'école de la science des figures et de l'espace physique, qui de nos jours est considérée comme une branche mathématique. Pourquoi faut-il être géomètre? Autrement dit, pourquoi faut-il être doté des connaissances en géométrie pour accéder à l'école platonicienne? Posséder les connaissances en géométrie sous-entendrait alors que l'on soit doué de raison, doté du bon sens et imprégné d'idées de logique procédurale⁷. En effet, Platon dans *La République* affirme que la géométrie « a pour objet la connaissance de ce qui est toujours et non de ce qui naît et périt » (trad. de Baccou, 1936; Kindschi, 2005). La notion de connaissance et notamment de connaissance vraie si chère à Platon est possiblement accessible par l'esprit humain dans le domaine de la science du réel contrairement à la vision pessimiste de certains présocratiques comme Xénophon, Parménide et Démocrite, qui trouvent que « l'homme ne peut pas atteindre la vraie connaissance, selon eux, mais seulement formuler des opinions, affirment-ils. La vérité n'est accessible qu'aux dieux. » (Drouet, 2020 : 1-2). Cependant, tous partagent le schéma épistémologique qui oppose les apparences sensibles à la réalité, et l'opinion au savoir. Dans le livre VI, Platon montre d'une manière subtile la position et l'importance de la science et notamment de la ou des mathématique-s dans le vaste univers des formes de savoirs. Pour ce faire, il utilise le fameux symbole de la ligne pour développer conjointement et par une analogie remarquable, la théorie de l'Être

7. De nombreux-ses élèves et mêmes certain-e-s enseignant-e-s trouvent encore aujourd'hui et à tort, en cette inscription, une sorte de ségrégation ou de discrimination des scientifiques par rapport aux littéraires. Pourtant Platon, qui en est l'auteur est une figure littéraire qui parle aisément de la géométrie. Pour lui, le géomètre c'est la personne qui, dans son raisonnement, procède par une démarche mathématique : logique, rigueur et systématité. Ces exigences d'ordre mathématique ou géométrique existent et s'appliquent également avec beaucoup de succès dans les disciplines dites littéraires et apparentées.

(Ontologie) et la théorie de la Connaissance (Épistémologie). C'est d'ailleurs dans cette dernière théorie qu'il situe la ou les science-s et avec elle-s, la ou les mathématique-s.

L'allégorie de la ligne de Platon

Platon représente sous la forme d'une ligne verticale segmentée (voir dessin ci-dessous proposé par Yvon Lafrance, 1981, 159-196), les différents degrés de connaissance ou formes de savoirs selon leurs objets et leurs rapports de démarquage respectifs.

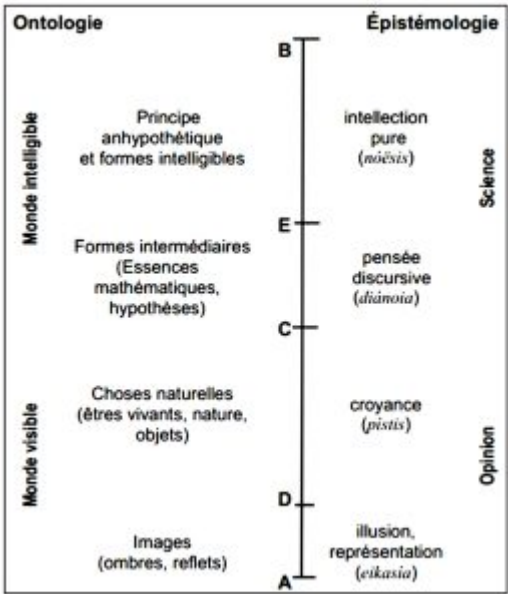


Figure 2 : Schéma de l'allégorie de la ligne : $AC : CB = AD : DC = CE : EB$ (d'après Y. Lafrance, 1981).

Dans sa démarche, il commence par tracer une ligne verticale segmentée et orientée (du bas vers le haut marquée (AB), qui divise l'espace en deux demi-plans (côtés gauche et droit) dont l'un (côté gauche) représente la théorie de l'être (Ontologie) et l'autre (côté droit) représente la théorie de la connaissance (Épistémologie). Puis il coupe horizontalement par un point

marqué C, cette ligne en deux parties. Une des moitiés dans le demi-plan Ontologie représente le genre ou le monde visible et l'autre le genre ou monde intelligible. Dans le demi-plan Épistémologie et selon le même ordre de progression, une des moitiés représente l'opinion et l'autre moitié représente la science. Il coupe de nouveau horizontalement en deux parties aux points marqués D et E respectivement, les moitiés en dessous de C et au-dessus de C, de sorte que les proportions $AC : CB = AD : DC = CE : EB$ ⁸ soient toujours gardées. La première moitié du monde visible représente les ombres et les images des objets matériels et la seconde moitié de ces objets eux-mêmes. La première moitié du monde intelligible représente les formes intermédiaires et la seconde moitié représente les formes intelligibles. La première moitié de l'opinion représente les illusions ou représentations que nous avons des choses sensibles et la seconde moitié représente la croyance naïve. La première moitié de la science que nous avons des choses intelligibles représente la pensée discursive et la seconde moitié l'intellection pure ou la dialectique. Pour Platon, nos opinions sont l'équivalent des images parfois trompeuses que nous constatons dans le monde visible. Par exemple, quand le soleil frappe sur notre tête, nous avons l'impression qu'il est juste au-dessus de nous, et pourtant, il se trouve à des années-lumière de la terre, alors que notre science représente les objets eux-mêmes dans le genre ou monde intelligible.

Ce schéma de Lafrance (1981) reste très laconique et ne nous permet pas de situer clairement la position de la ou des mathématique:s dans le genre/monde intelligible.

Drouet décrit cette analogie de la ligne de Platon par une approche dualiste comparée qui nous semble plus aisée à la compréhension, et qui rend plus « visible » la position de la ou des mathématique:s en épistémologie :

8. Il s'agit de l'égalité de trois fractions : $AC : CB = AD : DC = CE : EB$, qui, mathématiquement parlant, traduisent l'existence d'un même rapport de proportionnalité entre les différents segments [AC] et [CB], [AD] et [DC], puis [CE] et [EB] respectivement, issus des trois opérations de segmentation successives de la ligne (AB).

On retrouve ici le même principe d'organisation que précédemment : les objets de la connaissance déterminent, par leur nature spécifique, les degrés de la connaissance.

– Au genre des **objets visibles** correspond **l'opinion**;

– Au genre des **objets invisibles (intelligibles)** correspond **la science**.

Chaque genre d'objet et chaque degré de connaissance se subdivise à son tour :

– Les **objets visibles** (ou **sensibles**) sont soit des images soit des choses sensibles. Les images ne peuvent être connues que par l'imagination, laquelle ne produit que des représentations ou des illusions. Les choses sensibles ne peuvent donner lieu qu'à des certitudes sensibles, des croyances (pistis). Dans les deux cas, on n'a affaire à une connaissance obscure, instable et faillible (l'opinion) précisément, car son objet est sensible, instable, toujours autre que lui-même.

– Les **objets invisibles** (ou **intelligibles**) sont soit les objets mathématiques et les hypothèses soit les formes intelligibles. Les objets mathématiques sont connus par la pensée discursive ou dianoétique (dianoia), qui procède par des démonstrations, lesquelles sont des discours (raison pour laquelle les démonstrations appartiennent au genre de la pensée discursive). Les formes intelligibles, quant à elles, ne peuvent être appréhendées que par la pensée intuitive ou noétique, donc par-delà le discours, sous la forme plutôt d'un contact direct (le plus souvent présenté comme une vision) avec la réalité. Seule la vision des formes intelligibles peut donner lieu à une connaissance parfaitement claire.

À chacun de ces degrés se rattachent toutes les disciplines d'éducation des gardiens de la cité décrites dans la République.

– À l'imagination correspondent **la musique et la poésie**. En proposant des images de la vertu et du vice, les arts participent de l'éducation. Pour reconnaître la beauté et toutes les vertus dans les belles choses de l'art, l'âme doit d'abord en avoir reconnu les formes. En retour, à défaut de savoirs, les arts donnent de bonnes habitudes à l'âme, la mettant dans un état d'harmonie [...].

– À la certitude sensible et aux croyances qui en découlent correspond **la gymnastique**. En s'occupant du corps, la gymnastique focalise l'attention de l'âme sur ce qui naît et ce qui meurt [...].

- Aux sciences mathématiques correspond l'exercice de la pensée discursive proposé par **l'arithmétique, la géométrie, l'astronomie, la stéréométrie⁹ et l'harmonie** [...].

- Enfin, la pensée intuitive est exercée par la dialectique.

Platon semble ainsi désigner trois grands degrés de connaissance pour l'homme :

- La connaissance sensible

- La connaissance mathématique

- La connaissance dialectique, réservée au seul philosophe.

L'idée directrice que semble poursuivre Platon ici est que **la philosophie se distingue des autres modes de connaissance** : en tant qu'elle est la **science par excellence**, elle rend l'esprit capable de se ressouvenir des formes intelligibles qui donne l'explication de toutes choses. Elle rend également capable de se détacher du corps et du sensible, pour ne s'en tenir qu'à la pensée pure. Le philosophe est donc le seul à pouvoir saisir l'être des choses, par le seul exercice de la pensée dialectique.¹⁰ (Drouet, 2020 : 10-11).

Cette explication de Drouet (2020) nous permet à suffisance de résumer, à notre manière, l'allégorie de la ligne de Platon à travers l'illustration schématique ci-après, dans laquelle les parties issues des subdivisions successives respectent bien le même rapport dimensionnel de proportionnalité et sont hiérarchisées en niveaux (1^{er} niveau et 2^e niveau), aussi bien dans le monde réel que dans le monde non réel, et suivant le degré de perception des réalités par nos sens et par notre esprit. Les termes *diánoia* et *dianoia* (utilisés par Drouet) représentent pour nous cette même entité intelligible qui, à travers la pensée discursive, saisit les objets mathématiques et procède toujours par une démarche démonstrative pour rechercher la vérité. Le mot « Science » avec un « s » majuscule n'est pour nous qu'une illustration de la grande famille des disciplines reconnues sans complaisance comme scientifiques.

9. Stéréométrie : application pratique de la géométrie à la mesure des solides naturels (cubage, jaugeage, métrage). Définition Le petit Robert, édition 1993.

10. Les écrits en gras et les soulignements sont de l'auteur.

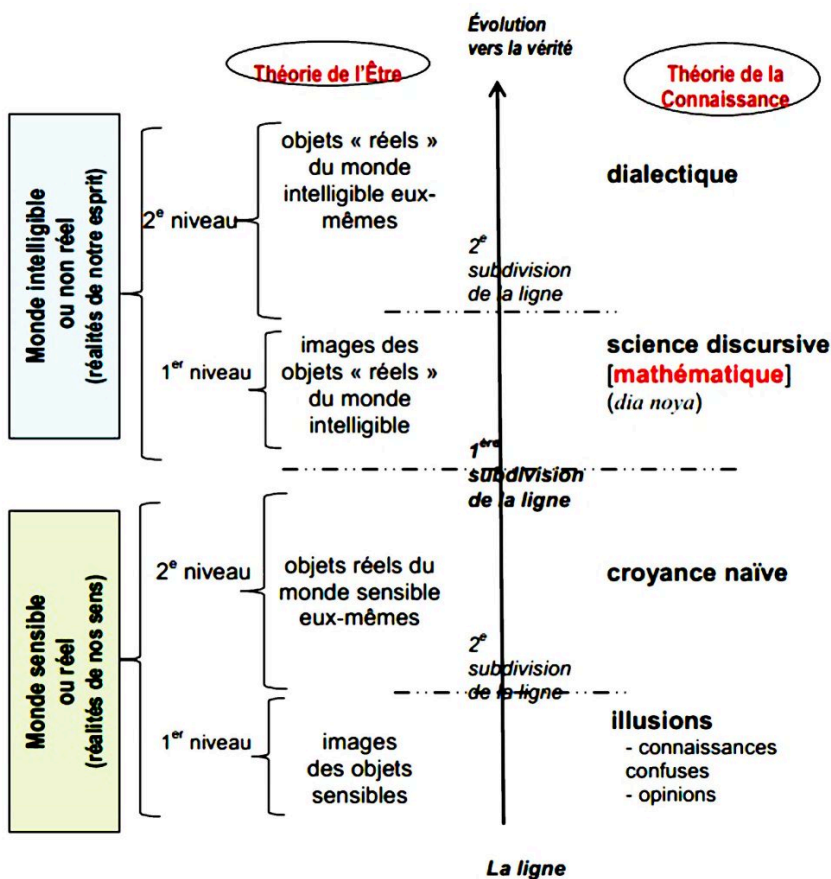


Figure 3 : Position de la ou des mathématique-s dans l'univers des savoirs.

L'esprit humain possède des principes, des idées naturelles, dont des notions mathématiques. Les rationalistes soutiennent que ces notions mathématiques existent *a priori*, indépendamment de toute expérience. Par exemple, les opérations de comptage et d'addition avec les nombres entiers naturels ne sont l'objet d'aucune abstraction humaine. Elles se trouvent dans les actes marchands traditionnels, le dénombrement de bétails et les mesures agraires des sociétés humaines. Par contre, certains concepts mathématiques créés à une époque passée semblent avoir été abandonnés faute d'intérêt pour les chercheur·e·s (Dyson, 1972). De l'avis de Platon, il existe un monde des idées fait de réalités intelligibles qui sont des modèles de choses sensibles. Il postule que le monde sensible est une copie pâle du

monde intelligible qui seul est véritablement réel [trad. de Baccou (1936)]. Le premier, dans la mesure où il est soumis au mouvement, au devenir, à la corruption, à la justice humaine (essentiellement non-distributive et en proie à la subjectivité) n'est pas un monde susceptible de donner lieu à la connaissance parce que tout est en devenir, tout est apprécié par nos sens. La connaissance, sans être immuable pour ce philosophe, s'occupe de ce qui est stable, ce qui ne se transforme pas, ce qui ne varie pas, et en un mot, ce qui est immuable.

Pour Platon, les mathématiques se situent au premier niveau du monde intelligible dans la théorie de la connaissance¹¹. Elles sont intermédiaires entre les deux mondes sensible et intelligible. L'effort philosophique consiste à se débarrasser des apparences pour accéder à l'Être, pour le connaître tel qu'il est. Les mathématiques aident déjà dans ce sens. Les mathématicien-ne-s raisonnent sur les objets tels que le cercle, la ligne, le point, le carré, l'angle qui appartiennent au monde intelligible; ce ne sont pas des objets sensibles qu'on peut par exemple toucher. Puis, ils raisonnent, par le biais de la représentation graphique, sur ces objets en dessinant des figures sur une feuille de papier ou sur un tableau. C'est en les dessinant que ces objets prennent vraiment naissance, si bien qu'on puisse les *voir* et même les *toucher*; car il n'y a pas d'objet mathématique en dehors du discours mathématique qui le définit et le caractérise. En d'autres termes, c'est la définition de l'objet qui donne naissance à l'objet lui-même. Il s'agit d'êtres abstraits qui n'existent que parce que les mathématicien-ne-s les désignent comme tels dans leur raisonnement. Par exemple, un cercle est un cercle à partir du moment où on le représente sur un support. Du point de vue des formalistes, les objets mathématiques font partie des systèmes essentiellement conventionnels, ceci dans la mesure où « les propositions mathématiques, comme leurs objets, sont vides de contenu. Les mathématiques se réduisent à un maniement correct des symboles. Ainsi donc les objets des mathématiques ne sont pas des objets en soi, et la pensée mathématique n'a d'existence que dans les codes symboliques qui la manifestent » (Owona, 2007 : 130). La définition mathématique est *a priori* alors que la définition des sciences d'observation est empirique. Aussi abstraite qu'elle soit, la définition mathématique est opératoire et la

11. Cf. figure 2 plus haut.

définition naturaliste est descriptive. Définir le carré comme un polygone ayant quatre côtés égaux et quatre angles droits, c'est créer et construire ce carré. Définir l'oiseau comme vertébré ovipare ayant des plumes et des ailes, c'est le découvrir à travers cette description.

En revanche, les mathématicien·ne·s raisonnent sur le carré en le traçant sur un support ou espace physique (le tableau, la feuille de papier, etc.). La mathématique est une initiation à l'abstraction; elle aide ainsi l'esprit humain à se détacher du sensible (c'est-à-dire du réel) vers l'intelligible (c'est-à-dire le rationnel). C'est elle qui prépare à toute dialectique philosophique. Mais Platon place la dialectique au-dessus de la mathématique qui, elle, reste encore imparfaite du fait qu'elle fonctionne encore sur la base d'hypothèses; les mathématiques sont une science hypothético-déductive. Pour lui, la dialectique est « la seule vraie science, puisqu'à travers les formes où il [sic] se déploie, elle remonte à la source de l'être. » [trad. de Baccou (1936 : XLV)]. Par exemple, un arbre existe puisque nous le voyons bouger sous l'effet de la force du vent. La seule idée d'arbre nous fait accepter immédiatement l'existence réelle de l'arbre¹².

Descartes et la pensée mathématique rigoureuse

La conception cartésienne met en avant la certitude des raisonnements mathématiques, leurs évidences, ainsi que la rigueur de leurs démarches qui partent toujours des problèmes simples et progressent vers les problèmes plus complexes; les démarches sont conçues selon un système méthodique qui ne saute pas les étapes. C'est ce qu'il exprime dans le propos suivant.

12. Il faut cependant relativiser cette hiérarchisation platonicienne au regard de l'évolution des sciences. On peut bien rapprocher les objets mathématiques contemporains des idées de Platon. Sur ce point, voir par exemple la première note de la page XLIV de Baccou (1936).

Je me plaisais surtout aux mathématiques, à cause de la **certitude** et de l'**évidence**¹³ de leurs raisons : mais je ne remarquais point encore leur vrai usage; et, pensant qu'elles ne servaient qu'aux arts mécaniques, je m'étonnais de ce que leurs fondements étant si fermes et si solides, on n'avait rien bâti dessus de plus relevé. (Descartes, 2011 [1637] : 9)

Descartes pointe deux caractéristiques essentielles du raisonnement mathématique : la certitude et l'évidence. Le premier terme décrit une qualité fondamentale des résultats en mathématiques : toute solution avancée pour résoudre un problème mathématique est conçue en sorte qu'il n'y ait aucun doute sur sa validité. De même, ce résultat devra être compréhensible et visible sans l'intermédiaire d'une quelconque intervention extérieure.

Pour lui, les pensées isolées n'ont aucune valeur. Il est nécessaire d'enchaîner les idées de manière cohérente pour produire un savoir à l'abri de l'erreur. Il n'y a de raison qu'en un esprit qui conduit sa pensée par l'ordre et la rigueur. Dans son ouvrage *Discours de la méthode*, il explique à partir de son expérience personnelle ce que représente une démarche rigoureuse.

Règle 1

Le premier était de ne recevoir jamais aucune chose pour vraie, que je ne la connusse évidemment être telle; c'est-à-dire, d'éviter soigneusement la précipitation et la prévention; et de ne comprendre rien de plus en mes jugements, que ce qui se présenterait si clairement et si distinctement à mon esprit que je n'eusse aucune occasion de le mettre en doute. (Descartes, 2011 [1637] : 14)

Cette première règle porte sur la notion d'évidence. Le philosophe recommande de n'admettre pour vrai que ce qui ne souffre d'aucun doute. Il est donc important que les chercheur-se-s se débarrassent de toute idée fausse ou qui ne peut être prouvée.

Règle 2

13. C'est nous qui soulignons.

Le second, de diviser chacune des difficultés que j'examinerais, en autant de parcelles qu'il se pourrait, et qu'il serait requis pour les mieux résoudre. (Descartes, 2011 [1637] : 14)

Le deuxième principe concerne l'analyse des phénomènes. Il est recommandé de toujours segmenter les phénomènes en de petites unités afin de les étudier en profondeur, en traitant toutes les étapes.

Règle 3

Le troisième, de conduire par ordre mes pensées, en commençant par les objets les plus simples et les plus aisés à connaître, pour monter peu à peu, comme par degrés, jusqu'à la connaissance des plus composés; et supposant même de l'ordre entre ceux qui ne se précèdent point naturellement les uns les autres. (Descartes, 2011 [1637] : 14-15)

La troisième règle se rapporte à l'ordre et à la cohérence des analyses : partir des objets simples vers les objets complexes.

Règle 4

Et le dernier, de faire partout des dénombrements si entiers, et des revues si générales, que je fusse assuré de ne rien omettre. (Descartes, 2011 [1637] : 15)

Cette dernière règle concerne des vérifications minutieuses pouvant ouvrir à des règles générales.

Il applique cette méthode de la manière suivante. Il commence par douter de tout, de nos sens, en disant que nos sens peuvent très souvent nous tromper. Par exemple, quand le soleil nous brûle, nous avons l'impression qu'il est juste au-dessus de notre tête alors qu'il est situé à une distance évaluée en centaine de millions de kilomètres de la terre. Il doute ensuite de tout ce qu'il a appris jusque-là, de toutes les démonstrations qu'on lui a proposées comme étant vraies. Il doute aussi de la réalité du monde extérieur; il se peut que les objets que nous voyons ne soient pas réels, de la même manière que les objets dont nous rêvons ne soient pas toujours dans la réalité. Il se peut que dans notre état d'éveil, nous soyons dans un rêve permanent, mais sans être conscients que nous sommes dans un rêve (Descartes, 2011 [1637]).

Le résultat auquel Descartes parvient au terme de son doute, c'est la certitude de sa pensée, sa conscience. Il peut continuer à douter de son corps, mais pas de son âme. Il se rend alors compte d'une première vérité :

la réalité de son existence; le fait que lui, Descartes, existe; autrement, ce serait de l'absurdité, une pure folie. D'où l'assertion « Je pense donc je suis. » qui est en effet sa première vérité. C'est par celle-ci qu'il connaît et reconnaît son existence et c'est de cette vérité que vont découler toutes les autres. L'homme se caractérise donc par sa conscience et n'existe que dans la mesure où il est conscient de son existence pensante. L'essence de l'homme, c'est sa conscience.

De la même manière pour les mathématicien-ne-s, c'est après des hypothèses premières, des bases de raisonnement solides (axiomes, postulats, définitions, conventions, etc.) qu'il va construire toute une axiomatique, une suite de raisonnements. En effet, les postulats sont des propositions non (encore) démontrables que l'on décide d'accepter comme nécessairement vraies et dont il a besoin pour construire une démonstration. C'est ainsi que les mathématiques sont des constructions hypothético-déductives dont le caractère systématique et la cohérence interne reposent toujours et nécessairement sur un petit nombre de postulats. Ces outils créent l'univers dans lequel les mathématicien-ne-s veulent travailler. Par exemple, le 5^e postulat d'Euclide stipule : « par un point pris en dehors d'une droite, on ne peut mener qu'une seule parallèle à cette droite. » À cette époque, ce n'était ni une évidence ni un théorème, car il n'était pas encore démontré. Dans la conception actuelle de la géométrie affine, cet axiome est devenu un théorème.

Les mathématiques sont pour l'esprit un moyen d'accès à la vérité par la démonstration, la rigueur et la cohérence. C'est pourquoi Descartes voudrait expliquer, de par la méditation philosophique, la méthode qui permet à la démarche mathématique d'enchaîner les énoncés clairs et évidents : « Ces longues chaines de raisons, toutes simples et faciles dont les géomètres ont coutume de se servir pour parvenir à leurs plus difficiles démonstrations » (Descartes, 2011 [1637] : 15) vont, aux yeux de Descartes, permettre à l'esprit philosophique de réaliser ses plus hautes fonctions dans la recherche de la vérité. La vérité cartésienne réside en ce qu'il voit évidemment, c'est-à-dire très distinctement et très clairement (Descartes, 2011 [1637] : 25). Il s'agit d'une évidence rationnelle, d'une certitude complète d'inspiration mathématique. En raisonnant maintenant chaînon par chaînon, il réhabilite tout ce qu'il a remis en doute. Pour lui, les mathématiques sont un modèle de

pensée rigoureuse; elles occupent une place de choix en philosophie, et elles ont donné même naissance à toute une branche de philosophie des sciences, la philosophie des mathématiques (Whitehead & Russell, 1910).

Bachelard : les mathématiques comme construction de l'esprit

Pour Bachelard l'importance des mathématiques réside dans sa capacité inventive. Il semble avoir une attitude réservée à l'égard de l'axiomatique et du formalisme (Loi, 1984). La place des mathématiques dans les travaux du philosophe est tellement prépondérante qu'elles traversent toute son œuvre, comme le relève Martin¹⁴ :

Il est impossible de lire Bachelard sans être saisi par l'importance attribuée à la connaissance mathématique. Importance est même trop peu dire : c'est d'omniprésence qu'il s'agit. Pour Bachelard, la mathématique est la pensée rationnelle par excellence et toute son œuvre démontre inlassablement que penser le réel, c'est le construire mathématiquement. (Martin, cité par Loi, 1984 : 1)

Les mathématiques intéressent Bachelard surtout dans leurs rapports avec la physique qui relève du réel.

La science physique a trouvé dans les mathématiques un langage qui se détache sans difficulté de sa base expérimentale et qui, pour ainsi dire, pense tout seul. Mais en fait, nous sommes obligés pour comprendre réellement une expérience physique de traduire sous forme d'expérience personnelle les conclusions que les mathématiques nous suggèrent. (Bachelard, cité par Loi, 1984 : 2)

Les mathématiques constituent alors dans la conception bachelardienne des outils efficaces au service de la recherche en physique. Toutefois, il précise qu'il est nécessaire d'adjoindre au résultat mathématique l'expérience

14. Roger Martin, logicien français qui contribua à l'introduction de la logique contemporaine dans l'Université française. Propos tenus lors du colloque consacré à Bachelard, Cerisy, 1970.

personnelle des physicien-ne-s. Il s'agit donc non pas de transposer les concepts mathématiques en physique, mais davantage de les adapter au développement de la science. C'est ce qu'il nomme « la rectification des concepts » (Loi, 1984 : 2). Le réel mathématique est une construction expérimentale, conçue en termes mathématiques. Ainsi, le modèle mathématique n'est pas rigide, mais se construit par une reformulation permanente des principes de base. Pour Bachelard, les mathématiques sont un langage indispensable pour les autres sciences avec lequel on peut bâtir ce qu'on veut selon le conventionnalisme mathématique, c'est-à-dire dans le respect strict de certaines règles bien connues et inhérentes à cette discipline. Elles produisent un double effet : au niveau du sujet (avec des potentialités intellectuelles, développement cognitif chez l'individu) et au niveau de l'objet (avec des applications dans la société). Il réconcilie ainsi la science et l'âme des savant-e-s. Cette réconciliation et ce syncrétisme entre les sciences et les humanités traversent pratiquement toute l'œuvre de Bachelard.

L'un des points de divergence entre l'approche bachelardienne et l'approche cartésienne de l'expérience scientifique concerne la démarche. Pour Bachelard, la méthode cartésienne est réductrice, parce qu'elle ne permet pas une extension par un renouvellement permanent de l'expérience pour l'éprouver, pour la « compliquer » (Bachelard, 2008 [1934]). Les théories scientifiques ne devraient donc pas être figées, car la pensée est un mouvement dynamique et le questionnement est permanent. Les connaissances du passé servent de base pour créer de nouvelles. On est donc dans un mouvement continu, une succession qui ne craint pas les contradictions. C'est ce que pense Bachelard quand il affirme que : « Quand il se présente à la culture scientifique, l'esprit n'est jamais jeune. Il est même très vieux, car il a l'âge de ses préjugés. Accéder à la science, c'est, spirituellement rajeunir, c'est accepter une mutation brusque qui doit contredire un passé. » (Bachelard, 2015 [1934] : 17). Nous projetons chacun, sur le monde qui nous entoure, non seulement des sentiments, mais aussi toutes les dispositions héritées de notre passé culturel ou de nos traditions sociales. L'esprit sans être vide se donne toujours un univers; et puisque les mathématiques traitent du réel comme du possible, de ce qui est comme de ce qui peut être, pourquoi ne traiteraient-elles pas des choses de l'esprit? Les mathématiques réalisent la synthèse entre le sujet et le monde. Elles peuvent donner une représentation réelle à la pensée; la concrétiser à travers un

modèle. Pour Soler, un modèle est « un cadre représentatif, idéalisé et ouvert, reconnu approximatif et schématique, mais jugé fécond par rapport à un but donné : prévoir, agir sur la nature, la connaître mieux, etc. » (Soler, cité par Sagaut, 2008-2009 : 38)

En mathématiques, il y a une cohérence entre l'image réelle et le *modèle mathématique* associé. C'est en libérant l'image de l'intuition, en la posant comme imaginaire au travers d'un modèle mathématique bien élaboré et non plus comme image du réel, que la mathématique dévoile sa véritable place. Pour Bachelard, l'imaginaire est au-dessus de la mathématique au même titre que la dialectique de Platon. En fait, les mathématiques ne chassent pas l'intuition, mais la structurent en l'élaguant de toutes imperfections. Si les mathématiques sont plus riches, c'est simplement parce qu'il n'y a jamais de contradictions internes dans le corps des mathématiques¹⁵. Il n'y a pas par exemple de contradiction entre la définition mathématique d'une onde, avec comme paramètres intrinsèques : l'amplitude, la fréquence et la longueur d'onde, et les équations d'échanges d'énergie dans l'effet photoélectrique. En mathématiques, c'est la raison qui crée, à travers leurs définitions, les objets et les outils qu'elle saisit et utilise pour démontrer.

Pour lui, on ne saurait remplacer l'image expérimentale par l'équation. En outre, le raisonnement mathématique va des prémisses aux conséquences. C'est en cela qu'est perceptible sa rigueur. On conclut sur la seule base de la chaîne démonstrative, sans rien admettre de l'extérieur. De ce point de vue et par analogie avec la phénoménologie des philosophes, la mathématique est une *phénoménographie*¹⁶. En permettant aussi de déchiffrer d'autres aspects de la réalité, elle devient ainsi, en plus d'être une science contemporaine, une *phénoménotechnique* (Ienna, 2019) capable de postuler le possible, l'inconnu ou l'infini (quand il faut conjecturer le comportement

15. On peut considérer que l'absence de contradictions est un atout pour la discipline mathématique par rapport à ses propres principes. Cela reste donc valable pour la discipline. En dehors de ce cadre, les contradictions ne sont pas du tout considérées comme des tares ou des défauts. Elles font partie intégrante des systèmes et de la vie humaine. C'est d'ailleurs, le problème posé par Wittgenstein dans sa réflexion sur le langage humain qu'il trouve imparfait comparé au raisonnement logique.

16. C'est-à-dire une description cohérente et rigoureuse de la réalité et même « des expériences qui n'ont jamais, de toute éternité, été réalisées. » (Ienna, 2019, paragr. 22).

asymptotique de la dynamique d'un phénomène dont le modèle mathématique présente une forme itérative, on peut, dans certains cas, utiliser le raisonnement par récurrence). Ainsi, la science de la réalité cesse de se contenter du comment phénoménologique pour rechercher le pourquoi mathématique, la formation de l'esprit. Le raisonnement mathématique n'est donc pas simplement cohérent et rigoureux, il est aussi fécond et par conséquent efficace pour projeter, extrapoler; bref, pour prédire.

Le fait qu'en physique, il soit impossible de décrire un objet à travers l'espace (euclidien) et le concept de matière rend nécessaire de penser cet objet à travers un modèle mathématique qui renferme tous les paramètres caractéristiques intrinsèques de l'objet. En effet, si l'objet était parfaitement discernable (par la forme, la masse, la position, la vitesse, etc.), les mathématiques n'auraient qu'un rôle descriptif, donc resteraient extérieures au phénomène. Or, il n'y a que les mathématiques qui puissent fournir un modèle de compréhension et de caractérisation d'un objet indéterminé ou indéterminable, mais dont l'existence est établie dans un modèle. La mathématisation n'est donc pas seulement une description d'un réel étranger à l'entendement de l'homme, ou encore une recette (ou un décryptage) des lois mathématiques qui seraient inscrites à notre insu dans l'univers, mais elle est une construction. Pour Bachelard, les mathématiques sont techniques et tout à fait utiles au physicien, à l'architecte. L'expression « bâtir les mathématiques » trouve ici tout son sens pratique.

Kant et l'idée de l'« intuition sensible » en mathématiques

Même s'il n'a pas élaboré une philosophie des mathématiques à proprement parler, Kant a produit de nombreuses réflexions à la fois sur les concepts et les méthodes mathématiques. L'une des idées phares qu'il a développées sur la géométrie et l'arithmétique est celle de l'intuition, conçue comme des « images pures » de l'intuition de l'espace et du temps. Kant considère qu'une définition mathématique « est à la fois présentation d'un objet intuitif et d'un concept schématisé dans l'intuition » (Pierobon, 2003 : 93). L'activité mathématique se perçoit alors comme une pensée (intérieure) permettant le

repérage d'un objet pensé et une schématisation de cet objet dans la pensée. De ce point de vue, Kant va considérer que la définition mathématique est réelle dans la mesure où elle met en relation un concept pensé et sa « réalité objective » parce que conforme au concept. Cela l'amène à conférer aux principes mathématiques une « certitude intuitive » (Pierobon, 2003 : 93).

L'autre idée qui rapproche la philosophie kantienne des mathématiques est sa conception du réel. En effet, le réel est donné chez Kant comme une intuition. Il suffit, pour s'en convaincre, de lire les définitions qu'il donne des notions telles que le temps et l'espace.

Le temps n'est rien d'objectif ni de réel, il n'est ni une substance, ni un accident, ni une relation, mais une condition subjective nécessaire en vertu de la nature de l'esprit humain [...]. L'espace n'est pas quelque chose d'objectif et de réel, ni une substance, ni un accident, ni une relation, mais quelque chose de subjectif et d'idéal, issu de la nature de l'esprit par une loi fixe, à la manière d'un schéma destiné à coordonner absolument tout ce qui est apporté du dehors par les sens. (Kant, cité par Chenet, 1994 : 166)

La perception subjective du réel chez Kant semble trouver un grand écho dans le mode de raisonnement des mathématicien·ne·s. Le réel en mathématique pure semble coïncider avec l'« intuition pure » chez Kant. Ce dernier considère que « la mathématique pure et notamment la géométrie pure, ne peut avoir de réalité objective qu'à la seule condition de concerner uniquement les objets des sens. » (2001 [1783] : 50). Pourtant, les objets mathématiques ne coïncident pas toujours avec les objets réels. Pour Kant, le principe de la coïncidence avec la réalité n'est pas valable en vertu du fait que « notre représentation sensible n'est aucunement une représentation des choses en elles-mêmes, mais seulement de la manière dont celles-ci nous apparaissent » (2001 [1783] : 50). Pour comprendre la conception kantienne des mathématiques, il faut d'abord partir de la distinction *réalité objective* / *réalité subjective*, puis relier à la seconde la notion d'intuition pure. En prenant le cas du géomètre, Kant situe sa démarche dans une réalité subjective en affirmant que tout se joue à travers son regard subjectif et sa pensée intuitive. Il se distingue ainsi du philosophe qui procède par analyse; lui procédant par construction, sans ressentir la nécessité d'avoir « les choses mêmes devant les yeux » (Kant, cité par Pierobon, 2003 : 39).

Que l'on considère les conceptions de Platon, de Descartes, de Bachelard ou de Kant, les mathématiques sont aujourd'hui une discipline incontournable pour toutes les sociétés qui aspirent à une émergence dans les domaines technique, technologique, social, économique ou culturel (Perrin, 2003; Villani, 2010; Ziegler, 2012). Il est donc un préalable, aussi bien et surtout pour les enseignant-e-s que pour les apprenant-e-s, sans lequel, la compréhension, l'appropriation et l'enseignement des outils mathématiques à des fins utiles semblent périlleux : la connaissance profonde de l'organisation de cette discipline.

Analyse structurale de la discipline mathématique

De manière générale, les sciences mathématiques dans leur structure se caractérisent par un vocabulaire essentiellement mathématique, un ensemble dynamique d'objectifs et une démarche de raisonnement qui obéit à certains principes.

Un vocabulaire propre aux mathématiques

En nous appuyant sur les observations de Lavoisier en chimie et que nous pouvons étendre aux mathématiques, l'on peut distinguer pour toute science, des éléments de trois ordres qui semblent inséparables : « la série des faits qui constituent la science; les idées qui les rappellent; les mots qui les expriment » (Lavoisier, 1789 : 170). En effet, l'un des aspects caractéristiques des discours mathématiques est sans doute la langue utilisée par les mathématicien-ne-s pour faire les mathématiques, la métalangue ou le métalangage mathématique, c'est-à-dire un système permettant de représenter la relation entre l'objet à décrire et son expression :

Les termes de ce système (symboles, catégories, opérations, etc.) sont aussi peu nombreux que possible, explicitement définis, généralisables et robustes. Ils permettent de rendre compte des phénomènes et d'effectuer des calculs dépassant la simple intuition mathématique. (J. Chuquet, Gilbert & H. Chuquet, 2019)¹⁷.

Ce vocabulaire comprend entre autres des objets, des outils, des symboles, des codes et des notions que nous pouvons ranger en trois différents types suivant la catégorisation proposée par Chevallard (1998) : savoirs prémathématiques, savoirs mathématiques et savoirs paramathématiques. Dans le premier cas, il s'agit d'apprentissage à la pratique mathématique pour les jeunes enfants (initiation mathématique, situations mathématisables, éveil mathématique, situations d'ordre mathématique, éducation mathématique)¹⁸. Dans le deuxième cas, ces savoirs renvoient aux opérations élémentaires telles que l'addition, la multiplication, la factorisation, la dérivation et autres objets géométriques (cercle, triangle, etc.) qui sont des programmes d'enseignement. Le dernier cas correspond aux processus de résolution des problèmes comme la démonstration, les paramètres, les équations, la modélisation, bref des notions-outils qui ne font pas toujours l'objet d'un enseignement systématique. En général, les objets de la connaissance mathématique restent abstraits. Certain·e·s auteur·e·s comme Davis, Hersh et Marchisotto les qualifient d'« objets mentaux » :

Dans le domaine des idées, des objets mentaux, ces idées dont les propriétés sont reproductibles sont appelées objets mathématiques, et **l'étude des objets mentaux avec des propriétés reproductibles est appelée mathématiques**¹⁹. (2003 : 441)

Ainsi, les mathématiques ont pour objet d'étude des « objets mentaux » ayant « des propriétés reproductibles », c'est-à-dire que l'on peut, sous les mêmes conditions ou hypothèses, multiplier les expériences pour aboutir à un résultat généralisable. Ce principe fondateur de la démarche en

17. Cf. feglossary.sil.org/fr/page/definitions-key-terms-theory-enunciative-operations?language=fr. Pour plus de détails sur la notion de métalangage, on peut se rapporter à Rey-Debove, 1985.

18. Voir la page personnelle de Jean-Louis Sigrist, Url : jlsigrist.com.

19. Ce sont les auteur·e·s qui soulignent. « In the realm of ideas, of mental objects, those ideas whose properties are reproducible are called mathematical objects, and **the study of mental objects with reproducible properties is called mathematics.** »

mathématiques est d'ailleurs proche du concept de « réfutabilité » ou « falsifiabilité » de Popper (2002 [1959]), appliqué aux sciences expérimentales. Autrement dit, quand on fait les mathématiques, on n'étudie ou ne manipule que des idées, des choses de l'esprit qui peuvent être maîtrisées comme si elles étaient des choses réelles, mises en évidence à travers des esquisses, des illustrations ou autres représentations.

La langue mathématique est ainsi faite d'êtres ou d'entités abstraites et de nature variée. On peut citer entre autres :

- les conventions d'abstraction, les désignations de formes géométriques;
- les constantes : 0, 1, $+\infty$, i , e ;
- les variables : x , y , z ;
- les symboles : l'égalité ($=$), l'addition ($+$), la multiplication (\times), l'appartenance (\in), l'universel (\forall), l'existentiel (\exists), le « et » logique (\wedge);
- les figures géométriques : le triangle, le carré, la ligne;
- les ensembles : les entiers naturels ($\mathbb{N}=\{0,1,2,3,4,5,\&\#x2026\}">>\mathbb{N}$), les entiers relatifs (\mathbb{Z}), les nombres rationnels (\mathbb{Q}), les nombres réels (\mathbb{R}), les nombres complexes (\mathbb{C});
- les conventions ($a^0=1$) \wedge ($a\neq 0$), l'équation de Leonhard Euler²⁰ ($e^{i\pi} + 1 = 0$);
- la tautologie ($\forall x \in \mathbb{C}$) [$(1 + e^{-i\pi}) \times x = 0$] \wedge ($i^2 = -1$).

Ces entités mathématiques semblent n'avoir aucune réalité objective en raison du fait qu'elles ne sont pas directement perceptibles dans la nature. Seulement, elles procèdent d'une opération d'abstraction par l'usage des symboles traduisant une intention de généralisation, car ces signes peuvent renvoyer à des signifiés et à des référents différents selon les contextes. Ces caractères universalisés, par le biais de l'abstraction, la convention et la généralisation, font ainsi des mathématiques une science ouverte au monde. Dans le même ordre d'idée, il faut souligner avec Guisti que dans leur

20. Il s'agit d'une formule qui met en relation cinq constantes mathématiques spéciales à l'aide de trois opérations arithmétiques.

subtilité « les mathématiques ne sont pas filles de la nature, mais de l'art. » (1999 : 26). En d'autres termes, les objets mathématiques ne sont pas des données naturelles et physiques perceptibles à l'immédiat, mais plutôt une construction, une élaboration méticuleuse et rigoureuse de l'esprit qui s'apparente à une œuvre artistique; ce qui permet d'appréhender le métier de mathématicien-ne à celui d'un artisan qui conçoit, affine et polit ses objets pour leur donner la forme la plus cohérente. D'Alembert n'expliquait-il pas déjà au XVIII^e siècle la poéticité du discours mathématique en ces termes?

L'imagination dans un géomètre qui crée n'agit pas moins que dans un poète qui invente. Il est vrai qu'ils opèrent différemment sur leur objet; le premier le dépouille et l'analyse, le second le compose et l'embellit. Il est encore vrai que cette manière différente d'opérer n'appartient qu'à différentes sortes d'esprits; et c'est pour cela que les talents du grand géomètre et du grand poète ne se trouveront peut-être jamais ensemble. Mais soient qu'ils s'excluent ou ne s'excluent l'un l'autre, ils ne sont nullement en droit de se mépriser réciproquement. De tous les grands hommes de l'antiquité, Archimède est peut-être celui qui mérite d'être placé à côté d'Homère. (2011 [1751] : 33)

La proximité entre poésie et mathématiques semble donc établie, même si les points de divergence se remarquent au niveau de la démarche : composition et esthétisation pour les poètes d'une part, abstraction et analyse pour les mathématicien-ne-s d'autre part. Il nous semble que la démarche mathématicienne tient à la nature même de leurs objets d'étude.

Les objets mathématiques proviennent, non de l'abstraction des objets réels, dont ils décriraient les traits caractéristiques, mais d'un processus d'objectalisation des procédés. Ils ne dérivent pas d'une réalité extérieure, indépendante [sic] de l'homme, dont ils représenteraient l'essence dépouillée des impuretés matérielles, mais ils formalisent l'action humaine (Guisti, 1999 : 25-26).

Si cette conception des entités mathématiques reflète la démarche habituelle des mathématicien-ne-s, trois points nous semblent poser des difficultés d'ordre épistémologique. D'abord, l'idée de la coupure d'avec « la réalité extérieure » qui serait « indépendante de l'homme » ne constitue qu'une posture parmi d'autres. Il existe bel et bien des approches mathématiques qui s'efforcent de ramener leurs objets d'étude aux objets réels. D'ailleurs, ces approches ont fait la preuve de leur efficacité dans des

situations d'apprentissage à différents niveaux. L'idée n'est pas de dire que les mathématiques ne sont pas de l'abstraction, mais plutôt de dire que c'est aussi de la réalité. De même, le fait de concevoir l'activité mathématique comme détachée des humains laisse penser que les objets mathématiques, ainsi que leurs propriétés seraient des objets désincarnés; or, ce sont des constructions humaines, témoignage de l'intelligence des hommes et des femmes qui peuplent le monde. Enfin, Guisti affirme que ces objets constituent une représentation de l'« essence » des réalités que les mathématicien-ne-s dépouillent de ses « impuretés matérielles ». Cette vision correspond certainement à la logique classique, mais elle tombe en désuétude dès qu'on la rapproche des logiques modernes (théorie des ensembles flous, grammaire des catégories, théorie topologique de la déformation, etc.). Ces théories ne tentent pas de se débarrasser des « imperfections » du langage, mais elles les intègrent parmi leurs paramètres.

Pour Guisti (1999), le processus de génération ou la naissance de nouveaux objets mathématiques obéit à trois étapes essentielles, pour qu'on arrive à leur matérialisation.

Phase 1

Les objets mathématiques comme *instruments de recherche* : des méthodes démonstratives favorisant l'émergence de nouvelles théories et de nouvelles découvertes donnent lieu à ce type d'objets. Par exemple, la construction des ensembles usuels tels que l'ensemble des entiers relatifs (noté \mathbb{Z}), l'ensemble des nombres rationnels (\mathbb{Q}), l'ensemble des nombres réels (\mathbb{R}), etc., dérive des travaux sur l'ensemble des entiers naturels (\mathbb{N}).

Phase 2

Les objets mathématiques comme *solutions de problèmes* : ces objets sont étudiés pour eux-mêmes sans rapports immédiats avec le contexte, mais dans le but d'une utilisation circonstancielle. C'est ainsi que le protocole de résolution des équations du second degré dans (\mathbb{R}), permet de résoudre des problèmes isomorphes dont la modélisation obéit à ce type d'équation.

Phase 3

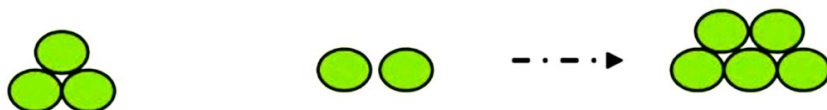
Les objets mathématiques comme *objets d'étude* : il s'agit des procédés opératoires ou itinéraires techniques qui deviennent à leur tour des objets d'étude. En guise d'illustration, on peut citer les études portant sur la méthode du pivot de Gauss, par exemple.

Cette hétérogénéité des objets mathématiques soulève d'ailleurs la question de l'unité en mathématiques. Elle repose avant tout sur la nature des objets considérés. Les objets étudiés en mathématiques ne sont pas donnés dans l'expérience sensible. Il s'agit d'objets intelligibles et abstraits. En géométrie par exemple, le théorème de Pythagore ne porte pas seulement sur le triangle dessiné au tableau, mais sur une figure abstraite que l'on saisit par la pensée. De même qu'en arithmétique, ce ne sont pas des kilos de sel ou de riz que l'on additionne, mais des nombres abstraits qui renverraient à ces réalités. Selon Platon (Mansion, 1969), les objets mathématiques sont des êtres intelligibles séparés du sensible. Quant à Aristote (Van Riet, 1952), les objets mathématiques sont tirés des choses concrètes simplement par abstraction.

Donnons deux exemples concrets et simples pour illustrer la conception aristotélicienne.

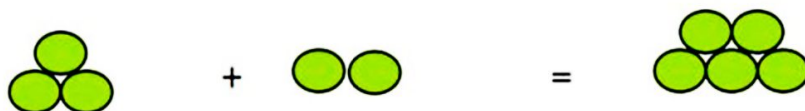
Exemple 1 : L'énoncé du problème « Que donnent trois oranges augmentées de deux autres oranges? » peut être représenté naturellement de la manière suivante :

(a1)



Dans un premier temps, à l'aide des symboles + et =, cette représentation peut être traduite comme suit :

(b1)



De plus, si nous désignons une orange par le symbole ou la variable x , l'activité se traduit alors, mathématiquement parlant, par l'addition vectorielle suivante :

(c1)

$$(3, x) + (2, x) = (5, x)$$

Une autre modélisation plus simplifiée étant : $3x + 2x = 5x$.

Il faut remarquer que les objets manipulés peuvent être substitués à d'autres (des enfants, des oiseaux, des pièces de pagne, des parfums, des cahiers, etc.) pourvu qu'ils soient de même nature et puissent par conséquent être confondus finalement. Et le résultat est donc de cinq oranges évidemment, et nous pouvons le vérifier en comptant simplement l'ensemble des fruits de même nature (oranges) obtenus à l'issue de l'augmentation. Nous constatons clairement que cette modélisation mathématique du phénomène réel en question (l'addition des oranges) épouse exactement la réalité.

Cette formulation littérale peut être traduite de façon formelle comme suit :

$$3x + 2x = (3 + 2) x = (5) x = 5x.$$

On peut alors généraliser en considérant la suite d'instructions suivantes qui permet de réaliser pareille opération (addition) pour diverses quantités d'objets (fruits) de nature identique (orange).

$$\square x + \square x = (\square + \square) x = (\square) x = \square x$$

Cet algorithmique prend la forme d'un modèle mathématique qui permet de réaliser l'addition de deux quantités, mesures ou grandeurs physiques, ici représentées par les petits carreaux \square , exprimées dans le même système d'unité, c'est-à-dire avec le même étalon x . On commence par disposer les deux objets à additionner $\square x + \square x$. Puis on additionne seulement les valeurs en les délimitant par l'utilisation des parenthèses et en conservant l'étalon x , $(\square + \square) x$. La somme obtenue a en principe une valeur plus grande que celle des deux arguments, raison pour laquelle le carreau est plus allongé $(\square) x$. La résultante étant une quantité de même nature que les arguments, soit valeur et unité, on l'exprime alors comme telle, c'est-à-dire sans les parenthèses $\square x$.

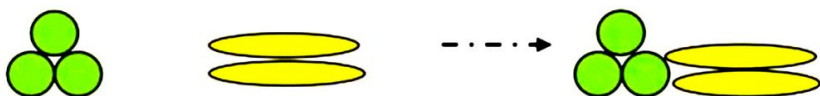
Ainsi, l'activité « 520 cahiers augmentés de 731 autres cahiers donnent combien de cahiers au total? » devient difficile quand nous savons qu'il n'est pas aisé de comptabiliser autant de cahiers un à un. On se réfère alors au modèle mathématique généralisé précédent pour résoudre le problème. En effet, en désignant le cahier par la variable « x » par exemple, l'activité se traduit mathématiquement par :

$$520 x + 731 x = (520+731) x = (1251) x = 1251 x$$

Soit un total de 1251 cahiers.

Exemple 2 : La représentation naturelle de l'activité : « Que donnent trois oranges augmentées de deux bananes? » est la suivante :

(a2)



Dans un premier temps, à l'aide des symboles $+$ et $=$, l'opération peut être traduite comme suit :

(b2)



De plus, en gardant x pour désigner l'orange, si nous désignons la banane par la variable y , qui est bien différente de x (sinon une banane serait égale à une orange – « une banane est une orange » est absurde), la traduction mathématique de cette deuxième activité peut s'opérer également par une somme vectorielle à travers l'équation bilan suivante :

(c2)

$$(3, x) + (2, y) = (5, x+y)$$

Et l'interprétation du résultat obtenu (le membre de droite de l'équation) signifierait simplement « 5 bananes-oranges », dont le détail est donné dans le membre de gauche de l'équation. Comme dans l'exemple précédent, le profane ou l'apprenant·e non averti serait alors tenté de traduire cette équation bilan par l'égalité suivante : $3x + 2y = 5(x+y)$. Mais attention ! Lorsqu'elle est traduite de la sorte, on aboutit à une absurdité.

En effet, on aurait $3x + 2y = 5(x+y)$

$$= 5x + 5y.$$

Ce résultat est absurde, car l'équation aux dimensions²¹, autrement dit, les quantités par nature de fruit ne sont pas respectées quand on passe d'un membre de l'équation à l'autre. En partant du membre gauche vers le membre droit de l'équation, les quantités augmentent; et dans le sens inverse, elles diminuent.

Il faut alors remarquer que le résultat n'est vraiment pas directement déterminable. Cette somme ne peut ni être égale à $5(x+y)$ ni $5x + 5y$, ni $5x$, ni $5y$, car sinon x serait identique à y ; ce qui est de toute évidence faux. Une seule réponse, qui reste purement d'ordre mathématique, est possible : $(5, x+y)$, soit 5 bananes et oranges ou encore 5 fruits dont des bananes et des oranges. N'allez surtout pas écrire $5xy$, car cette expression traduit une activité tout à fait différente de celle qui vient d'être énoncée.

Ces deux exemples nous permettent de montrer comment s'effectuent, s'organisent et se formulent les objets mathématiques. L'idée est avant tout de prouver que la relation des objets mathématiques au réel est possible et démontrable. Notre conviction est que cette conception qui s'efforce de réconcilier le concret et l'abstrait est certainement un moyen efficace de démystification, de familiarisation et d'émulation pour l'apprentissage et l'usage enrichissants des mathématiques à travers la manipulation de leurs outils.

21. Encore appelée analyse dimensionnelle, il s'agit d'une méthode pratique permettant de vérifier les unités et l'homogénéité d'une formule.

Aussi, pouvons-nous distinguer, en nous inspirant de Chevellard (1998), trois niveaux de représentation en mathématiques²². Le premier est le *niveau prémathématique*. Il renvoie aux opérations mentales que tout être humain est en mesure d'effectuer dans sa sphère cognitive. Les exemples présentés en (a1) et (a2) en donnent deux cas pratiques avec l'association respectivement des objets de même nature (oranges) et de natures différentes (orange et banane), l'opération d'addition effectuée pour le premier cas (3 oranges et 2 oranges) et l'obtention d'un résultat (5 oranges). À cette étape, on ne recourt ni aux symboles mathématiques, ni aux symboles de formalisation. Il s'agit donc de l'intelligence naturelle des humains, leur habileté, leur capacité, leur faculté de réaliser des opérations de diverses sortes.

Le deuxième niveau est le *niveau mathématique*. C'est le début de la formalisation avec des opérations dotées d'une complexité réduite. Cette étape correspond aux cas (b1) et (b2) des exemples 1 et 2 plus haut. La formulation de l'opération d'addition telle que présentée ne pose pas une grande difficulté à l'esprit humain. Pourtant, on a l'intuition qu'on représente une opération abstraite.

Le troisième niveau est le *niveau paramathématique*. Celui-ci se rapporte aux opérations de formalisation de type complexe à travers des règles de réécriture, des procédures de résolution et des méthodes entre autres. Des exemples en sont donnés en (c1) et (c2), ainsi que la suite du développement.

Il nous semble que ce niveau est celui qui pose le plus de difficultés aux apprenant·e·s. La solution consisterait alors à amenuiser l'écart entre le niveau 1 et le niveau 3 de sorte qu'on ramène les expressions abstraites et l'énoncé formalisé à des objets concrets. En postulant que ce qui se fait au niveau 3 est d'une certaine manière à l'image de ce qui se fait au niveau 1 puis au niveau 2, on opte pour un dévoilement des « mystères » des mathématiques, pour une mathématique du réel vers le symbolique, du concret vers l'abstrait, du tangible vers l'immatériel. Précisons que même si les niveaux sont en corrélation, ils ne sont pas pour autant interdépendants.

22. Sur cette sériation des problèmes, nous nous sommes inspirés non seulement des travaux des mathématicien·ne·s (Chevellard, 1998; Guisti, 1999), mais aussi de ceux du linguiste (Culioli, 1990).

Cependant, notre choix d'un apprentissage et d'une utilisation des mathématiques pour le développement et l'épanouissement humain est en concordance avec un cinétisme, à la manière d'un mouvement de va-et-vient, entre les trois niveaux. Dans un tel contexte, le recours à l'expérimentation s'impose, car il faut bien que les apprenant-e-s se fassent une idée claire et surtout concrète de la notion qu'on souhaite leur enseigner. Il n'est pas question de proposer des mathématiques pour le contexte africain, mais d'inviter les enseignant-e-s de mathématiques en Afrique à plus d'expérimentation dans leur pédagogie.

Un ensemble dynamique d'objectifs

La recherche en mathématiques s'organise autour de deux grandes orientations : un ensemble d'études orientées vers des questions endogènes à la discipline (branche fondamentale) et un ensemble d'études orienté vers la résolution des problèmes humains (branche appliquée). Dans l'une comme dans l'autre tendance, un ensemble d'objectifs sont définis. Ceux-ci varient en fonction des circonstances, des contextes et des types de problèmes à résoudre. C'est en cela que les objectifs de la recherche en mathématiques sont conçus comme des objectifs dynamiques. En guise d'exemple, on peut citer les développements récents en probabilité avec la généralisation de certains théorèmes limites à des structures non vectorielles comme les groupes, la construction des modèles mathématiques plus élaborés pour étudier la dynamique spatio-temporelle de certaines maladies comme le paludisme.

Divers facteurs, tant sociaux que scientifiques, ont poussé les mathématiques à se développer en s'ouvrant davantage sur le monde humain et non humain. Cette ouverture se dévoile nettement et concrètement dans ses interactions avec les autres disciplines (Flato, 1990) : l'économie, la sociologie, la linguistique, la géographie, la biologie, la physique, la chimie, etc. L'attrait exercé par les mathématiques sur les tenants de ces disciplines se justifie principalement par la rigueur et la cohérence du raisonnement mathématique.

Une démarche de raisonnement démonstrative

La démarche adoptée par les mathématicien-ne-s est caractérisée par une logique de nature cartésienne : prudente, méthodique et systématique. Autrement dit, une démarche scientifique qui observe, mesure, interroge pour arriver à comprendre et à prouver. On en distingue différents types. La *démarche inductive*²³ (raisonnement inductif fini ou transfini) dont le raisonnement vise à produire des connaissances par des conclusions plus générales que les prémisses. Par exemple, le raisonnement par récurrence, avec ses trois étapes que sont l'*initialisation*, l'*hérédité* et la *validation* à l'infini²⁴. La *démarche déductive*²⁵ regroupe le raisonnement par implication ou preuve directe, par l'absurde et par contraposée. La *démarche hypothético-déductive* (avec comme exemple le raisonnement par l'absurde) intègre les deux démarches précédentes. Ici, le raisonnement part des propositions ou des principes, notamment les définitions, les axiomes et les postulats à partir desquels les autres propositions sont déduites. Chercher à démontrer ces hypothèses revient simplement à remettre en question tout le système. La *démarche récursive* ou *itérative* vise à établir des connaissances déterministes qui sont reproductives dans le temps ou dans l'espace suivant une dynamique traduite par un modèle mathématique et la *démarche par contre-exemple* consiste à exhiber une connaissance particulière qui vient détruire une conjecture.

C'est inéluctablement pour leurs qualités propres que les démarches mathématiques sont reconnues : leur logique, leur rigueur, leur rationalité, leur esprit d'analyse et de synthèse, l'universalité de leurs résultats, leur

23. Sur l'origine historique de l'induction en mathématiques, on se rapportera aux travaux de Rashed (1972).

24. L'étape d'initialisation consiste à établir qu'une propriété dépendant d'un paramètre entier est vraie à un premier niveau; l'hérédité consiste à supposer que si la propriété est vraie à un niveau, c'est qu'elle est vraie au niveau suivant. Enfin, la validation désigne la phase de généralisation que la propriété est vraie à tous les niveaux à partir du premier niveau.

25. Nous donnons ici quelques éléments définitionnels à titre indicatif. Pour plus de précision et des illustrations, voir la section 2.2.3.

caractère généralisable. Elles permettent par ailleurs de mieux structurer l'espace et le temps (Flato, 1990). La force de cette discipline réside donc dans les règles fondamentales qu'elle s'est données comme base de travail.

Principes du raisonnement mathématique

Le raisonnement peut être défini comme « une certaine activité de l'esprit, une opération discursive par laquelle on passe de certaines propositions posées comme prémisses à une proposition nouvelle, en vertu du lien logique qui l'attache aux premières » (Blanché, 2019). La relation qu'entretiennent le raisonnement et la logique est de type essentiel d'autant plus que la logique se conçoit comme la « science relative aux processus de la pensée **rationnelle**¹ [...] et à la formulation discursive des vérités » (CNRTL, Logique, 2019). Issue du latin *logica*, elle est la « science des lois du raisonnement » (CNRTL, Logique, 2019); le substantif « raisonnement » appartenant à la même famille étymologique que « raison » et « rationnel » (Le Petit Robert, 2012). En général, on démontre ce qui n'est pas évident, ce qui est donné par l'abstraction, l'invention ou par l'intuition. L'intrication entre la logique et les mathématiques est telle qu'il nous semble impossible de séparer les deux disciplines. Aussi, pour accéder à la connaissance mathématique, il est impératif de posséder des notions fondamentales de la logique. L'objectif est donc de montrer qu'en apprenant et en s'appropriant les principes de la logique, on prépare mieux l'apprentissage et l'appropriation des mathématiques. Il convient de relever que l'influence positive de l'acquisition de quelques principes basiques de la logique, loin de se limiter à l'école, se déploie fort bien au-delà de celle-ci, notamment dans la vie courante. Pour Adda, cette acquisition favorise l'éclosion sagesse.

Quel que soit le métier qu'exercera l'enfant, la gymnastique intellectuelle provoquée par l'étude de la logique sera plus utile à l'épanouissement du simple « bon sens » et de l'esprit critique nécessaires à tout citoyen que tout autre type d'exercice mathématique (résolution d'équations, constructions géométriques, etc.). (1971 : 3)

1. C'est nous qui soulignons.

À l'école particulièrement, l'apport de la logique est fondamental. Sa compréhension à travers un minimum d'étude permet d'éviter les traditionnelles confusions entre « conditions nécessaires » et « conditions suffisantes » (Adda et Faivre, 1971).

Dans cette section, on répondra alors à trois principales questions : quels sont les principaux types de logiques mathématiques? Quels sont les principes du raisonnement mathématique? Quels sont les principaux types de raisonnement mathématique susceptibles d'être exploités dans le cadre de l'enseignement-apprentissage des mathématiques pour le développement humain?

Principaux types de logique

On distingue en général trois types de logiques mathématiques : la logique formelle, classique ou inductive, la logique matérielle, symbolique ou déductive et la logique dialectique.

La logique formelle, classique ou inductive

Elle se résume dans le schéma d'Aristote (Pellegrin, 2014) qui a analysé le syllogisme, établissant la nécessité d'une conclusion à partir de deux prémisses liées par un élément moyen qui n'apparaît pas dans cette conclusion :

Tout homme est mortel; (majeure)
Or Socrate est un homme; (mineure)
Donc Socrate est mortel. (conclusion)

En situation de classe, l'enseignant·e peut, pendant le cours de généralités sur les fonctions logarithmes et dans le but d'attirer l'attention des apprenant·e·s sur la singularité de l'ensemble de définition d'une fonction, de leur rappeler ce qui suit :

Toute fonction numérique a un ensemble de définition;
Or le logarithme népérien est une fonction numérique;
Donc le logarithme népérien a un ensemble de définition.

La logique matérielle, symbolique ou déductive

La logique symbolique ou logistique désigne le raisonnement qui utilise, comme les mathématiques, des symboles et non pas des mots. Elle tente de transformer les opérations logiques en autant de calculs. Ici, la vérité porte non plus sur la forme, mais sur le contenu des propositions². Une illustration serait :

Toutes les disciplines enseignées (A) à l'école sont importantes (B);
Or les mathématiques (X) sont une discipline enseignée (A) à l'école;
Donc les mathématiques (X) sont importantes (B).

En passant au symbolisme, on obtient :

Tout A est B;
Or X est un A;
Donc X est B.

Ici en général, les relations entre les propositions sont celles d'égalité, d'inclusion, d'exclusion, d'implication, de conjonction, de disjonction, d'équivalence, etc. Ces relations sont bien présentes et couramment utilisées dans le vocabulaire mathématique.

La logique dialectique ou logique de questionnement

La logique dialectique signifie le mouvement de la pensée qui évolue par contradiction. Cette pensée va de la thèse à la synthèse en passant par l'antithèse. Les hégélien-ne-s et marxistes, partisans de la logique dialectique,

2. Elle est née au XIXe siècle et a été développée par le cercle de Vienne et le néopositivisme.

rejetent le principe de non-contradiction, propre à la logique formelle. Ce dernier est au contraire le moteur d'une pensée féconde et du progrès scientifique. Hegel affirme d'ailleurs que « le mouvement dialectique [est] cette marche <Gang> s'engendrant elle-même, se conduisant elle-même plus en avant et revenant en elle-même. » (Hegel cité par Grandjean, 2009 : 37). L'objectif de la logique dialectique est d'adapter la pensée à la réalité. Elle est bien plus vivante dans un contexte coopératif et interrogatif.

Du point de vue classique, alors que la pensée logique est un outil intellectuel qui guide la recherche de la vérité et qui affranchit l'esprit des erreurs, la logique dialectique quant à elle se nourrit de la réalité. Elle est au service du progrès de la science. Pour nous, elle est une logique de questionnement. Les contradictions qu'elle soulève amènent la science à se développer, innover, progresser et se surpasser.

Principes mathématiques de la raison

La connaissance des quatre principes fondamentaux que sont : le principe d'identité, de non-contradiction, du tiers exclu et de la raison suffisante, issus de la logique formelle d'Aristote, est la condition nécessaire à l'exercice et la structuration de la pensée scientifique (Malanda Dem, 1977; Sagaut, 2008-2009). D'ailleurs, toute la science repose d'abord sur ces quatre principes avant d'éventuelles ouvertures à d'autres principes comme celui de la causalité, du déterminisme des lois, de la séparabilité des phénomènes et celui de la complétude, qui animent la recherche des modèles ou des lois dans presque tous les secteurs de la science macrophysique (Anta Diop, 2011 : 165).

Le principe d'identité

C'est le principe selon lequel une chose n'est égale ou identique qu'à elle-même. La logique classique le formule ainsi : $X = X$. La lettre ou variable X symbolise tout objet de pensée, proposition ou concept. Le principe d'identité n'est que l'expression codifiée du besoin de cohérence logique qui

est l'exigence essentielle de la raison. Par exemple, lorsque le géomètre a défini l'hexagone comme une figure géométrique régulière ayant six côtés égaux, il va de soi qu'il garde toujours ce sens dans la suite de la démonstration. L'exigence d'identité s'oppose à toute équivoque et de ce fait elle renforce l'unicité.

Le principe de non-contradiction

Il n'est que la forme négative du principe de l'identité. Aristote l'énonçait ainsi : « il est impossible qu'une même chose soit et ne soit pas simultanément » (Aristote, cité par D'Aquin, 2012 : 224). Donc, si une chose n'est identique qu'à elle-même, elle ne peut pas être égale à une autre parce qu'il y aurait contradiction. La logique classique l'exprime ainsi : X est différent de non-X. Par exemple, une lampe ne peut pas être à la fois allumée et éteinte, et réciproquement.

Le principe du tiers exclu

Il pose une alternative : étant supposé que X et non-X sont contradictoires, un sujet est nécessairement soit X, soit non-X. Et il n'y a pas de troisième solution possible. Par exemple, un nombre réel non nul est nécessairement soit positif, soit négatif. Le principe du tiers exclu contraint à affirmer l'un et pas l'autre.

Le principe de la raison suffisante

Il postule que tout phénomène qui se passe dans la nature a sa raison d'être, c'est-à-dire les conditions qui expliquent cet événement. La raison humaine est caractérisée par l'impérieuse exigence d'intelligibilité. Ce principe si fondamental en macrophysique par exemple est encore appelé *principe de causalité*. Il signifie que tout phénomène surgit d'une cause; autrement dit, tout fait a une cause et dans les mêmes conditions, la même cause est

toujours suivie du même effet. Par contre, à l'échelle microphysique, le fait que l'interaction objet-instrument soit acausale, c'est-à-dire sans lien de cause à effet, vient nier ce principe. Toutefois, l'explication scientifique finale consiste toujours à découvrir, sous tout changement spatio-temporel, une loi ou une identité fondamentale.

Principaux types de raisonnements mathématiques

En général, on distingue entre autres la déduction, l'induction, l'analogie et le raisonnement hypothético-déductif. Toutefois, chez l'enfant de moins de 9 ans, il convient de noter que de nombreuses « erreurs de raisonnement » aux yeux de l'adulte ne sont en effet que la simple traduction des structures mentales³ de l'enfant qui, pendant de longues années, diffèrent considérablement de celles des adultes.

Le raisonnement par déduction

La déduction est un type de raisonnement permettant d'aboutir à une conclusion partant d'une ou de plusieurs propositions dites prémisses (CNRTL, 2019). Autrement dit, la déduction est un raisonnement allant des principes à la conséquence entendue comme une conclusion déterminée par ces principes. Dans la conclusion analytique, la conséquence est implicitement contenue dans les principes. Le raisonnement est alors purement formel, car la conclusion n'ajoute rien aux prémisses. La forme la plus importante de la déduction analytique est le syllogisme. La réalité ici est

3. Il s'agit de l'égoцентризм (difficulté de se placer au point de vue d'autrui), du syncrétisme (tendance à percevoir par une vision globale sans analyse, incapacité de structurer sa perception, d'associer les parties d'un tout), de la transduction (méthode de raisonnement propre aux enfants, qui part du singulier au singulier, et qui ne constitue ni une induction ni une déduction), de l'irréversibilité de la pensée (incapacité de remonter sa pensée en arrière, de lire la conservation des quantités). Voir par exemple Quentel (1997) et Reginensi (2004).

que la conclusion dit toujours exactement la même vérité que les prémisses (Beall, 2019). On peut alors reconnaître que la déduction est une démarche qui va du général (prémisses, axiomes) au cas particulier (conséquence, théorème).

Un autre exemple de syllogisme comme raisonnement déductif peut être formulé comme suit :

Tous les humains peuvent comprendre les mathématiques;
Or Je suis un humain;
Donc Je peux comprendre les mathématiques.

On remarque que la déduction est *a priori* indépendante de l'expérience.

Le raisonnement par induction

Le raisonnement par induction suit une démarche qui va du particulier au général, c'est-à-dire de l'observation des faits à la loi qui établit alors les rapports nécessaires et constants entre les phénomènes. Par exemple, ayant remarqué plusieurs fois que le corps se dilate sous l'action de la chaleur, on peut conclure que la chaleur dilate les corps. L'induction est dite amplifiante, car elle affirme une vérité au-delà de ce qui est vu. Elle n'est pas un raisonnement rigoureux comme la déduction. Le rapport qu'elle établit entre les faits observés peut être une simple coïncidence et non une loi universelle. L'induction est toujours *a posteriori* et essentiellement fondée sur l'expérience.

Le raisonnement par analogie

Le terme « analogie » vient du latin *analogia*, emprunté au grec (CNRTL, 2019), qui signifie « proportion, rapport, conformité ». Il s'agit d'une forme de raisonnement qui permet d'étendre notre connaissance. L'analogie est, de ce point de vue, plus féconde que la simple ressemblance visant à étendre la connaissance par la généralisation de tout ce qui est directement comparable. Elle sert à lier entre elles les choses appartenant à des domaines

de connaissances assez différents. Par exemple, « le livre que je suis en train de lire me paraît bien agréable. J'achèterai sans doute un second livre de cet auteur ». Pour le démontrer par analogie, on raisonne ainsi qu'il suit : « le livre que je suis en train de lire me paraît bien agréable. J'estime que son auteur écrit bien. J'achèterai donc un second livre, car celui-ci m'a plu. » Je fonde ma décision sur la satisfaction que m'a procurée la lecture du premier livre. Le second livre, bien qu'*a priori* étant différent du premier, a quelque chose de commun avec celui-ci : ils ont le même auteur. Je suis bien conscient que les deux livres ne sont pas pareils (donc pas d'*identité*), mais je les rapproche tout de même du fait qu'ils sont écrits par le même auteur (donc il y a un *rapport* entre les deux objets).

Si ce raisonnement par analogie est vrai dans certains cas, il peut parfois conduire aux erreurs. Par conséquent, il n'est pas autant rigoureux pour analyser tous les types d'objets mathématiques que le raisonnement déductif. Toutefois, ce type de raisonnement a fait ses preuves dans de nombreuses autres disciplines : il a servi notamment à l'explicitation des constructions métaphoriques et figuratives qui représentent une proportion non négligeable de l'activité langagière chez les humains⁴.

Le raisonnement hypothético-déductif

Le raisonnement hypothético-déductif est une méthode qui va de l'hypothèse à la conclusion, en faisant appel à des règles d'inférence et de déduction. Et puisque ce type de démonstration mathématique repose sur des hypothèses, on admet ces hypothèses; raison pour laquelle on parle également de système hypothético-déductif. Par exemple, si $A = B$ et $B = C$ alors $A = C$. Il faut noter que les certitudes mathématiques qui sont fondées sur les définitions, les axiomes et autres postulats reposent toujours sur

4. La théorie des Opérations énonciatives de Culioli (1990), ainsi que les grammaires dites cognitives (Langacker, 1999) et la théorie du prototype de Rosch (1983) s'en ont bien inspiré.

ce qui n'est pas démontré, c'est-à-dire des conventions. Et chercher à démontrer ces hypothèses revient parfois à remettre en question tout le système.

Presque tous ces types de raisonnements reposent sur les principes de la logique mathématique. La logique formelle est un modèle de rigueur du fait des règles qu'elle se fixe. Toutefois, elle fige l'esprit dans la mesure où elle ne confronte pas ses propositions à l'expérience pour les vérifier. Ce type de logique peut ainsi entrer en contradiction avec un pan de l'esprit, voire limiter sa liberté de réflexion et d'exploration de l'expérience. Comme nous l'avons évoqué plus haut, toute une partie de l'activité cognitive humaine, en rapport avec l'imagination, la virtualité, reste inaccessible à la logique formelle. Sa rigidité s'oppose à la flexibilité, à la labilité et à la complexité des activités cognitives humaines : les humains ne raisonnent pas toujours, quelles que soient les circonstances, en ce qui concerne le vrai ou le faux.

Par contre, la logique dialectique s'applique mieux à l'expérience. Les hypothèses et les théories scientifiques sont évaluées et réévaluées, soumises à la contradiction et mises à l'épreuve des expérimentations. Elle est au service du progrès en science comme un arbitre, car les contradictions qu'elle soulève amènent la science à toujours innover et à s'inscrire sans cesse dans une dynamique de progrès. Au bout du compte, « le facteur dialectique constitue donc l'âme motrice du progrès scientifique et c'est le principe par lequel seules pénètrent dans le contenu de la science, **une liaison et une nécessité immanente**⁵ » (Hegel, 1987 : 75). Les termes « liaison » et « immanente » renvoient à des notions clés qui vont déterminer certaines conceptions épistémologiques de l'évolution scientifique. La *liaison* nous renverrait alors à des conceptions de changements en science comme cela apparaît chez Khun (1972) qui formule la *révolution des idées scientifiques* comme le résultat d'une dynamique discontinue; ou encore à la notion de *rupture épistémologique* chez Bachelard (2015 [1934]). Quant à l'*immanence*, elle a servi de principe de référence pour l'ensemble de disciplines dites structuralistes qui ont émergé au cours du milieu du XXe siècle.

5. C'est l'auteur qui souligne.

Au-delà des qualités qu'on reconnaît aux raisonnements logiques, une question d'ordre épistémologique s'impose à nous : peut-on faire de la démonstration mathématique la voie d'accès par excellence d'une vérité indiscutable? Diverses réponses, toutes aussi attaquables, ont été apportées à cette interrogation. L'une des plus emblématiques est sans doute celle de Hegel qui juge sévèrement la pertinence de la démarche mathématique d'autant plus que pour lui « C'EST UNE SCIENCE RATIONNELLE QUI NE PRODUIT QUE DES VÉRITÉS DE FAITS.⁶ » (Philonenko, 2004 : 72). Le principal argument du philosophe concerne la nature extrinsèque de la relation entre l'opération mathématique (démonstration) et l'objet mathématique. La démonstration d'une proposition sur le triangle rectangle est extérieure à l'objet *triangle* lui-même; ce qui fait dire à Hegel que « le mouvement de la démonstration mathématique n'appartient pas au contenu de l'objet, mais est une opération *extérieure*⁷ à la chose (raison) » (Hegel, cité par Philonenko, 2004 : 72).

Dans le cadre de la pratique quotidienne des mathématiques, la mobilisation d'un type de logique en adéquation avec un raisonnement mathématique est parfois très difficile pour l'apprenant·e suivant la qualité du discours mathématique tenu par l'enseignant·e. Cette situation survient très souvent quand l'énoncé de l'activité n'est pas clair, rendant ainsi difficile l'accès à la situation-problème; de même que des indications sur les outils nécessaires à mobiliser sont absentes. Dans la perspective de rendre moins complexes les relations entre la logique et le raisonnement mathématique, Durand-Guerrier recommande une approche pragmatique.

L'étude de l'articulation entre la logique et le raisonnement mathématique dans une perspective didactique mobilise de façon concomitante les analyses de types syntaxique, sémantique et pragmatique. Plus précisément, nous pensons avoir montré que l'analyse sémantique, qui renvoie à la fonction référentielle du langage, ouvre le champ des interprétations possibles d'un fragment de discours mathématique dans une situation donnée, ce qui nécessite, pour poursuivre l'analyse de revenir à la dimension pragmatique, en particulier en ce qui concerne les conditions d'énonciation et l'état des connaissances des sujets. [...] l'importance des

6. Les majuscules sont de l'auteur.

7. L'italique est de l'auteur. Pour plus de détails, voir Philonenko (2004 : 72-74).

considérations de type pragmatique dans le discours des enseignants à l'intention des étudiants, dont par essence le contexte d'utilisation reste mal défini; ceci venant en quelque sorte pallier la quasi-absence de références explicites aux outils logiques susceptibles d'éclairer les pratiques mathématiques. (Durant-Guerrier, 2005 : 147)

Pour cette autrice, en plus des aspects syntaxique et sémantique à retenir dans les discours mathématiques destinés aux étudiant·e·s, il faudrait intégrer l'aspect pragmatique⁸, à l'effet d'offrir à ces candidat·e·s aux pratiques mathématiques, et pourquoi pas à l'expertise mathématique, des indices de repérage d'outils logiques susceptibles de les aider à « démarrer ». Ainsi, l'énoncé de la consigne comportera des expressions telles que « démontrer à l'aide de..., en vous servant de..., en vous appuyant sur... ».

Aussi, l'articulation entre la logique et le raisonnement mathématique occupe une place de choix dans la mise en œuvre des démonstrations de qualité dans cette discipline. Les enseignant·e·s de mathématiques sont confronté·e·s à cette tâche au quotidien avec leurs élèves. En fait, cette tâche sera facilitée si les enseignant·e·s tendent une perche aux apprenant·e·s en leur fournissant une clé sur les deux nécessaires à résoudre le problème : les outils logiques fournis, il leur restera d'établir les liens avec le problème posé grâce au raisonnement déployé. Ce travail n'est ni une activité spontanée ni une découverte au hasard, mais une acquisition progressive. D'ailleurs, tout·e élève, au cours de ses études en mathématiques, est nécessairement appelé·e à améliorer le niveau de son raisonnement jusqu'au seuil requis pour mieux s'en sortir dans cette discipline.

En plus de toutes les exigences relatives aux règles de raisonnement qui sous-tendent les bons discours mathématiques – clarté, précision, indication sur les outils à utiliser – la recherche fondamentale, comme la recherche appliquée dans cette discipline, offre des réponses utiles pouvant renseigner la jeunesse sur les enjeux et la dynamique des mathématiques.

8. Un exemple de règle pragmatique est la règle de dépendance des variables. Voir Durant-Guerrier (2005 : 139).

Enjeux et dynamique de la recherche en mathématiques

Dire que les mathématiques présentent un enjeu pour les sociétés africaines, c'est les situer dans des contextes, c'est-à-dire des cadres spatio-temporels où elles seront à même d'améliorer positivement les conditions de vie des populations. L'un de ces cadres est inéluctablement l'école, lieu d'apprentissage, cadre institutionnel de formation. Comment parler de l'école quand on est enseignant, sans parler de soi, de son expérience personnelle. Je m'autoriserai donc ici l'emploi de la première personne pour être en harmonie avec moi-même, car c'est une histoire personnelle. Mon histoire est la suivante.

En 2008, je suis en situation de classe en terminale scientifique au lycée classique de Meiganga¹. Pour introduire le chapitre sur les nombres complexes, je commence par un bref rappel sur les origines et la construction des ensembles tels que les entiers naturels, les entiers relatifs, les nombres rationnels et les nombres réels, en dévoilant les limites ou insuffisances de chacun de ces ensembles. Puis, à travers un exemple, je fais constater et établir l'impossibilité de résoudre certaines équations algébriques dans ces ensembles. Ce qui me conduit à annoncer aux élèves l'admission d'un nombre imaginaire i qui n'est pas réel et dont le carré est négatif ($i^2 = -1$). Une situation mathématique jadis impossible avant ce niveau d'étude, où le carré d'un nombre ne peut être négatif. C'est alors qu'un jeune élève venant fraîchement de la classe de première de la même filière, bouleversé par cette information, me demande : « Monsieur, à quoi servent finalement les mathématiques si des vérités d'hier sont chaque fois démenties? Hier, on ne pouvait pas diviser les entiers naturels ni les entiers relatifs, mais quelque temps après, on l'a fait pour les nombres réels. »

1. Localité de la région de l'Adamaoua, située à environ 180 km de la ville de Ngaoundéré.

La question de ce jeune élève me laissa pensif, non pas parce qu'elle paraît insensée, mais surtout parce qu'elle provoqua en moi une sorte de déclic qui va me conduire vers des questions hautement épistémologiques : que représentent les mathématiques pour cet apprenant? Que lui a-t-on dit et enseigné sur cette discipline jusqu'ici? Qu'est-ce qu'il n'a pas reçu et qu'il aurait dû recevoir pendant ses années d'apprentissage à la fois sur le but, l'utilité et les enjeux des mathématiques?

Des enjeux de la recherche et de l'enseignement des mathématiques

Dans la vie quotidienne, chaque personne croit à sa bonne étoile, à son destin et tente sa chance dans toute aventure qu'elle entreprend. En réalité, l'éducation scolaire ou universitaire ne laisse aucune place aux situations hasardeuses, car à l'école primaire, au lycée comme à l'université, on enseigne entre autres une culture de la raison, un esprit critique et de rigueur, un culte de l'effort qui ouvre à la compétitivité. Dans ces milieux, l'éducation vise des objectifs d'ordre moral, civique et rationnel. Les mathématiques comptent parmi ces disciplines qui portent ces valeurs, qui sont d'ailleurs inscrites dans les objectifs de son enseignement.

Objectifs de l'enseignement et de la recherche en mathématiques

À travers l'histoire, comme le montrent de nombreux travaux (Traoré & Barry, 2007; Michel, 2014), l'enseignement des mathématiques vise à :

- *former* un nombre toujours croissant de scientifiques indispensables au développement socioéconomique et culturel des nations²;
- *inculquer* davantage aux humains du monde entier des connaissances mathématiques en établissant des relations justifiées entre les observations du réel, les représentations (schémas, figures, tableaux, systèmes, etc.) et les concepts nécessaires pour des études

approfondies.

Parallèlement à ces objectifs de premier plan, il faut relever que l'enseignement des mathématiques vise secondairement aussi, comme l'attestent les travaux de Soriano (1998) :

- le développement des facultés cognitives de l'apprenant-e : rechercher, comprendre et apprécier les explications rationnelles aux événements sociaux ainsi qu'aux phénomènes naturels et même métaphysiques;
- l'élargissement ou l'extension de son champ de réflexion et de raisonnement;
- la possibilité qu'il ou elle atteigne un niveau minimum d'instruction et une certaine maturité dans le discernement et le jugement;
- la possibilité d'une bonne organisation personnelle : savoir utiliser ses moments de loisir, cultiver et développer ses talents pour son plein épanouissement, profiter des possibilités offertes par le milieu et les structures sociales existantes pour adapter et appliquer ses connaissances et poursuivre soi-même son éducation en améliorant ses compétences professionnelles ainsi que ses conditions de vie;
- la facilité d'exercer valablement un métier, fut-il celui de mathématicien-ne ou non;
- la formation des citoyen-ne-s enraciné-e-s dans leur culture et ouvert-e-s au monde;
- le développement de la créativité, du sens de l'initiative;
- l'installation de la culture de l'amour, de l'effort, du travail bien fait et de la quête de l'excellence;
- l'adaptation aux réalités économiques ainsi qu'à l'environnement international, particulièrement en ce qui concerne la promotion des sciences et de la technologie.

En somme, les mathématiques visent à faire de l'humain à travers les âges, un être libre et doué d'un esprit critique, capable de remettre éventuellement en cause les stéréotypes, les archétypes et les structures existantes de sa

2. Pour cette section, nous nous sommes inspirés largement du rapport 1992 du Centre national de la recherche scientifique (CNRS) qui consacra de nombreuses lignes à la définition des enjeux de l'enseignement des mathématiques. Voir Rapport du CNRS (1993 : 14-15).

société. Dès lors, elles intègrent commodément dans sa démarche le questionnement. Dans l'enseignement des mathématiques, la maîtrise du vocabulaire de base et du raisonnement logique doit permettre à tout individu de comprendre les théories les plus élaborées et des généralisations mesurées et destinées à développer en ce dernier l'esprit critique et l'aptitude (pratique ou opératoire) au raisonnement hypothético-déductif, tout en ouvrant divers univers de réflexion à ceux et celles qui voudraient réaliser des études approfondies en mathématiques ou dans les disciplines apparentées.

Les objectifs de l'enseignement des mathématiques, sans être dogmatiques, évoluent, comme le fait remarquer Ziegler :

Si l'enseignement des mathématiques à l'école est la réponse, quelle était la question? Quel est l'objectif principal de l'enseignement des mathématiques dans les écoles? J'affirmerai que : (a) il n'y a pas qu'un seul objectif, mais au moins trois et (b) ces objectifs sont des cibles mobiles³. (Ziegler, 2012 : 8)

Les objectifs de l'éducation mathématique à l'école sont ainsi nombreux et surtout dynamiques, changeant en fonction des contextes et des époques. Ziegler (2012) les résume en trois principaux points : la présentation des mathématiques comme une partie de la culture humaine, la présentation de cette discipline comme un domaine dotant à chaque individu des capacités de trouver des solutions aux problèmes de la vie courante et enfin, son introduction comme un domaine d'étude. Ainsi, les objectifs de l'enseignement des mathématiques, au fil des années, sont façonnés et modulés selon les besoins et les circonstances. Et pour Ziegler, nous devons être attentifs en veillant à ce que les problèmes n'aient pas changé au moment où nous mettons en place les solutions (« les questions n'ayant pas fondamentalement changé au moment où nos réponses sont mises en œuvre »⁴, 2012 : 8).

3. « If mathematics education at school is the answer, what was the question? What is the primary goal of mathematics education at schools? My claim will be that: (a) It is not one goal but at least three; and (b) These goals are moving targets. »

4. « the questions haven't changed fundamentally by the time our answers are being implemented. »

Mathématiques et résolution des problèmes sociétaux

La question du véritable rôle des mathématiques dans la vie humaine n'est pas récente, elle est même très ancienne (De Guzman, 1988). Mais à l'origine, elle n'était pas aussi pertinente qu'aujourd'hui, la société paraissant, de notre point de vue, plus intéressée par la philosophie, la théologie, la poésie, les fables, le théâtre, le sport, le cinéma. Avec le temps, des progrès scientifiques et technologiques considérables ont été réalisés, provoquant une véritable explosion des mathématiques, à tel point qu'on peut plutôt se demander aujourd'hui « où est-ce qu'on n'utilise pas les mathématiques? » (McElroy, 2004; Greenwald & Thomley, 2012). Dans la même logique, l'on pourrait avec Houpa Danga D. E. se demander plutôt « dans quels secteurs d'activités humaines n'utilise-t-on pas les mathématiques de nos jours? »⁵. Le rôle des mathématiques, tout en étant pluriel et multisectoriel, se divulgue au travers de ses deux principales branches.

Comme nous les avons décrites plus haut, les théories mathématiques fondamentales sont cette branche qui s'occupe essentiellement du développement en interne de cette discipline à travers des études et des recherches théoriques hautement abstraites sur des concepts, des notions et autres problèmes issus des mathématiques elles-mêmes. On parle alors d'intradisciplinarité des mathématiques. Godement (1963) fait observer que les notions d'ensemble et de fonction, auxquelles nous ajoutons la notion de relation, sont des notions essentielles sans lesquelles on ne peut rien faire d'intéressant en mathématiques d'une part, et avec lesquelles on peut tout faire d'autre part.

Dans cette branche, Hilbert (1900)⁶ évoque de grands problèmes mobilisateurs autour desquels vient se greffer une multitude d'autres problèmes secondaires. Il s'agit là de la proposition d'une fondation formaliste pour les mathématiques qui, prise comme un but, établit la

5. Propos recueilli par l'auteur le 15 mars 2015 lors d'un entretien avec cet enseignant-chercheur de l'Université de Ngaoundéré (Kamerun).

6. Il s'agit des 23 « problèmes de Hilbert » présentés par le mathématicien David Hilbert lors du deuxième congrès international des mathématiciens tenu à Paris en août 1900, qui devaient, selon lui, marquer le cours des mathématiques au xxe siècle.

consistance et la complétude des systèmes mathématiques. Pour lui, si nous ne pouvons pas déclarer la vérité humaine absolue, essayons au moins de montrer la non-contradiction ou mieux la consistance absolue (Kindschi, 2005).

Ces théories fondamentales ont pour ambition de développer davantage les mathématiques, de peaufiner de nouveaux outils et d'approfondir les connaissances pures tout en saisissant les tournures au détail près. Elles jouent un rôle d'investigation, d'invention, d'abstraction, de construction et d'étude des propriétés quantitatives et qualitatives de nouveaux modèles mathématiques⁷. Elles représentent le socle des mathématiques et sont le domaine de grands chercheur·e·s et enseignant·e·s qui produisent des résultats et les diffusent à travers des publications dans des revues scientifiques avec parfois des objectifs d'apprentissage bien définis. Toutes les autres mathématiques puisent ici les énergies de leur développement. Pour les jeunes qui ambitionnent de faire carrière dans la recherche en sciences mathématiques, des sites et ressources documentaires utiles pour devenir un·e « bon·ne » mathématicien·ne existent (Tao, 2012).

Les théories mathématiques appliquées quant à elles sont cette branche qui est motivée par la volonté de comprendre mathématiquement des phénomènes liés à d'autres sciences; elles orientent leurs travaux vers la recherche de modèles et de domaines d'application de la pléthore de résultats des travaux de la recherche fondamentale. Elles recherchent des modèles concrets, des représentations ou des problèmes dans la vie courante pouvant bénéficier de tel ou tel résultat. Des notions comme les équations différentielles ordinaires ou aux dérivées partielles sont régulièrement utilisées en économie par exemple, comme nous le verrons dans le chapitre suivant. Les statistiques et les probabilités sont utiles en sciences politiques. Quand il faut mesurer la cote de popularité des politiques, candidat·e·s à un poste électif, on fait des sondages ou des enquêtes d'opinions. Ce type de travaux sont l'œuvre des ingénieur·e·s statisticien·ne·s, des chercheur·se·s ou enseignant·e·s relevant du domaine des mathématiques appliquées.

7. Très récemment en 2004, les mathématiques non commutatives ont connu un grand boom dans le cadre de leur application.

Sans toutefois méconnaître la place toujours importante, mais souvent voilée de la recherche fondamentale aujourd'hui comme par le passé, il faut reconnaître que les mathématicien·ne·s des sciences appliquées semblent en général mieux armé·e·s pour collaborer avec d'autres groupes de scientifiques, en particulier du fait d'une culture scientifique générale (les phénomènes étudiés relevant essentiellement du tangible) et du fait d'une habitude aux outils fondamentaux (mathématiques) de calcul et de l'espace. Certaines théories issues des mathématiques fondamentales qui ont connu d'innombrables applications restent difficiles à classer comme appartenant exclusivement à l'une ou à l'autre branche. On peut citer par exemple la théorie des distributions de Laurent Schwartz, la théorie des EDP avec Pierre-Louis Lions et la théorie de l'homogénéisation de Gabriel Nguetseng⁸.

S'agissant de la théorie de l'homogénéisation, le professeur Nguetseng par d'un constat : **tout matériau est composite, mais souvent considéré comme un tout homogène. Ce qui n'est pas vrai.** Il va donc développer une théorie qu'il va appeler « **la théorie de l'homogénéisation** » qui va répondre à cette insuffisance. En effet, cette théorie va prendre en considération les hétérogénéités et construire **un homogénéisé** qui conserve les propriétés du matériau hétérogène considéré. Cette théorie trouve ses applications dans une variété de domaines : en mécanique (matériau composite), en médecine interne (cellule), en épidémiologie (modèles spatio-temporels) et en hydrodynamique (milieux visqueux hétérogènes), pour ne citer que ceux-là.

Le niveau d'intrication entre les deux principales branches des mathématiques est tellement élevé aujourd'hui que chacune d'elles, à sa manière, contribue à l'édification des différents enjeux de cette science dont nul ne doute plus de la transversalité. Les mathématiques sont une discipline transversale, un facteur d'unité et d'unanimité scientifiques.

8. Gabriel Nguetseng, mathématicien camerounais, qui en qualité de précurseur a introduit et apporté des contributions fondamentales à la théorie d'homogénéisation avec ses nombreuses applications.

Le rôle des mathématiques est également perceptible à travers le métier de mathématicien-ne

Être mathématicien-ne, c'est exercer une profession très utile pour les sciences et l'humanité, et même agréable pour les praticien-ne-s (Villani, 2010). En effet, le métier de mathématicien-ne dans l'enseignement, dans l'industrie ou en entreprise a été placé en pole position du palmarès des 20 meilleurs métiers en 2009 dans la revue *Wall Street Journal* et en 2014⁹, détrônant ainsi l'Actuariat qui l'était en 2013. Les critères de classement sont la qualité du cadre de travail, le niveau de stress, les perspectives d'emploi et le salaire. Dans ce classement 2014, les mathématicien-e-s viennent avant les professeur-e-s d'université et les statisticien-ne-s. Même si dans ce métier les salaires ne sont pas nécessairement mirobolants dans certains pays africains, si les carrières ne sont pas particulièrement exaltantes, les emplois restent à tous points de vue confortables. Nous constatons pour nous en réjouir que les métiers les mieux cotés par ce site en 2013 et 2014 soient aussi très étroitement liés aux mathématiques. Dans leurs « confortables emplois », les mathématicien-ne-s s'intéressent à la recherche et établissent des résultats d'ordre mathématique de bonne facture et il est possible d'en tirer des éléments de solution à des problèmes de l'humanité et son environnement, sur la base bien entendu des données ou des informations disponibles (Tao, 2012). Les résultats obtenus, après implémentation, sont validés par des comités scientifiques et rendus ou communiqués aux pouvoirs publics qui, seuls, peuvent décider de l'utilisation ou de l'exécution. Ainsi, pour une raison ou une autre et selon les intérêts qu'ils offrent aux instances décisionnaires, ces résultats peuvent être exploités totalement, partiellement ou simplement rangés dans les tiroirs, comme c'est parfois le cas.

Par ailleurs, en faisant une analogie avec les deux grandes branches enchevêtrées des mathématiques, Snow, reprise par Gowers dans *The Two Cultures of Mathematics*, classe les mathématicien-ne-s en deux grands groupes :

9. <https://www.journaldunet.com/management/emploi-cadres/1099814-les-meilleurs-metiers-de-2014-et-les-pires/1099816-les-20-meilleurs-metiers>.

- les théoricien-ne-s (« *theory-builders* ») : il s'agit des créateurs et créatrices, des concepteurs et conceptrices de théories qui se préoccupent essentiellement de la construction et de la compréhension des théories; ces personnes s'intéressent également aux relations d'interdépendance qui pourraient exister entre les résultats mathématiques (souvent très abstraits) somme toute individuellement significatifs. C'est dans ce groupe d'élite que se recrutent les génies dans le domaine.
- les inventeurs et inventrices de solutions (« *problem-solvers* ») : Il s'agit de ceux et celles qui se donnent pour objectif central de résoudre les problèmes courants liés à la compréhension d'une théorie; c'est-à-dire les exercices effectués dans le cadre des activités théoriques et des travaux pratiques d'apprentissage. C'est dans ce groupe que l'on retrouve entre autres les chercheurs et les chercheuses, les enseignants et les enseignantes, les ingénieurs et les ingénieures, etc.

Ici également, les deux groupes sont totalement interconnectés. Il n'existe pas de barrière étanche entre les *theory-builders* et les *problem-solvers*.

Mathématiques et enjeux pour le développement de l'Afrique

Les mathématiques présentent des enjeux certains pour l'Afrique aujourd'hui. Elles constituent, à coup sûr, l'une des clés du développement des communautés autant dans ses démarches singulières que dans les nombreuses interactions qu'elles construisent avec d'autres domaines du savoir; les mathématiques proposent des solutions viables pour sortir les communautés africaines de la pauvreté. Si une telle déclaration peut avoir l'allure d'une lapalissade, elle est avant tout une conviction et une posture qui a une force de réalisation. Mais les discours optimistes tout comme les réalisations pratiques sont nécessaires quand ils pèsent sur des consciences un certain nombre de préjugés défavorables. Aussi nous attèlerons-nous, avant de présenter des cas concrets d'émergence par le biais des mathématiques, de sensibiliser et d'éduquer en mettant en avant le gain, le profit, les avantages que l'Afrique tirerait d'une éducation mathématique orientée vers le développement.

Premièrement, les mathématiques sont au cœur de nombreuses activités humaines au point que l'on puisse dire qu'il n'y a pas de sociétés humaines sans mathématiques. Que l'on regarde un instant l'un des secteurs clés des sociétés tel que l'économie. Que l'on s'interroge sur le fonctionnement des systèmes économiques des pays du monde : de la production à la distribution en passant par le contrôle et la gestion des stocks. Dans tous les cas, on n'échappe pas aux opérations mathématiques. Aujourd'hui, l'un des secteurs les plus prometteurs dans les pays africains est sans doute celui de la technologie. Mais sommes-nous à même de dire que les Africain·e·s tirent le maximum de bénéfice des activités liées à ce secteur? Quelle proportion de cette population trouve-t-on parmi les producteurs et productrices de ces technologies? N'est-ce pas, dans la plupart des cas, des personnes réduites au simple rôle de consommateurs et consommatrices? Il convient alors de rappeler cette mise en garde d'Ouaro.

L'Afrique ne s'affranchira pas de sa dépendance à l'aide internationale tant qu'elle ne construira pas sa propre capacité à se développer. Pour ce faire et à l'instar des instituts africains des sciences mathématiques qui sont installés actuellement en Afrique du Sud, au Cameroun, au Rwanda, au Kenya et au Ghana, tous les pays africains devraient construire des centres nationaux d'étude et de recherche en mathématiques et développer des écoles d'excellence d'entrée dans les grandes écoles d'ingénieur. (Ouaro, 2018)

Deuxièmement, les mathématiques constituent un enjeu pour le développement durable des sociétés. Les phénomènes de changements climatiques ont pris une telle ampleur ces dernières années qu'il est impératif de mettre en place des dispositifs de surveillance et de protection du milieu naturel. Quelle discipline scientifique est-elle en mesure de fournir ces données sur la base des prédictions, de calculs des effets possibles et de projection afin de réduire l'avancée de ces types de problèmes? Pour nous, la réponse nous semble couler de source : les mathématiques.

L'érosion, la montée des océans, ou encore la gestion de la pêche sont, avec le changement climatique, des enjeux majeurs pour le développement économique d'un pays. L'étude et la compréhension de ces phénomènes nécessitant des outils mathématiques de plus en plus sophistiqués, il est capital de favoriser la formation à l'enseignement et à la recherche en mathématiques pour être en mesure de répondre à ces enjeux. (CNRS, 2019)

Troisièmement, l'apprentissage des mathématiques, comme ceux des autres domaines de connaissance, constitue une manière d'accroître ses potentialités intellectuelles. Les mathématiques font ainsi partie de la culture humaine puisque l'activité mathématique constitue une pratique sociale. En tant que discipline à fort degré d'abstraction, les mathématiques concourent à rendre les humains meilleurs en leur donnant les possibilités de réfléchir, de se projeter et de se sortir des difficultés de divers ordres. D'ailleurs, pour Villani (2010), répondant aux questions de Jean-François Desessard sur les mathématiques en Afrique, l'étude des mathématiques est incontournable.

C'est un passage obligatoire pour que l'Afrique puisse prendre véritablement son envol au niveau scientifique [...]. L'étudiant qui aura suivi un cursus de ce type, lui permettant d'acquérir des compétences cérébrales, pourra ensuite s'adapter quasiment à toutes les thématiques. À travers une assise théorique, il ne s'agit pas de se contenter de former des scientifiques, tâche bien sûr capitale, mais aussi de préparer ceux qui, dès demain, pourront se retrouver aux commandes du développement économique de leur pays. (Rivasseau et al., 2010 : 8)

En outre, les mathématiques participent aussi à la construction d'un imaginaire humain riche. Elles sont, d'une certaine façon, un travail artistique par leur aspect esthétique et architectural, leur vocabulaire énigmatique, leurs démarches inventives, leurs formules élégantes. Il existe de nombreux travaux qui établissent des rapprochements assez frappants entre, par exemple, le langage poétique et le langage mathématique (Marcus, 1968; Le Cor, 2014).

Par ailleurs, l'un des défis les plus importants à relever par l'Afrique est celui de la langue. Pour que les Africain·e·s s'approprient et exploitent efficacement les avantages qu'offrent les mathématiques, il est utile de relever le défi des mathématiques en langues africaines. Précisons tout de suite que nous n'opposons pas les langues africaines aux langues européennes héritées de la colonisation et qui sont encore, dans de nombreux pays africains, la langue de l'accès aux savoirs. Pour nous, ces langues se complètent et chacune joue une fonction importante au sein des sociétés. Il reste cependant que le développement et l'acquisition des connaissances dans des langues endogènes profiteraient à un public beaucoup plus large. Mais il y a un préalable : il faut inventer une terminologie pour transmettre les mathématiques en langues africaines.

L'enjeu est tel que des linguistes à l'exemple de Diki-Kidiri (2008) se sont emparés de la question. Voici l'une des situations qui motivent leurs démarches.

Un chef de service africain, ayant bénéficié d'un stage de formation en bureautique à l'étranger, doit former à son tour toutes les secrétaires de l'institution où il travaille. Mais plusieurs de ces indispensables personnes maîtrisent mal le français et pas du tout l'anglais. De plus, n'ayant jamais travaillé autrement qu'avec de vieilles machines à écrire mécaniques et des méthodes antédiluviennes, elles éprouvent une véritable angoisse devant la perspective de se mettre à l'ordinateur, avec tout le bouleversement que cela implique. La direction décide de tenter l'expérience d'une formation donnée dans la langue africaine commune à tous. La question est de savoir comment rendre dans la langue africaine en question tous les concepts inédits qui entrent en jeu dès l'utilisation d'un ordinateur. (Diki-Kidiri, Mbodj & Baboya Edema, 1997 : 95)

Pour combler ces manques, linguistes et terminologues travaillent depuis plusieurs années à la mise en place des vocabulaires scientifiques dans des domaines aussi divers que la santé (Tourneux & Métangmo-Tatou, 2010), l'agropastoralisme, les technologies (Diki-Kidiri, 2008) entre autres. Ces travaux auront aussi pour avantages de revaloriser les langues africaines qui renferment en leur sein des savoirs locaux qui méritent d'être enseignés (Tourneux, 2011). Les mathématiques, l'un de cet ensemble des savoirs fondamentaux, ne pourront que profiter avantageusement du développement d'une terminologie en langues africaines. C'est une pierre à l'édification, à la contextualisation de la discipline, un témoignage de son dynamisme.

La dynamique mathématique : une science ouverte au développement humain

S'il est vrai que toute science se développe aux frontières d'autres disciplines avant de s'intégrer dans une philosophie, la recherche mathématique est aujourd'hui tellement foisonnante qu'il serait bien présomptueux de :

- prétendre avoir cerné toute l'histoire de son évolution;

- donner un panorama des progrès réalisés récemment;
- dessiner les grandes tendances de son futur.

Pour nous, il ne s'agit pas de présenter de manière exhaustive la chronologie des mathématiques en exhibant les grands moments de l'histoire des mathématiques (Baumann, 2004-2005; Greenwald & Thomley, 2012 : 1091-1107) et de donner des réponses aux questions « qui?, quand?, quoi?, où?, comment? » concernant les principales étapes du développement de la pensée mathématique. Nous allons simplement nous contenter, ici, de décrire quelques domaines qui paraissent les plus révélateurs du foisonnement et du développement des mathématiques.

Mutations au cours de l'histoire

Historiquement, les mathématiques se sont développées en réponse aux nombreuses exigences humaines, et à la suite multiples influences d'ordre internes ou plutôt inhérentes à elles-mêmes. Au-delà de l'héritage inestimable constitué de nombreux travaux mathématiques et de recherches sur les mathématiques¹⁰ de l'Europe ancienne, des Indo-Arabs du moyen âge et leur expansion et traduction en occident, il faut noter qu'au début du siècle dernier, le mathématicien Hilbert avait proposé, à l'occasion d'un congrès international de mathématique tenu à Paris en 1900, une liste de 23 problèmes mobilisateurs autour desquels viendraient se greffer tous les autres problèmes de mathématiques du XXe siècle, et dont certains restent encore non résolus de nos jours.

À côté de cette liste, il fallait également ajouter une tendance forte de cette époque : celle d'essayer de faire reposer les sciences mathématiques sur des bases solides. Des débats passionnés sur le statut des objets mathématiques, en réponse à l'espoir de pouvoir fonder des mathématiques de façon

10. De nombreux sites présentent « L'histoire des Mathématiques » et parlent de la culture mathématique. Par exemple, le site www.youtube.com/watch? pour des vidéogrammes; RTS Découverte avec la collaboration de Dominique Arlettaz, professeur de mathématiques à l'Université de Lausanne, explore l'origine des mathématiques et leur évolution.

logiquement correcte et universelle, ont débouché sur l'ébauche d'un programme dit unificateur qui avait d'ailleurs connu à cette époque un succès éclatant. En effet, il avait permis de présenter les mathématiques d'une façon beaucoup plus formalisée qu'autrefois et avait été perçu par le grand public à travers ses mutations dans l'enseignement : les mathématiques modernes. Des personnes de bonne volonté de l'époque se sont alors dit; puisque ça marche si bien, pourquoi ne pas le mettre tout de suite dans les programmes scolaires! Ce qui fut aussitôt fait.

Par ailleurs, il y a eu chez les mathématicien-ne-s depuis une vingtaine d'années environ, une réorientation assez remarquable de leur philosophie de travail portée vers le retour au concret (McElroy, 2004; Stewart, 2006; James, 2003). Il s'agit en clair d'une intégration de plus en plus grande des mathématiques, au sens où il est très fréquent aujourd'hui qu'un concept né dans un domaine des mathématiques soit appliqué, et souvent avec beaucoup de succès dans une autre discipline parfois très insoupçonnée. Cela reste valable pour des concepts nés en dehors des mathématiques, surtout en physique, en informatique ou même en biologie.

Dans l'option de l'universalité, la science en général et les mathématiques en particulier devraient être omniprésentes, c'est-à-dire les mêmes pour tout le monde et partout dans la validation et la validité de ses résultats quel que soit le domaine de travail (Villani, 2010). Nous espérons que chaque cadre de contextualisation¹¹ aidera les apprenant-e-s et le reste de la population, à voir les mathématiques d'abord comme une discipline qui transcende la culture, le temps et le genre; et ensuite comme une discipline pour tout le monde (Greenwald & Thomley, 2012). Si l'on considère par exemple l'égalité $1 + 2 = 3$ dans laquelle les nombres sont écrits avec des symboles de la culture euro-occidentale, elle doit être vraie aussi bien dans une école de savane du Kamerun septentrional que dans une école de banlieue parisienne, dans une école d'un quartier pauvre de New Delhi que dans un laboratoire scientifique des États-Unis. Seule la formulation ou la notation doit pouvoir différer d'une culture à une autre, soit $I + II = III$ dans la culture romaine, $(- + =)$ vaut (\equiv) dans la culture hindoue ou encore dans la culture arabe.

11. Cadre servant à délimiter ou circonscrire une famille de situations de vie et des exemples pour lesquelles un programme d'enseignement vise à former l'élève, à l'intérieur d'un module (IGE-MINESEC, Yaoundé).

Le système de calcul babylonien était un système numérique sexagésimal (c'est-à-dire de base 60). En revanche, le système moderne, le nôtre, qui dérive de la combinaison entre les systèmes de numération indien et arabe, est décimal (c'est-à-dire de base 10) puisque nous comptons par groupe de 10.

Par ailleurs, la notation de la fraction avec une barre horizontale a/b est d'origine arabe, la notation avec deux points ($a : b$) vient de Leibniz (au XVII^e siècle) et la notation avec une barre oblique (a/b) date du XIV^e siècle. Des notations ont souvent évolué avec le temps pour symboliser la même entité.

Comme nous l'avons évoqué antérieurement, les sciences mathématiques jouent déjà un rôle primordial dans le développement d'une éducation transversale comme outil de préparation à l'abstraction, comme aide à l'apprentissage du raisonnement et des sciences en général. La logique inhérente à la démarche mathématique est de plus en plus prise en compte dans les autres disciplines, en raison de ce qu'elle se prête facilement à une compétitivité intellectuelle qui, plus tard, débouche sur une compétitivité en toute dimension, dans n'importe quel domaine. Et pour mieux comprendre cette subtile logique mathématique, il convient de porter un regard sur la dynamique de la recherche dans certains domaines.

Évolutions remarquables dans certains domaines

Parmi les domaines scientifiques et des sujets considérés comme les plus dynamiques (CNRS, 1992; Greenwald & Thomley, 2012), nous pouvons retenir entre autres :

- la physique statique, la géométrie algébrique, les réseaux de neurones;
- les théories de la complexité (complexité de calcul et d'algorithmes, mathématiques discrètes);
- les travaux sur les rapports imprévus entre le chaos quantique et l'hypothèse de Riemann. La décomposition en ondelettes contribue à l'étude des phénomènes chaotiques, de la turbulence au sein d'un gaz;
- l'utilisation de la théorie de jauge issue de la physique des particules dans la topologie des variétés différentielles de dimension quatre qui semblent être plus proches des variétés complexes que des variétés

réelles;

- l'application des algèbres d'opérateurs à la théorie des nœuds;
- l'utilisation des concepts de la théorie quantique des champs dans l'analyse sur les variétés et divers domaines géométriques et topologiques. Il s'agit d'une sorte de tentative d'unification des différentes forces qui régissent l'univers à l'exemple de la mécanique quantique et de la relativité.

En analyse par exemple, on est passé des fonctions numériques d'une variable réelle à celles de plusieurs variables réelles, et même aux variables complexes. Pendant cette extension, d'autres problèmes sont nés et ont demandé à chaque fois le développement de nouvelles recherches ainsi que l'utilisation des résultats mathématiques déjà existants. Une autre grande influence a été et demeure le besoin pour les mathématicien-ne-s de quantifier les autres disciplines. La majorité des problèmes et phénomènes du monde humain ou non humain, étant de nature dynamique¹², McElroy (2004) et Sarah (2011-2012) soutiennent que la notion de systèmes (discrets, linéaires, non linéaires, différentiels, etc.) contribue largement dans ce sens; et elle reste très exploitée dans la modélisation mathématique et la simulation.

La physique se rapproche davantage de la topologie. Ainsi, le phénomène de localisation des déformations en mécanique des solides a été modélisé dans un opérateur tangent comprenant une partie locale et des conditions aux limites¹³ avant d'être simulé. La recherche sur les équations aux dérivées partielles, la modélisation et la simulation se renforcent : des travaux sur les fonctions harmoniques, sur les surfaces minimales, sur les équations stochastiques, entre autres, sont nombreux. L'une des illustrations les plus éloquentes de la dynamique interne aux mathématiques est sans doute celle qui se rapporte à la conjecture de Poincaré. Travaillant sur la sphère de dimension trois en topologie, Poincaré (1903) présume que : « **toute variété**

12. C'est-à-dire très variables, changeant avec des paramètres liés ou non à une influence humaine.

13. Les conditions aux limites constituent des techniques de résolution d'équations différentielles et d'équations aux dérivées partielles mises en place par Dirichlet et Neumann. Sur la définition, cette notion ainsi que la contribution de ces mathématicien-ne-s, on peut consulter Gowers et al. (2008) et Fischer (1994).

compact de dimension $n = 3$ (ou plus), sans bord et simplement connexe, est homéomorphe à une sphère de dimension n ». En termes plus simples, cette conjecture pourrait se traduire, grosso modo, par : « la sphère est le seul espace tridimensionnel fermé dépourvu de trous ». Cette affirmation qui concerne un problème majeur en topologie résista à toutes les tentatives de résolution jusqu'en 2003, lorsque Perelman en proposa une solution (Tummarello, 2006). Le second exemple beaucoup plus concret se rapporte aux travaux de Hales (2001 [1999]) sur l'utilisation de l'espace de façon optimale et avec un minimum de matériaux. Il a démontré mathématiquement le « théorème du nid d'abeille » précédemment connu sous le nom de « conjecture du nid d'abeille », en prouvant que contrairement aux divisions d'espace en carrés ou en triangles équilatéraux, la division en hexagones réguliers est la mieux appropriée pour partitionner un espace en parties égales avec une structure minimale. Ce résultat est aujourd'hui une ressource pour les architectes et ingénieurs en aéronautique, entre autres, qui s'en inspirent pour créer des structures qui, tout en étant solides, optimisent l'utilisation de l'espace. Dans divers domaines tels que l'informatique, la physique, la chimie, la biologie, l'histoire, les sciences ont établi au fil du temps des vérités durables; faisant ainsi l'unanimité chez tous les esprits éclairés et compétents en chacun de ces domaines. Jaspers l'avoue d'ailleurs quand il déclare que « les sciences [au rang desquelles les mathématiques] ont conquis des connaissances certaines, qui s'imposent à tous. » (1981 [1950] : 5)

Des évènements scientifiques à travers le monde

Sur un autre plan, l'Union mathématique internationale (UMI), avec le soutien de l'UNESCO, a fait de l'année 2000 l'année mondiale des mathématiques (UNESCO, 2019)¹⁴. Dans le prolongement des acquis de cette année mondiale, l'UNESCO proclame le 14 mars de chaque année comme la journée internationale des mathématiques. Celle-ci aura pour objectifs de faire mieux connaître « la place des mathématiques dans le domaine

14. Voir <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000265647>

des sciences, des technologies et de l'innovation, ainsi que le rôle de leurs applications dans la promotion de l'éducation, l'amélioration de la qualité de vie dans le monde et la réalisation des Objectifs de développement durable » (UNESCO, 2019 : 2).

L'UMI a placé l'année 2000 sous le signe de la culture et de la paix¹⁵ dans le monde, y compris dans les milieux scolaires. À cette occasion, une large réflexion a été menée sur le rôle des mathématiques comme un véritable facteur de développement. Les grands défis mathématiques du XXI^e siècle ont été énoncés, en particulier la diffusion plus acérée des mathématiques au sein du grand public, la valorisation plus concrète de leur interdisciplinarité. En outre, la question de l'importance de l'image des mathématiques au sein l'opinion publique a été abordée. Autrement dit, il est question non seulement de faire découvrir au grand public la vitalité des sciences mathématiques, mais aussi d'engager également les mathématicien-ne-s à sortir de leur tour d'ivoire pour expliquer ce qui se fait et l'enjeu de ces actions pour l'humanité.

Faire sortir les mathématiques de leur invisibilité, c'est refuser d'entretenir leur image comme arme secrète des riches et des puissants. Les faire concourir au contraire au développement de tous les peuples, comme il est possible malgré les entraves, c'est bien les inscrire dans la culture de la paix mondiale à venir. (Tronel, 2000 : 22)

Au cours de la même année, un autre évènement majeur se déroule à Yaoundé au mois de septembre de l'année 2000. Les professeurs Bitjong Ndombol (Université de Dschang), Békollé et Louka (Université de Yaoundé I) ont organisé avec le soutien de Hogbè Nlend, alors ministre camerounais de l'Enseignement supérieur, un symposium sur deux thèmes : « Statistiques pour l'agronomie » et « Mathématiques et malaria ». Répondant à la question « pourquoi l'Afrique a besoin de mathématicien-ne-s? », Bitjong Ndombol fait l'observation suivante :

15. La culture est comprise ici comme l'ensemble des connaissances acquises dans des domaines divers et spécifiquement dans le domaine des sciences et des mathématiques. On parle alors d'une culture mathématique. Quant à la paix, elle compte parmi les questions pour lesquelles la recherche en mathématique a apporté de nombreuses solutions, notamment dans le domaine militaire : armement, tactiques militaires, renseignements.

Le degré de développement d'un pays se mesure en très grande partie à sa maîtrise des sciences fondamentales et des technologies, et ce critère est tellement implacable que la présence d'énormes richesses dans son sous-sol ne modifie pas considérablement le classement d'un pays (prédominance de l'or gris sur l'or noir, l'or vert, l'or jaune...). (Bitjong Ndombol, cité par Dutertre & Békollè, 2001 : 40)

En 2007, un atelier scientifique sur le thème « Les changements climatiques : des modèles globaux aux actions locales » avait été organisé par l'Institut de recherche des sciences mathématiques à Berkeley aux États-Unis. Au cours de cet atelier, plusieurs sujets de recherche en mathématiques, pouvant contribuer à la résolution des problèmes dont les solutions auraient un grand impact sociétal, avaient été identifiés (Ziegler, 2012).

En 2012, la 4^e Conférence européenne des étudiants en mathématiques (EuroMath 2012) a eu lieu à Sofia en Bulgarie, du 21 au 25 mars. Cet événement annuel était organisé par la Société mathématique de Chypre et la fondation Thales. EuroMath met en place un forum pour les étudiant-e-s âgé-e-s de 12 à 18 ans afin qu'ils présentent, échangent et développent leurs idées, leurs créations en mathématiques dans un contexte international (Makrides, 2012).

Au cours de la même année, s'est tenu du 03 au 07 décembre, le 2^e atelier scientifique Cryptographie, algèbre et géométrie (CRAG) 2 à l'Université de Ngaoundéré, avec plus de 48 participant-e-s venu-e-s du Tchad et de six universités camerounaises. Ces ateliers qui se tiennent tous les deux ans servent de cadre d'échanges entre aux chercheur-e-s qui travaillent sur les aspects théoriques, informatiques et appliqués de l'algèbre, de la géométrie et de leurs applications en cryptographie. Grâce à ces rencontres, l'utilisation des plateformes de calcul (SAGE, GAP, etc.) connaît un essor remarquable au sein de cette communauté de spécialistes. Cela a pu permettre d'explorer de nouvelles structures mathématiques, de vérifier des conjectures, de suggérer des généralisations, tout en trouvant de nouvelles applications et en posant de nouveaux problèmes.

L'initiative *Mathematics of Planet Earth* (« Les mathématiques pour la planète Terre ») lancée en 2013 met au cœur des préoccupations les enjeux des changements climatiques et la réponse mathématique au problème. Ainsi, des recherches sont menées dans le cadre des doctorats afin de comprendre, de prédire et de dévaluer le risque pour l'humanité dans le cadre de la

lutte contre les changements climatiques. Les étudiant·e·s sont formé·e·s aux techniques mathématiques et outils informatiques utiles pour résoudre ces questions :

Un étudiant en MPT (Mathématiques de la planète Terre) du CFD (Centre de formation doctorale) recevra une formation doctorale par cohortes sur les techniques mathématiques et informatiques nécessaires pour comprendre, prévoir et quantifier les risques et les incertitudes liés aux conditions météorologiques extrêmes et au changement climatique.¹⁶ (*Mathematic of Planet Earth*, 2020, paragr. 3)

L'éducation mathématique étant une quête permanente des attitudes et des valeurs positives, la feuille de route pour la mission dévolue à cet effort mondial recommandait une fois encore :

- l'augmentation de l'engagement des mathématicien·ne·s de même que le grand public sur le rôle des mathématiques relativement aux sujets qui affectent notre planète et son futur;
- l'encouragement des chercheur·e·s à identifier et à poser des questions fondamentales relatives à notre planète et auxquelles les mathématiques pourraient contribuer à trouver des solutions appropriées;
- l'encouragement des enseignant·e·de mathématiques de tous les niveaux à traiter des sujets en rapport avec notre planète, à travers le développement de leur approche et des programmes scolaires contextualisés;
- l'encouragement des apprenant·e·s de mathématiques et chercheur·e·s débutant·e·s à poursuivre la recherche sur des sujets en rapport avec notre planète;
- la sensibilisation du grand public sur les rôles des mathématiques dans la résolution des problèmes de la planète Terre.

16. « Student in the MPE [Mathematics of Planet Earth] CDT (Centre for Doctoral Training) will receive cohort-based PhD training in the mathematical and computational technics needed to understand predict and quantify risk and uncertainty for extreme weather and climate change.”

Par ailleurs, en Afrique comme dans les autres parties du monde, diverses plateformes de recherche, de formation, de renforcement des capacités et d'échanges en mathématiques ont vu le jour à travers la création des sociétés savantes et des programmes d'éducation/formation : l'Union mathématique internationale (UMI), l'American Mathematical Society (AMS), l'European Mathematical Society (EMS), la Société mathématique de France (SMF), la London Mathematical Society (LMS), l'Union mathématique africaine (UMA)¹⁷, l'Université virtuelle africaine (UVA) et tout récemment l'African Institute for Mathematical Sciences (AIMS) avec des représentations encore appelées centre d'excellence dans plusieurs pays africains. Chaque centre d'excellence de cet institut travaille en partenariat avec la Fondation Mastercard et le gouvernement du pays d'accueil à travers son ministère compétent. AIMS vise d'une part en priorité l'amélioration des pratiques d'enseignement, d'apprentissage et d'expérimentation des mathématiques en situation de classe au secondaire, et d'autre part, l'accès et les opportunités de la formation universitaire en science, technologie, ingénierie et mathématiques (STIM), en particulier pour les filles. Dans la même logique, l'UVA est un réseau d'institutions africaines qui, en partenariat avec plusieurs universités africaines acquises à leur projet, propose de nouvelles offres de formations et de nouvelles méthodes éducatives basées sur les technologies de l'information et de la communication pour l'enseignement (TICE = TIC + Enseignement). Ainsi, l'UVA et l'AIMS œuvrent essentiellement dans la promotion de la science en général et des mathématiques en particulier à travers des programmes de recrutement, d'éducation et de formation en alternance des étudiant·e·s et des enseignant·e·s de mathématiques des lycées et collèges pour l'Afrique (Sokhna, 2006; Sokhna & Sarr, 2009; Karsenti *et al.*, 2012). Toutefois, l'UMA et ces deux structures devront malgré leur jeunesse et l'avancée de la recherche dans le domaine des mathématiques, mobiliser davantage les

17. Il s'agit d'une organisation africaine consacrée au développement des mathématiques en Afrique, fondée en 1976 à Rabat au Maroc, lors du 1er congrès panafricain des mathématiciens, avec comme 1er président le Camerounais Henri Hogbè Nlend. En 1986, cinq commissions sont créées au sein de cette structure : la commission en charge de la question des femmes africaines en mathématiques; la commission en charge de l'éducation mathématique en Afrique; la commission en charge de l'histoire des mathématiques en Afrique; la commission en charge de la recherche et de l'innovation; et la commission en charge des olympiades panafricaines de mathématiques. Voir www.africamathunion.org.

ressources humaines, matérielles et financières nécessaires à leur développement afin de se faire aussi une place visible parmi les sociétés savantes.

Dans cette mouvance de développement de la recherche mathématique dans diverses régions du monde, l'Afrique n'est pas restée en marge. À travers l'histoire, une grande contribution d'ordre épistémologique des mathématiques africaines s'est faite à travers l'ethnomathématique¹⁸. Le terme « ethnomathématique » est utilisé pour exprimer les relations entre culture et mathématique :

Nous appellerons **ethnomathématiques**, les mathématiques qui sont pratiquées au sein de groupes culturels identifiables; des groupes tels que les sociétés tribales nationales, les groupes de travail, les enfants d'une certaine tranche d'âge, les classes professionnelles, etc.¹⁹ (D'Ambrosio, 1985 : 45)

Le patrimoine mathématique riche de l'Afrique et l'apport pluriséculaire des Africain-e-s au développement des mathématiques sont incontestables au sein de la communauté scientifique (Traoré & Barry, 2007).

Aujourd'hui encore, certains pays d'Asie et de l'Extrême-Orient deviennent résolument émergents grâce à la science en général et particulièrement aux mathématiques et à la technique. Ces deux domaines se sont facilement déployés dans ces pays pour diverses raisons au rang desquelles l'existence d'un environnement psychosocial aménagé, approprié et propice à cet effet. Cet environnement se caractérise par l'existence et la promotion d'un profil mental de défi et de dépassement de soi, de discernement, de recherche du développement et de l'innovation; bref, d'une mentalité et d'un esprit scientifique.

18. C'est un vaste programme de recherche transdisciplinaire et transculturelle en histoire et philosophie des mathématiques.

19. Traduction de : « We will call ethnomathematics the mathematics which is practised among identifiable cultural groups, such as national-tribal societies, labor groups, children of a certain age brackets, professional classes, and so on. »

Aujourd'hui, les mathématiques ont largement dépassé la conception selon laquelle seuls les faits logique et formel sont d'ordre mathématique. Elles sont inscrites dans la nature même. Et pour s'en convaincre, il suffit d'observer le fonctionnement de l'univers, comme l'avait écrit Galilée.

La philosophie est écrite dans cet immense livre qui se tient toujours devant nos yeux, je veux dire l'Univers, mais on ne peut le comprendre si l'on ne s'applique d'abord à en comprendre la langue et à connaître les caractères avec lesquels il est écrit. Il est écrit dans la langue mathématique et ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques, sans le moyen desquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot. Sans eux, c'est une errance vaine dans un labyrinthe obscur. (Galilée, cité par Chauviré, 1980 : 141)

Pour le savant italien, la nature est un immense livre qui renferme en son sein tous les savoirs (ici, la philosophie). Ces savoirs ne peuvent être compris qu'à condition que l'on sache lire ou déchiffrer les symboles de la nature qui sont analogues aux symboles mathématiques. On voit apparaître ici, l'idée d'un discours mathématique crypté, et en même temps la nécessité d'une appropriation de la métalangue (« on ne peut le comprendre si l'on ne s'applique d'abord à en comprendre la langue et à connaître les caractères avec lesquels il est écrit. ») fait de termes et de symboles spécifiques (« des triangles, des cercles et autres figures géométriques. »). Ainsi, la connaissance de l'univers suppose au préalable un effort de déchiffrement de la langue à travers laquelle il est exprimé. Cet effort, qui aboutit à la mise en place des concepts opératoires, des théorèmes et des théories, obéissant à des règles des plus rigoureuses possibles, va devenir au fil des siècles un modèle sur lequel vont s'appuyer de nombreuses disciplines scientifiques pour se développer.

Quelques tendances innovatrices

De nombreux problèmes de mathématiques trouvent leur importance dans l'intérêt qu'ils suscitent pour leur résolution et dans le développement des théories profondes qu'ils entraînent. Les questions sur les tendances et perspectives à venir en sciences, et singulièrement en mathématiques, ne sont pas nouvelles, elles restent d'actualité (Baumann, 2004-2005). Au regard

des priorités contextuelles (Vergnaud, 1982), il est important aujourd'hui de discuter de ces questions afin de distinguer parmi les problèmes, ceux qui peuvent mener à des résultats probants et plus utiles dans l'avenir. Nous présenterons à la fois quelques questions abordées dans la recherche fondamentale en mathématiques et quelques autres relevant de la recherche appliquée.

On peut distinguer quelques grandes tendances avec un certain nombre d'implications. Il est certain que les problèmes changent et ne sauraient être posés de la même manière; des problèmes nouveaux naissent et concernent la nature et la méthodologie de l'enseignement des mathématiques et surtout la nature de ce que l'on cherche au bout du compte, c'est-à-dire les solutions, qu'elles soient exactes ou non.

S'agissant des théories fondamentales, relevons que l'histoire des mathématiques tient une place non négligeable à adjoindre à la didactique de cette discipline d'autant qu'elle est nécessaire à la formation des enseignant·e·s. Une présentation sommaire (et si possible sous forme d'un exposé) de l'histoire des mathématiques fondée sur la construction de grands concepts et théories mathématiques peut se révéler utile à leur assimilation (De Guzman, 1988; Baumann, 2004-2005). Cette tendance à l'histoire s'accompagne de plusieurs désirs : le désir d'enrichir le vocabulaire des apprenant·e·s avec les formes d'expression; de mieux contextualiser l'activité de recherche afin de bénéficier au maximum du développement de l'imaginaire humain à travers des interrogations adaptées aux contextes, captivantes et sources d'arguments; de mieux transposer le savoir enseigné et les méthodes d'enseignement du savoir; de mieux faire approprier les concepts (faire connaître les « crises » ayant provoqué le développement ou l'amélioration des concepts); et de mieux respecter la genèse des connaissances (avoir un regard sur la façon de concevoir et de relativiser les erreurs). La connaissance de la genèse des différentes notions, du type de problèmes ou de difficultés qu'elles contribueraient à résoudre et des obstacles qui ont surgi pendant leur construction, peut permettre à tout·e apprenant·e de mieux cerner ces notions (Vergnaud, 1982).

Cependant, il convient de rappeler avec Poincaré qu'« en mathématiques, la rigueur n'est pas un tout, mais sans elle il n'y a rien; une démonstration qui n'est pas rigoureuse, c'est le néant » (1908 : 27). Pour lui, c'est désormais l'économie de la pensée que l'on devrait viser. Il s'agit par exemple de répéter

un raisonnement, un modèle ou un algorithme déjà fait en quelques lignes, sans pour autant rien sacrifier de la rigueur qui le sous-tend; même si certain·e·s mathématicien·ne·s continuent à développer une métalangue beaucoup plus abstraite et formalisée avec une volonté pratique profonde.

Depuis plusieurs décennies, une interaction tout à fait surprenante dans certains domaines est en train de s'établir entre les mathématiques et les autres disciplines scientifiques. En physique théorique par exemple, l'avènement de la mécanique quantique constitue, de ce point de vue, un fait important : une particule est une représentation de la notion de groupe; la gravité en théorie de la relativité est une propriété géométrique de l'espace-temps. Certains résultats mathématiques se démontrent par le biais de la physique, notamment en géométrie et en topologie. Le mathématicien-physicien Witten²⁰ a réussi, il y a une vingtaine d'années, à trouver, sans démonstration exclusivement mathématique, mais simplement à partir d'une intuition physique, des propriétés topologiques tout à fait remarquables dans la théorie quantique des champs. En achevant la démonstration du grand théorème de Fermat en 1994, le mathématicien anglais Andrew Wiles a mis fin à plus de 350 ans de recherche et ouvert ainsi la voie à la démonstration de nombreux autres problèmes mathématiques restés non résolus (Darche, 1993).

De nouvelles théories mathématiques sont nées et connaissent déjà d'importants succès. On peut citer : la théorie de la décidabilité en algèbre universelle, celle de la complexité de calcul qui traite des mathématiques effectives et dans lesquelles les objets qu'on manipule doivent être construits par des algorithmes (suites finies d'instructions). Les mathématiques discrètes, quant à elles, sont nées et se développent pour ces finalités. Ici, on s'intéresse non plus à des propriétés mathématiques en général, mais à des propriétés qui s'écrivent avec un nombre fini de symboles en un temps fini. Elles sont beaucoup plus liées aux machines telles que les ordinateurs, capables de traiter une masse d'informations.

20. Edward Witten, mathématicien-physicien américain, lauréat de la médaille Fields en 1990.

Sur le plan des théories appliquées, les secteurs des technologies et des industries bénéficient largement des résultats de la recherche mathématique. Dans l'industrie par exemple, tous les problèmes de contrôle optimal sur la gestion et la stabilisation d'une structure, de calcul scientifique avec les essais non destructifs par ordinateur (dans les industries automobiles par exemple), de la théorie du signal (dans les industries de télécommunication), de la théorie du krigeage²¹ en géostatistique et de la simulation des gisements dans les industries pétrolières sont aujourd'hui des théories ayant des fondements essentiellement mathématiques.

Le développement de la théorie des ondelettes²² avec Meyer a pris le dessus sur la théorie de Fourier²³ pour devenir un outil de travail nouveau et performant dans les compagnies pétrolières et le traitement des signaux. Il y a de nombreux autres exemples de théories mathématiques fondamentales qui ont donné lieu à des applications (Perrin, 2004) :

- les nombres premiers et le chiffrement Rivest – Shamir – Adleman (RSA);
- les imaginaires et leur utilisation en électricité;
- la géométrie riemannienne et la relativité;
- les espaces de Hilbert et la mécanique quantique;
- la logique et l'informatique;
- le mouvement brownien et la finance.

21. Du nom de son inventeur Daniel Gerhardus Krige (1919-2013), ingénieur minier sud-africain, précurseur dans le champ de la géostatistique.
22. La transformée en ondelettes est une méthode mathématique développée dans les années 1980 par Yves Meyer, fondée sur un ensemble de fonctions de base différentes des fonctions sinusoïdales utilisées dans la méthode de Fourier, qui remplace avantageusement la transformée de Fourier dans certaines situations. À travers le standard international JPEG-2000 pour la compression d'images, ces ondelettes ont actuellement envahi tous les domaines de l'image, de l'internet aux appareils photos numériques et se dirigent vers les satellites.
23. Jean Joseph Fourier (1768-1830), mathématicien français connu pour la découverte des séries trigonométriques qui portent son nom, les séries de Fourier. Il utilisa ces séries pour exprimer toutes fonctions continues ou discontinues comme somme d'une série infinie de fonctions sinus et de cosinus de la forme $\sin(ax)$ ou $\cos(ax)$, chacune affectée d'un certain coefficient.

Dans le domaine des finances et de l'actuariat, les techniques probabilistes et statistiques connaissent un véritable engouement aujourd'hui dans la gestion prévisionnelle de l'assurance, de la banque et de la finance (Le Borgne, 1995). *L'actuaire* utilise des outils mathématiques comme les tests d'hypothèses ou d'efficacité pour estimer au plus juste degré, dans un contexte des marchés de plus en plus concurrentiels, les risques liés à un contrat d'affaires, à une campagne commerciale, au lancement d'un nouveau produit. Dans le cadre d'un contrôle de gestion ou d'inspection, les théories d'échantillonnage pourraient être sollicitées. Au cours des vingt dernières années, l'on a pu observer les bouleversements des systèmes financiers de par le monde. La crise bancaire et financière de 2008 ayant considérablement affecté les économies d'un certain nombre de pays puissants, les spécialistes de la finance ont été contraints de revoir leurs modèles en accordant encore plus de place à l'efficacité des outils mathématiques²⁴.

Au total, un certain nombre d'évolutions sont en cours ou vont s'imposer, aussi bien dans les pratiques en vigueur qu'en ce qui concerne la formation. Les formateurs sont notamment amenés à mettre l'accent sur les statistiques, et à faire travailler les étudiants sur une vision du risque quantitatif global. Cet aspect est désormais central. Certains enseignements ont été renforcés : la régulation, le risque du marché. (El Karoui, 2013, paragr. 17).

De même, le secteur industriel a besoin d'un nombre sans cesse croissant de mathématicien-ne-s et non plus seulement d'ingénieur-e-s, car à un niveau élevé, l'activité industrielle est bien plus proche de la recherche. Que ce soit dans le domaine de la production de l'énergie, celui de l'aéronautique, de la production pétrolière ou même celui de la pharmacie, les modèles mathématiques sont présents. Pour de Rocquigny, « la coopération idéale, c'est quand des mathématiques innovantes sont mises au service d'une vraie question industrielle. Cela suppose que l'entreprise accepte de transmettre aux chercheurs ses véritables données » (cité par Lucas, 2011, paragr. 2).

24. Pour minimiser les risques d'explosion des modèles mathématiques, il convient de souligner la nécessité d'introduire dans le cours initiation à la recherche en mathématiques (niveau master et plus), la notion d'éthique et la responsabilité de la recherche vis-à-vis de la société. Cette question peut très bien être intégrée au concept de justice cognitive que nous avons abordé dans la sous-section 1.3.1.

Le secteur de l'environnement quant à lui développe également un besoin important de spécialistes en botanique, en chimie et même en géographie imprégnées de mathématique. Ces personnes cherchent à améliorer les programmes de traitement des déchets toxiques, à étudier la vitesse de dégradation de la couche d'ozone afin de réduire ses effets sur la faune et de la flore et d'optimiser les programmes de gestion des problèmes d'urbanisation. Les travaux de l'équipe MPE évoqués plus haut sont assez éloquents à ce sujet. On y trouve des résultats d'études sur la dynamique de la fonte des glaces, la mesure de la variation des précipitations et sur la modélisation mathématique du paludisme en rapport avec le changement climatique entre autres (Kaper & Roberts, 2019). Concernant le paludisme et d'autres épidémies, les travaux réalisés par Kamgang (2003) sur les modèles épidémiologiques montrent à suffisance le rôle central des mathématicien-ne-s dans la recherche des solutions aux problèmes de santé humaine²⁵.

L'on remarque également aujourd'hui que l'activité mathématique n'est pas seulement destinée à l'enseignement. Elle est en train de devenir une affaire très rentable (Mela, 1993). À travers sa branche informatique par exemple, les mathématiques avec l'intelligence artificielle développent des techniques comme la construction des systèmes experts pour rester davantage au service des autres disciplines. De nouveaux outils essentiellement informatiques accompagnent désormais l'homme dans ses diverses actions journalières. Il ne s'agit pas seulement des encyclopédies, mais surtout des outils mathématiques tels que les algorithmes, les applications pour aider les machines à « raisonner ». Ces innovations technologiques globalement appelées « e-services » se distinguent dans leur dénomination par les préfixes *e-* pour *electronic*, *i-* pour *intelligent* ou *m-* pour *mobile* qui précèdent généralement leurs dénominations. C'est ainsi que l'on a des *e-mail* (courrier électronique), *e-health* (télémédecine), *e-voting* (vote électronique), *i-voting* (vote par internet ou vote en ligne), *e-commerce* (commerce électronique ou en ligne), *e-business*, *e-government* (administration en ligne), *e-book* (livre électronique), *m-learning* (pour faciliter les études aux apprenant-e-s qui pourront désormais accéder à des

25. De nombreux travaux ont été réalisés au Cameroun sur cette question. Békollè (2019) en donne un aperçu historique et synthétique.

bibliothèques via l'électronique), *m*-voting (vote par téléphone mobile), *e*-whiskers ou *e*-moustaches (des capteurs pouvant permettre à des robots de se mouvoir dans des milieux avec obstacles), *e*-profile (comportement ou image en ligne). Bref, des *e*-services pour une *e*-société.

Des structures comme les centres d'étude et apprentissage des mathématiques, le « *mathematics learning centre* » et les cabinets de « *consulting* » en mathématique (Mela, 1993) existent dans certains pays avancés. Ils connaissent déjà une expansion à travers d'autres pays en voie d'émergence dans le monde. Ce sont des sortes de cabinets-conseils spécialisés en sciences mathématiques qui offrent aux publics divers services comme le coaching en mathématiques, le traitement et l'analyse des bases de données, la programmation linéaire ou complexe, l'économétrie, la formation en informatique et même les cours de soutien. Entre-temps, les fameux « répétiteurs » de mathématiques font d'assez bonnes affaires auprès des parents d'élèves. Au Kamerun par exemple, de jeunes et ancien-ne-s étudiant-e-s des filières scientifiques s'organisent en groupes d'étude pour préparer, à faible coût pendant un ou deux mois, leurs jeunes frères et sœurs aux concours d'entrée dans certaines facultés et grandes écoles du pays.

Compte tenu des grandes possibilités qu'offrent les mathématiques, il est certain que son champ d'action est incroyablement vaste, bien vivant et très fécond. On comprend dès lors que cette discipline est une ressource intellectuelle et stratégique non épuisable pourvu que l'on sache la cultiver, l'entretenir et la transmettre aux générations futures. Elle est même dotée de valeurs écologiques sur lesquelles il faudrait compter pour amorcer la voie d'un développement inclusif et durable. Pour nous, deux cas de figure pourraient se poser à l'Afrique. D'une part, il y a le manque de ressources humaines (mathématiciens et mathématiciennes) dans un contexte où les sujets de réflexion en mathématiques foisonnent. Le rapport de 2017 de la Fondation pour le renforcement des capacités en Afrique souligne un manque de professionnels dans les disciplines des sciences et des mathématiques : « L'Afrique connaît un déficit de 4,3 millions d'ingénieurs et 1,6 million de scientifiques et de chercheurs en agriculture. » (ACBF, 2017 : 9); d'autre part, l'emprise grandissante des sciences, avec ses nouvelles applications technologiques, sur nos modes de vie sans que nous n'ayons de contrôle ni sur leur chaîne de production ni sur les effets potentiellement nocifs qu'elles peuvent avoir vis-à-vis de nos sociétés, nos

cultures et nos traditions. Il devient évident que le déficit de mathématicien-ne-s aggrave la difficulté à examiner des problèmes mathématiques qui pourraient affecter de façon significative les problématiques de développement de l'Afrique. Un choix efficient de l'orientation de la recherche devrait permettre à l'Afrique de mener une réflexion de nature scientifique et éthique nécessaire pour repérer et repousser les limites de cette emprise.

Au terme de ce chapitre, nous avons essayé de situer les mathématiques dans l'univers complexe de la connaissance en faisant ressortir ses caractères subtils et incontournables : subtils, parce que les mathématiques sont une discipline dotée d'une langue et des objets singuliers élaborés de manière ingénieuse; incontournables parce qu'elles sont au cœur de la vie humaine et elles servent de modèles aux autres disciplines scientifiques. En fait, les mathématiques sont une discipline qui se renouvelle de manière permanente et qui s'enrichit au contact de la société et des sciences diverses. La connaissance de cette discipline n'est jamais totalement épuisée; et parmi ses nombreux résultats, certains attendent encore de trouver des applications quand ils ne sont pas simplement abandonnés (Dyson, 1972). Si la plupart des pays européens, d'Amérique et d'Asie, suite aux progrès scientifiques et technologiques soutenus par de grandes recherches se sont développés au lendemain des deux grandes guerres mondiales, ceux de l'Afrique gagneraient à s'efforcer de rattraper leur retard, et, pourquoi pas les dépasser. Pour y parvenir, il faut sans doute se débarrasser d'un certain nombre de préjugés et de complexes. Le travail de transformation des représentations négatives en images positives devra cibler prioritairement les jeunes; ceux-là et celles-là mêmes qui sont des fêrue-s de nouvelles technologies – amplifiées par les outils mathématiques – mais en même temps réfractaires aux mathématiques. Et pour mieux comprendre comment ça marche, dévoilons quelques possibilités humaines qui ont été atteintes grâce à un enseignement contextualisé et réaliste des mathématiques, ainsi qu'à des discussions interdisciplinaires.

III. INTERACTIONS DES MATHÉMATIQUES AVEC D'AUTRES DISCIPLINES

Introduction

La représentation des objets et des phénomènes physiques par un discours mathématique abstrait, structuré et formalisé a fait des mathématiques un outil puissant et privilégié qui offrit aux sciences un essor prodigieux. Elles sont devenues ainsi un « langage » pour presque toutes les sciences. Autrement dit, les mathématiques ont permis d'introduire la mesure et la rigueur dans l'explication des phénomènes naturels dans diverses disciplines. Elles ont donné aux savants et savantes le moyen de prédire et de créer de nouvelles lois.

La langue mathématique, de par son emploi, est connue et pratiquée des physicien·ne·s, des biologistes, des chimistes, des linguistes, des psychologues, des économistes... La biologie utilise les modèles mathématiques, le calcul des probabilités pour étudier la distribution statistique des caractères héréditaires dans la génétique mendélienne. La psychologie et la sociologie traduisent les résultats de leurs tests et enquêtes par des statistiques mathématiques. Les linguistes utilisent les modèles mathématiques pour décrire les langues et des outils mathématiques pour recueillir, enregistrer et classer les données.

Toutefois, cette influence des mathématiques dans les autres disciplines ne doit pas laisser croire que les mathématiques se suffisent à elles-mêmes et qu'elles ne sont pas pénétrées par les autres sciences. Le propos de Descartes que nous avons placé à l'ouverture de ce chapitre souligne effectivement l'existence des liens entre les savoirs. Si aujourd'hui l'approche encyclopédique a cédé la place à la disciplinarisation/parcellisation des

Il faut donc se convaincre que toutes les sciences sont tellement liées ensemble, qu'il est plus facile de les apprendre toutes à la fois que d'en isoler une des autres. Si quelqu'un veut chercher sérieusement la vérité, il ne doit donc pas choisir l'étude de quelque science particulière : car elles sont toutes unies entre elles et dépendent les unes des autres...

(Descartes, cité par
Cunningham, 1989 : 78)

sciences¹, de plus en plus, des voix s'élèvent pour revendiquer la mise en place de « ponts » entre les disciplines, au nom de l'*interdisciplinarité*. Ces voix nous semblent en toute harmonie avec celle de l'UNESCO. Des propositions de Morin (1999), à la demande de cette institution, sont organisées en sept chapitres qu'il appelle « savoirs » et consignées dans son essai intitulé *Les sept savoirs nécessaires à l'éducation du futur*. Le deuxième chapitre de cet ouvrage, les principes d'une connaissance pertinente², l'auteur recommande une *approche transdisciplinaire* ou polydisciplinaire nécessaire si l'on veut aider les apprenant·e·s à saisir les problèmes contemporains dans toute leur globalité et leur complexité; bref une approche qui permet de saisir « ce qui est tissé ensemble » (Morin, 1999 : 19).

Dans cette volonté, et s'agissant du domaine de l'éducation spécifiquement, la question du rapport entre l'apprentissage scolaire et l'apprentissage dans la vie s'est posée de façon accrue.

Apprendre la vie, ce n'est pas apprendre comme on le fait à l'école. Ce qui distingue l'école et « la vie », c'est aussi la nature de cette activité que l'on nomme apprendre. À l'école, apprendre c'est écouter le professeur et retenir ce qu'il a expliqué – parfois, le regarder et retenir ce qu'il a montré. Apprendre par la vie, dans la vie, c'est en faire l'expérience ou l'observer, et réfléchir. (Charlot, cité par Niclot & Aroq, 2006 : 1)

L'enfant baigne donc dans un milieu fait de savoirs de différents ordres, mais qui sont liés et font sens. Aussi, créer des passerelles entre les disciplines scolaires, c'est rapprocher l'apprentissage scolaire de l'apprentissage de la vie. La question fondamentale, selon Méride Cidalise-Montaise, est : « en quoi certaines situations pédagogiques peuvent-elles faire contrepois aux effets de la parcellisation institutionnalisée des savoirs sur l'élève? » (2015 : 53). La réponse à une telle question ne saurait venir de chaque discipline scolaire prise individuellement, mais davantage d'une prise en compte, de manière conjointe, des points d'intersection entre les différentes disciplines.

1. L'enseignement aujourd'hui, dans un contexte de modernité, tend à cloisonner et à compartimenter les savoirs, ainsi qu'à autonomiser les techniques de résolution des problèmes humaines au mépris des conditions contextuelles et identitaires.
2. Christian Morin définit le concept de connaissance pertinente utilisé par Edgar Morin (1999), comme « une connaissance intégrée à un réseau qui permet d'en voir la globalité, les multiples dimensions et la complexité » (Morin, 2004 : 35).

Si une telle réflexion a été menée, puis des expérimentations faites, dans certains continents, elle reste encore peu discutée dans les écoles africaines. Au Kamerun par exemple, les nouveaux programmes scolaires de 2013 sont certes regroupés en six domaines d'apprentissage, mais la connexion entre les différentes matières manque :

Un domaine d'apprentissage pour sa part a pour fonction principale d'intégrer un ensemble de programmes d'études présentant des affinités afin de décloisonner les matières scolaires et de favoriser l'interdisciplinarité nécessaire au développement de nombreuses compétences effectives. (MINESEC, 2012 : 4)

Ces nouveaux curriculums s'intéressent plus à l'approche pédagogique basée sur les compétences avec entrée par les situations de vie qu'au décloisonnement des disciplines scolaires et à la notion d'« interdisciplinarité ». Les enseignant·e·s sont sensibilisé·e·s lors des séminaires qui, malheureusement, vont rarement plus loin que la lecture des programmes officiels et son application. On ne dispose pas de propositions fortes et concrètes visant à implémenter cette interdisciplinarité³ qui s'impose à nous, au fil de l'évolution du monde.

L'interdisciplinarité est, en effet, une question essentielle dans la réflexion contemporaine sur l'utilité sociale des savoirs scolaires. La compréhension par les élèves du monde dans lequel ils vivent, caractérisé par l'émergence d'une société du savoir et par une complexité croissante, s'accommode mal d'une appréhension par les disciplines cloisonnées qui souvent s'ignorent. (Nicolot & Aroq, 2006)

L'interdisciplinarité dont nous parlons ici est dite *interdisciplinarité scolaire*. Elle se distingue, comme le soulignent Lenoir & Sauvé (1998), de l'*interdisciplinarité scientifique*⁴. Elle se conçoit comme « la mise en relation de deux ou de plusieurs disciplines scolaires qui s'exercent à la fois sur les plans curriculaire, didactique et pédagogique et qui conduit à l'établissement des liens de complémentarité ou de coopération. » (Lenoir & Sauvé, 1998 : 12).

3. Je mène actuellement des recherches sur ce sujet en collaboration avec des enseignant·e·s de langues.

4. Pour Lenoir et Sauvé (1998), l'interdisciplinarité scientifique vise la production des nouveaux savoirs; tandis que l'interdisciplinarité scolaire a pour objectif de former des acteurs sociaux et des actrices sociales dans une perspective éducative.

En fait, la réflexion sur les relations entre les disciplines a conduit à la mise en place d'un certain nombre de concepts dont il convient de préciser le sens. Suivant Lenoir et Hasni (2015), on distingue la *monodisciplinarité* qui désigne le recours à une seule discipline, la *multidisciplinarité* qui est le fait de recourir à deux ou plusieurs disciplines sans en préciser les relations, la *pluridisciplinarité* qui est une juxtaposition de deux ou plusieurs disciplines, et enfin, l'*interdisciplinarité*, « expression générique pour désigner toutes les formes de liens qui peuvent se dessiner entre les disciplines »⁵ (2015 : 13). Cette dernière comporte une forme particulière qui est l'*intradisciplinarité*, renvoyant aux interactions qui se font à l'intérieur d'un même champ disciplinaire.

Sur le terrain, nous pensons que la mise en place effective de l'approche interdisciplinaire au sein d'un établissement nécessite une réorganisation synchronique à la fois administrative et pédagogique des activités. Au-delà des actions individuelles que mènera chaque enseignant·e pendant ses séances de cours, il faudrait, pour les disciplines convoquées :

- fédérer les actions des élèves au sein des clubs et celles des enseignant·e·s au sein des conseils d'enseignement et des chantiers d'innovations pédagogiques pour mieux voir les liens;
- mener conjointement les activités monodisciplinaires (isolées dans le cadre d'une discipline) et les activités interdisciplinaires (en groupe avec d'autres disciplines);
- fixer des plages horaires hebdomadaires et d'activités pour la mutualisation ou mise en commun des ressources et des résultats des travaux monodisciplinaires;
- prévoir une journée ou une semaine d'interdisciplinarité scolaire qui, comme les autres journées (nationale ou internationale)⁶, sera célébrée à l'échelle des classes, des filières ou même des établissements. À cette

5. Toutefois, les auteurs préféreraient le terme « polydisciplinarité » parce que moins ambigu. Ceci d'autant plus que, interdisciplinarité désigne, au sens strict, les interactions effectives établies entre deux ou plusieurs disciplines, concernant leurs concepts, leurs démarches méthodologiques, leurs techniques (Lenoir et Hasni, 2015). En ce qui nous concerne, les activités interdisciplinaires ne se limitent pas aux aspects formels ou méthodologiques; elles doivent pouvoir se développer également à travers la sélection des thèmes fédérateurs pourvu qu'ils soient en relation avec le contexte d'apprentissage.

occasion, la promotion de l'approche interdisciplinaire scolaire sera renforcée et les résultats obtenus par les compétences mobilisées seront présentés aussi bien à l'administration scolaire qu'au grand public;

- adopter éventuellement une bonification en termes de note de classe pour les apprenant-e-s en cours de scolarité. Cet aspect représente un enjeu important.

Il est vrai que ces réaménagements, qui en amont devraient bénéficier de l'aval des pouvoirs publics compétents, affecteront aussi bien les programmes d'enseignement que de la vie scolaire.

Pour le cas de cinq champs disciplinaires relevant de notre choix et incluant les trois catégories de notre sériation, nous proposons de visualiser les différentes conceptualisations à travers le schéma suivant :

6. Journée internationale de la langue maternelle (21 février), journée mondiale des enseignants (05 octobre), journée nationale de promotion du matériel didactique fabriqué à partir des matériaux locaux et de récupération, semaine nationale de promotion du bilinguisme, journée mondiale de la philosophie (3e jeudi de novembre), etc.

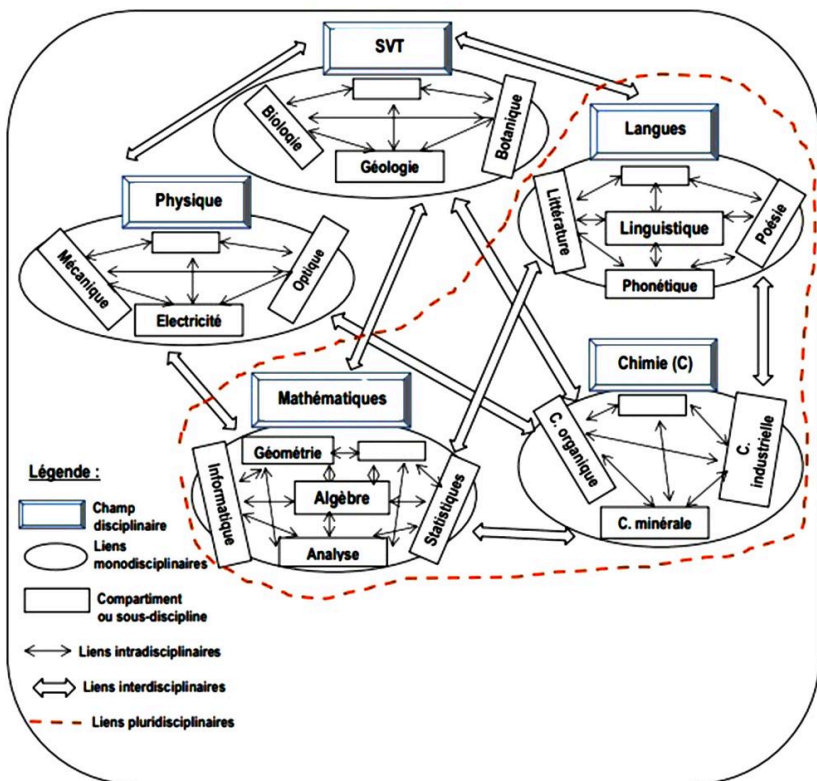


Figure 4 : Conceptualisation des liens dans un contexte polydisciplinaire.

Sans toutefois répondre explicitement au problème d'opérationnalisation de cette interdisciplinarité dans la recherche et l'enseignement, en faisant ressortir notamment les modalités pratiques et les entraves, nous présentons de façon synoptique le principe et le processus d'interactions des mathématiques avec les autres disciplines.

Principe et processus d'interactions des mathématiques avec d'autres disciplines

La recherche en mathématiques a actuellement atteint un niveau incroyablement élevé pour le commun des humains que la diversité des résultats obtenus, les théories, les concepts. Bref, le vocabulaire mathématique a fait l'objet de dictionnaires issus de différentes collections. L'*Encyclopædia Universalis* « se veut ainsi le reflet du foisonnement et de l'enchevêtrement de diverses disciplines mathématiques » (*Dictionnaire des mathématiques*, 1997 : 8). La notion d'interdisciplinarité est vivante dans le domaine des mathématiques. « Comme le soulignait souvent Jean Dieudonné, c'est cette *interdisciplinarité* interne qui fait la force et l'originalité des mathématiques contemporaines. » (*Dictionnaire des mathématiques*, 1997 : *ibid.*). Dans leur développement, les mathématiques se sont ouvertes aux autres disciplines à travers des interactions dont le mode opératoire et le mécanisme fonctionnel sont singuliers pour chaque domaine (Greenwald & Thomley, 2012).

Principe d'adaptation du modèle mathématique avec le monde réel

Des interactions existent entre les ramifications des différentes branches des mathématiques et entre les mathématiques et les autres disciplines. Dans le second cas de figure qui est plus observable aujourd'hui, les chercheur·e·s travaillant dans les autres disciplines étudient ce que Descartes appelle le « monde réel »; celui-ci, par essence, est opposé au monde mathématique qui, lui, est intelligible et est fait majoritairement de notions abstraites comme les angles, les fonctions, les points, les nombres...

Hurley (1980 : 493-495) consacre quelques pages aux interactions entre les mathématiques et les autres disciplines. Selon lui, les chercheur·e·s désirent établir, dans leur domaine de travail, des lois qui puissent expliquer ou régir les informations et les données qu'ils récoltent lors de leurs travaux, réalisés dans le monde réel. De telles lois prennent la forme d'énoncés mathématiques (équations, théorèmes, formules, propriétés, règles) relativement à un modèle mathématique conséquent avec des paramètres reflétant, dans la mesure du possible, le phénomène réel étudié : son mécanisme de fonctionnement, sa dynamique dans l'espace et dans le temps, entre autres. Ce modèle est souvent un système mathématique abstrait contenant, autant que faire se peut, toutes les variables essentielles existant dans l'arrière-plan (Hurley, 1980).

Ensuite, par un travail purement mathématique sur ce modèle, les mathématiciens et les mathématiciennes peuvent obtenir des résultats à condition qu'ils/elles disposent des outils adéquats pour y parvenir. L'interprétation de ces résultats, dans le monde réel, peut permettre de faire des prédictions sur le comportement ultérieur du phénomène. La comparaison de ces prémonitions avec les résultats empiriques permet de mesurer alors le degré avec lequel le modèle mathématique capte l'essence de la situation réelle du phénomène étudié. Selon Hurley (1980), deux cas de figure se présentent :

Si les prédictions correspondent presque parfaitement aux résultats expérimentaux, alors le modèle sera adopté et ses résultats seront appelés **lois**¹ du champ externe. Si les prévisions sont faiblement corrélées avec les résultats expérimentaux, alors un modèle révisé ou affiné peut être construit, sous réserve peut-être d'être encore affiné après une nouvelle expérimentation². (Hurley, 1980 : 394)

Ainsi, si les résultats prévisionnels sont en corrélation parfaite avec les résultats expérimentaux, alors ce modèle mathématique sera adopté par les chercheurs et les chercheuses de la discipline concernée. Dans le cas où

1. C'est l'auteur qui souligne.

2. « If the predictions correlate almost perfectly with the experimental results, then the model will be adopted and its results will be called laws of the external field. If the predictions correlate poorly with the experimental results, then a revised or refined model may be constructed, subject perhaps to still further refinement after additional experimentation. »

la corrélation entre les deux types de résultats est faible, un autre modèle plus élaboré et plus fin doit être construit en multipliant davantage les expériences.

Hurley (1980) résume les deux situations à travers le schéma ci-après.

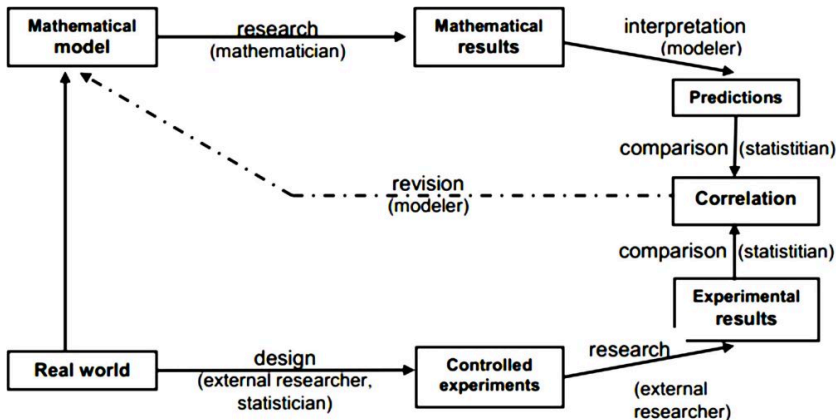


Figure 5 : Processus d'adaptation du modèle mathématique avec le monde réel selon Hurley.

Cette représentation schématique présente un intérêt capital pour la MCA dans la mesure où elle établit des liens solides entre le modèle mathématique et le monde réel. Cependant, un aspect semble être écarté par Hurley. L'idée qu'une faible adéquation entre les résultats du modèle et la réalité peut conduire à une compréhension erronée selon laquelle l'élaboration et la prolifération des théories se font de manière isolée. Or, il faut appréhender ces relations en termes de perfectionnement, d'amélioration, d'effacement des « lacunes » du modèle (Khun, 1972). Nous pensons donc qu'il faut insister sur les liens, les filiations épistémologiques entre différents théories et modèles. Sans cet aspect, on perdrait une part importante d'informations sur la construction des connaissances et le développement cognitif : les savoirs mathématiques ne naissent pas d'eux-mêmes, ce sont des constructions de l'esprit humain. Il convient également de présenter avec précision les éléments qui entrent en jeu dans les interactions, notamment le monde réel, dans lequel les observations du phénomène étudié sont faites, et le modèle mathématique, qui relève du monde intelligible. Le modèle mathématique étant construit à partir des

informations issues du phénomène du monde réel, il serait plus intéressant de disposer en interaction, d'une part, les deux ensembles (monde réel et monde intelligible); et d'autre part, les objets appartenant à chacun des deux ensembles (phénomène réel et modèle mathématique). De plus, le schéma de Hurley (1980) nous laisse visiblement dans une impasse lorsqu'il y a corrélation parfaite entre les prédictions et les résultats expérimentaux. Il serait important d'indiquer un emplacement (cadre) qui montre le résultat (modèle) final qui fera office de loi dans le domaine réel. Il convient de remarquer qu'ici, le développement des modèles mathématiques a créé un meilleur cadre de réflexion qui, à son tour, a permis la synthétisation des lois, leur regroupement et la trouvaille d'une certaine unité entre elles.

Par ailleurs, l'inadéquation entre le modèle mathématique et le monde réel ne se résout pas toujours par l'édification de nouveaux modèles mathématiques. En effet, on peut partir de la mise en pratique des paramètres du modèle en réexaminant leur fonctionnement dans le monde réel. Le cheminement pourrait donc être représenté sous la forme d'une bifurcation qui a pour point de départ le monde réel, puis l'élaboration du modèle mathématique, suivie des résultats obtenus; arrivée à ce niveau, deux chemins se fraient : soit le retour vers le modèle (Hurley, 1980), soit le retour au monde réel. Notre proposition consiste à considérer prioritairement ce dernier chemin. De manière concrète, en recourant à ce chemin, cela nous permet de résoudre des problèmes tels que la mauvaise formulation d'un problème, l'omission d'un paramètre, etc.

En reprenant les grands traits du schéma de Hurley, nous proposons ci-dessous une configuration enrichie de nos propres expériences.

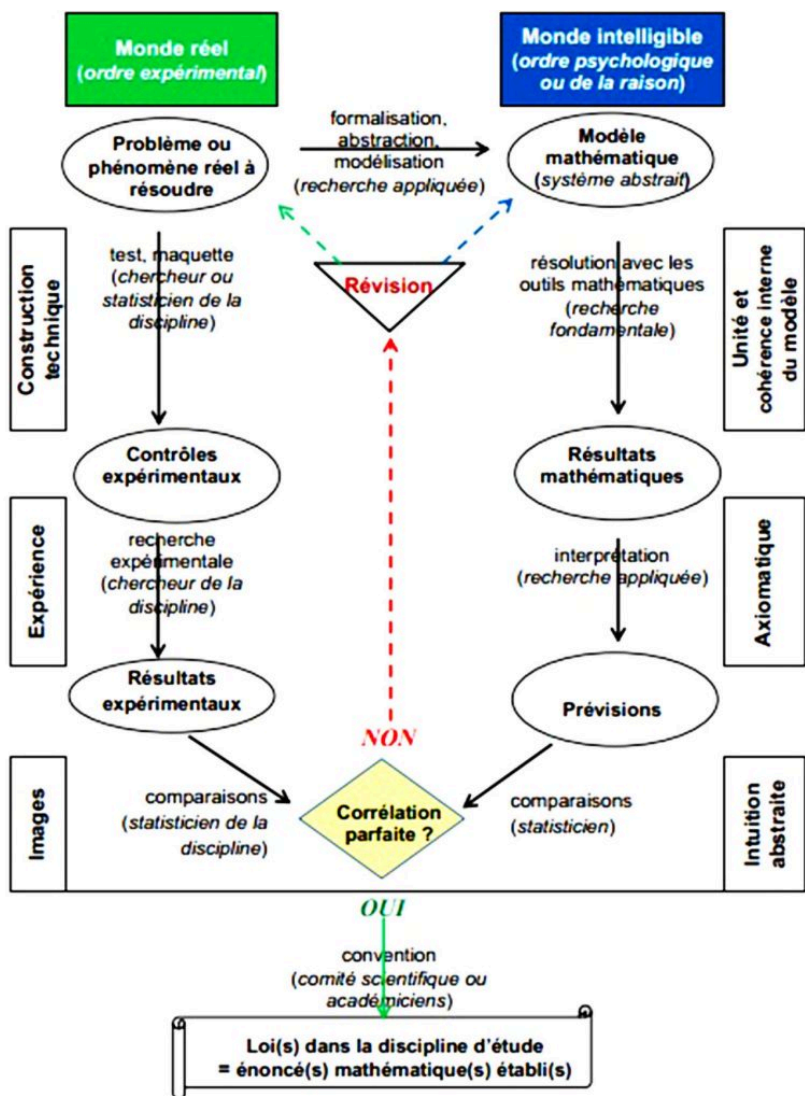


Figure 6 : Processus enrichi d'interactions des mathématiques avec d'autres disciplines.

Ce schéma montre que le mécanisme interactionnel est fait d'actions bien planifiées aussi bien dans le monde réel que dans le monde intelligible. Dans le monde réel, on commence par des constructions techniques à travers des tests, puis l'expérience à l'aide des protocoles contrôlés débouchant sur des résultats expérimentaux, et enfin, l'image se crée à travers les comparaisons.

Tandis que dans le monde intelligible, on commence par assurer la cohérence et l'unité interne du modèle, puis l'axiomatique aboutit aux prédictions et l'intuition permet de discerner ces prédictions.

Mais il peut arriver que le mathématicien ou la mathématicienne trouve plusieurs modèles relatifs à un même phénomène réel. Le choix du meilleur modèle devient alors crucial. Chaque modèle donne des prédictions sur le comportement du phénomène et nous pouvons nous demander lequel des ensembles de prévisions correspond le mieux à l'expérience menée. Dans certains cas, tel modèle est parfaitement adéquat. Dans d'autres, un autre modèle est préférable. Ainsi, le choix du modèle à utiliser ne dépend plus seulement des facteurs mathématiques, mais également des facteurs environnementaux; bref, des facteurs extérieurs ayant directement des effets sur le phénomène réel étudié.

Processus d'interactions des mathématiques avec d'autres disciplines

En nous inspirant du schéma du processus d'adaptation du modèle mathématique dans les autres disciplines élaboré par Hurley (1980 : 494) et des travaux de Wieruszewski (1994), nous proposons la schématisation suivante, qui à la fois simplifie le processus pour les apprenant·e·s du secondaire tout en l'enrichissant par l'ajout d'opérations à mettre en place.

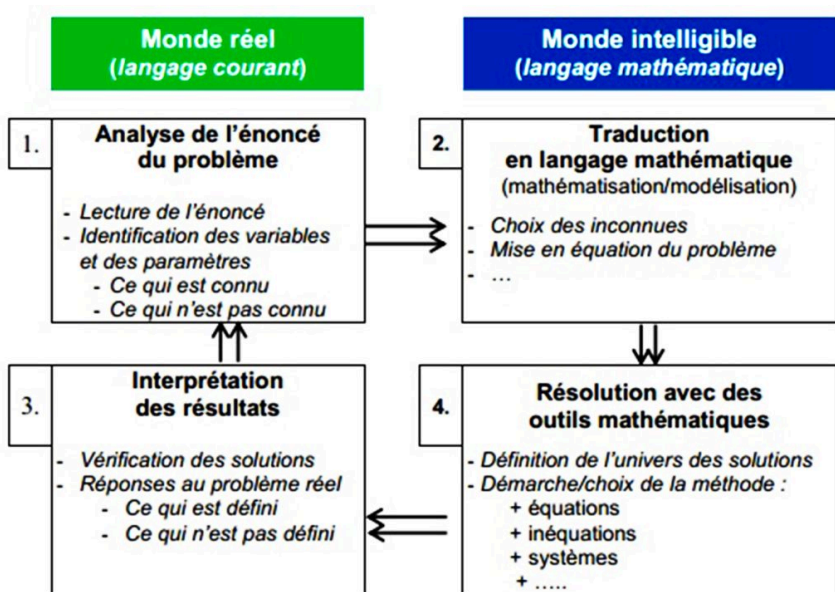


Figure 7 : Processus d'interactions entre langue courante et métalangue mathématique.

Le problème réel est d'ordinaire posé dans la langue courante et dans des situations de communication quotidienne. Le problème exprimé en dehors du raisonnement formel semble dépouillé d'un ensemble de contraintes et d'éléments sous-jacents : les non-dits, les implicites, les sous-entendus qui engendrent nécessairement des erreurs et des malentendus³. Il se traduit ensuite en langue mathématique qui doit établir des lois ou des règles permettant de décrire explicitement des faits observables et identifiables. Cette langue qui se différencie des langues naturelles tend donc à effacer certains paramètres susceptibles de connaître des variations, notamment les paramètres du contexte d'énonciation : le sujet parlant, ses sentiments,

3. Précisons que, dans le cas des langues naturelles, les malentendus font partie intégrante du système. Pour Culioli, ils relèvent de la dynamique et de la complexité des systèmes linguistiques : « La compréhension est un cas particulier du malentendu. » (1990 : 39).

le temps, l'espace⁴. Ensuite, le problème est résolu selon les méthodes et techniques spécifiques. Enfin, les résultats éventuels trouvés sont vérifiés et réinterprétés en langue naturelle.

À titre d'illustration, nous présentons dans le tableau ci-dessous des exemples de rapports analogiques simples qu'on pourrait faire entre une vision philosophique et une vision mathématique de quelques formulations de sujet dans des domaines de recherche ou de travail donnés.

4. Sur ce point, nous tenons à préciser que la démarche décrite ici correspond aux pratiques que l'on rencontre généralement dans les milieux scolaires. Dans le cadre du MCA que nous promouvons, ces paramètres sont pris en compte dans le but de construire des savoirs ancrés dans le milieu de vie des apprenant·e·s.

| N° | Exemples de formulation de sujet selon les domaines de recherche ou de travail | Vision philosophique / littéraire | Vision scientifique / mathématique |
|----|--|---|--|
| 1 | Français : Dissertation du type thèse/antithèse/synthèse. Exemple : Quel est votre avis justifié sur les déclarations de l'auteur X dans son œuvre Y? | Analyser le pour/le contre puis discuter ⁴ . | Proposition mathématique, logique propositionnelle binaire (1/0) : vrai/faux ⁵ |
| 2 | Histoire : La préparation d'un pays X à une guerre contre Y Exemple : Un pays X face aux assauts d'un ennemi Y dans une guerre symétrique ou conventionnelle. | Analyser les forces /les faiblesses; les avantages/ les inconvénients. | Probabilité de Bernoulli (succès/échec) ou (pile/face): Phénomène à deux éventualités exclusives. Déterminer la probabilité p pour une victoire (succès) sur l'ennemi. |
| 3 | Football : coupe d'Afrique CAN 2019. Exemple : Les chances d'un pays X face à un pays Y. | Analyser les forces /faiblesses depuis la phase de préparation. | Les principes mathématiques du football: probabilité descriptive, statistiques (victoire/défaite/nul). Recherche de la loi de distribution. |
| 4 | Économie : commerce et coopératives. Exemple : L'influence du commerce informel et la microfinance sur l'économie d'un pays X. | Analyser les parts de marché, les sources de ravitaillement et les types de produits vendus, les modes de sécurisation des recettes. | Mathématiques appliquées au marketing et à la microfinance; microéconomie. Comptabilités générale et financière; bénéfice/perte, actif/passif, crédit/débit. |
| 5 | Hôtellerie et restauration : cuisine africaine. Exemple : L'influence des ingrédients dans la préparation de quelques mets africains : cas du Kamerun. | Présenter quelques mets, inventorier quelques types d'ingrédients associés et leurs sources d'approvisionnement, décrire les recettes de cuisine. | Études quantitative et qualitative des composés organiques (les mets). Équations bilans des réactions pendant les mélanges (chimie), dosage, etc. |

Tableau 9 : Exemples de rapports analogiques simples entre une vision philosophique et une vision mathématique de quelques formulations de sujet.

Ce tableau fait ressortir deux manières d'envisager les problèmes et de les résoudre. Il met aussi en évidence les relations entre les mathématiques et les études littéraires. Ceci constitue l'un des enjeux de la MCA qui ambitionne d'appréhender l'apprentissage des mathématiques en corrélation avec les activités humaines. Les exemples foisonnent dans divers secteurs.

Nous rappelons que les mathématiques appliquées traitent du monde réel où les critères absolus (vrai/faux, un/zéro...) qui relèvent des mathématiques fondamentales et notamment de la logique formelle, classique, binaire ou booléenne ne sont plus tout à fait appropriés. Très souvent, aucun modèle n'est absolument correct. Dès lors, il devient plutôt intéressant de savoir et faire savoir lequel parmi les modèles proposés donne la meilleure approximation du comportement observé pendant l'expérience. En outre, les critères deviennent relatifs, de l'ordre de la logique plurivalente ou logique floue (Godjevac, 1999) d'autant plus que dans la réalité humaine, la notion de vérité est plus aléatoire. La logique floue est en effet une extension de la logique classique qui permet alors de modéliser et de simuler des complexités des données de la réalité humaine. Elle se rapproche, dans une certaine mesure, de la flexibilité du raisonnement humain. Elle permet de traiter des variables non exactes dont la valeur peut varier entre 0 et 1. Ses applications sont nombreuses, allant des systèmes de jeux vidéo aux pilotes automatiques en passant par les microondes, la décision du montant du pourboire à l'issue d'un repas au restaurant en fonction de la qualité ressentie du service ou de la qualité de la nourriture (Kono, 2014). Il faut souligner que le problème ne se pose pas seulement en termes de modélisation, mais aussi en termes de simulation de temps de calcul. À ce propos, on pourrait par exemple questionner la qualité d'un modèle météorologique qui ferait des prédictions sur deux jours alors que les calculs en machine prendraient trois jours.

À l'observation, toutes ces expériences montrent l'étendue des relations réciproques qu'entretiennent les mathématiques avec les autres disciplines; des corrélations aussi nombreuses que diverses existent, comme le montrent les exemples que nous allons examiner.

Les mathématiques se révèlent véritablement aujourd'hui comme une science de services, c'est-à-dire une science qui met ses outils à la disposition des autres disciplines. Pourtant, Von Neumann fait observer que la dimension utilitaire des travaux mathématiques n'est pas toujours perceptible immédiatement.

Exemples d'interactions des mathématiques avec d'autres disciplines

Dans l'ensemble, il est uniformément vrai en mathématiques qu'il y a un laps de temps entre une découverte mathématique et le moment où celle-ci est appliquée, que ce laps de temps peut aller de 30 à 100 ans, et encore plus dans certains cas et que tout le système semble fonctionner sans aucune direction, sans aucune référence à l'utilité, et sans aucun désir de faire des choses qui sont utiles¹. (Von Neumann, cité par Bródy & Vámos, 1995 : 652)

En d'autres termes, l'utilité des découvertes en mathématiques se mesure presque toujours *a posteriori*, des années après leur formulation. Cela ne devra pas laisser croire que les mathématiques sont inutiles pour autant. Les mathématiques sont utiles pour elles-mêmes, à travers l'*intradisciplinarité*; et pour diverses autres disciplines d'enseignement qui se prêtent de quelque manière que ce soit à des liens interdisciplinaires avec elles; dans le cadre de l'*interdisciplinarité*, à l'effet de justifier, de valider ou de soutenir l'homologation de certains de leurs principes et lois. Une raison évidente pour laquelle nous pensons que l'importance d'une science se juge également dans sa capacité à interagir avec les autres disciplines.

1. « By and large, it is uniformly true in mathematics that there is a time lapse between a mathematical discovery and the moment when it is useful; and that this lapse of time can be anything from 30 to 100 years, in some cases even more; and that the whole system seems to function without any direction, without any reference to usefulness, and without any desire to do things which are useful. »

Regroupement des disciplines scientifiques selon les degrés d'affinité avec les mathématiques

Étant donné la multiplicité et la diversité des sciences, il semble impératif de procéder à un regroupement des disciplines scientifiques fondé sur leur apparentement avec les mathématiques. Le choix d'un tel critère nous semble plus judicieux que celui qui repose sur les catégories, traçant dans certains cas une frontière nette entre les sciences². Suivant le conseil de Comte, selon lequel la classification doit « être déterminée par les affinités réelles » (Comte, 1852 [1830] : 52) entre les disciplines, nous optons pour le *degré d'affinité* comme critère de classement. Ainsi, on considèrera que le degré d'affinité entre les mathématiques et la physique est plus fort que le degré d'affinité entre les mathématiques et l'éducation à la citoyenneté, d'autant plus que les deux premières disciplines ont en commun la majorité de leurs outils conceptuels, leurs métalangues ainsi que leurs démarches. Nous précisons que le degré d'affinité³ n'exclut pas l'interaction entre les disciplines. Que ce degré soit fort ou faible, le plus important, ce sont les liens possibles qu'on établit entre les disciplines qui comptent. Ce degré n'est qu'un indicateur du volume du travail à faire pour relier deux disciplines : plus le degré est faible, plus on devra fournir d'efforts pour trouver des liens; plus il est fort, plus facile est la recherche des liens.

Sur la base des matières scolaires enseignées au secondaire, nous avons identifié trois groupes :

- les matières de premier degré d'affinité : physique, informatique, économie, chimie, technologie;
- les matières de deuxième degré d'affinité : géographie, science de la vie et de la terre, éducation physique et sportive;
- les matières de troisième degré d'affinité : langues, arts, phonétique,

2. Pour d'autres listes de classification des sciences, voir par exemple Sagaut (2008-2009 : 24-30).

3. Il est important de préciser que le degré d'affinité dont nous parlons n'est pas chiffré. Il s'agit davantage d'une appréciation qui repose sur l'intuition et l'observation des pratiques enseignantes.

histoire, éducation à la citoyenneté, la religion.

Cette sériation des disciplines scolaires n'est qu'une étape dans la mise en place de l'interdisciplinarité scolaire, un des éléments clés de la MCA. Bien évidemment, le tout n'est pas dans ce regroupement, il faut définir à la fois le cadre et les modalités d'implémentation de cette interdisciplinarité. De manière concrète, il faut élaborer des tâches ou des activités pédagogiques qui permettront de faire ressortir des liens entre les disciplines.

Si on s'inspire des résultats des travaux de Hasni *et al.* (2012), dans les pratiques, deux tendances s'observent. La première tente d'associer une discipline et un contexte d'apprentissage en dehors de l'école. C'est ainsi qu'on parle du rapport entre les mathématiques et la vie quotidienne : le menu dans une cafétéria, la performance (statistique) d'une équipe de basketball, l'analyse des empreintes digitales sur une scène de crime (Hasni *et al.*, 2012). Comme on le constate, ce sont là des situations de vie au cours desquelles l'apprenant·e est appelé·e à mobiliser des savoirs relevant de plus d'une discipline : mathématiques, restauration, statistiques, criminologie, etc. La seconde tendance consiste à identifier clairement les éléments de deux ou plusieurs disciplines afin de montrer leurs liens; par exemple, le recours aux mathématiques lors d'un cours de technologie, d'informatique, de géographie, etc.

L'expérience canadienne décrite par Hasni *et al.* (2012) repose sur une démarche bien précise. Il s'agit de l'enseignement par projet ou pédagogie du projet, qui désigne « les démarches et les approches d'enseignement et d'apprentissage en classe recourant au projet. » (Hasni *et al.*, 2011 : 8). Il est donc capital de voir dans quelle mesure une telle approche peut être applicable dans le contexte africain, et surtout de vérifier sa compatibilité avec l'approche par les compétences qui semble être promue dans de nombreux états africains aujourd'hui⁴ (Roegiers, 2008). En ce qui nous concerne, nous pensons que l'élaboration et la réalisation d'un projet, en tant qu'activité pédagogique, ne devraient poser aucun problème dans le système

4. Cette question devra être discutée par les experts et les expertes qui décideront, si les résultats sont concluants, à l'inscrire dans les curriculums.

éducatif des états africains d'autant plus qu'elle va permettre de résorber l'écart entre l'apprentissage en milieu scolaire et l'apprentissage dans la vie. Le projet constitue un élément fondamental de l'approche.

Ainsi, les élèves élaborent leur projet d'apprentissage, une réalisation qu'ils se proposent de faire et qu'ils ont eux-mêmes choisie (même s'ils sont guidés par un adulte dans leur choix) et qu'ils gèrent personnellement. Les projets choisis amènent les élèves à faire des apprentissages individuels et en groupe. [...] Ces apprentissages ne peuvent se réaliser que si les élèves sont engagés dans leurs projets, sont responsables de leur production, recherchent des moyens de développer les ressources nécessaires à mener à terme leurs projets et surtout, peuvent expliciter et justifier leurs apprentissages et analyser les obstacles rencontrés et les défis relever [sic]. (Lafortune, 2010 : 17)

Toute la pertinence de l'approche, nous semble-t-il, se trouve dans la conception double des apprentissages, des savoirs comme un fait institutionnalisé et en même temps, comme un fait social. Le va-et-vient entre l'école et la vie se double du va-et-vient entre les disciplines. Par ailleurs, l'idée même d'élaborer un projet a pour conséquence positive de positionner l'apprenant-e dans la posture d'un acteur ou d'une actrice engagé-e, et celle de la responsabilisation sociale. Ce sont là deux qualités et deux exigences auxquelles l'apprenant-e devra faire face dans la vie. Au demeurant, la pédagogie du projet favorise la pratique de l'interdisciplinarité non seulement en établissant des passerelles entre la vie et l'école, mais en explicitant et en renforçant également les liens interdisciplinaires. Nous examinerons quelques exemples d'interrelations entre les mathématiques et les autres disciplines⁵.

5. En partant du principe que l'interdisciplinarité scientifique est un préalable à l'interdisciplinarité scolaire, nous commencerons par des exemples de liens entre les disciplines scientifiques avant d'en arriver aux exemples de liens entre les matières scolaires.

Quelques cas d'interactions des mathématiques avec d'autres disciplines

Le cas des matières de premier degré d'affinité

Il s'agit des disciplines ou des domaines de connaissances dont les théories sont construites dans une démarche essentiellement expérimentale et de nature mathématique. Celles-ci utilisent, en plus de sa propre métalangue, la métalangue et les outils mathématiques. Ces domaines ont constitué, pendant leur développement en interne et/ou en externe, un ensemble dynamique d'outils mathématiques nécessaires pour mieux étudier et résoudre leurs problèmes.

En économie, les économistes-mathématicien-e-s étudient les richesses, les échanges et les choix à l'aide d'outils mathématiques. L'économiste Robbins définit l'économie comme suit : « L'économie est la science qui étudie les comportements humains comme une relation entre les fins et les moyens rares à usages alternatifs. »⁶ (1932 : 15). Il s'agit donc d'une discipline qui a pour objet le comportement humain en rapport avec la gestion des ressources rares, la répartition des moyens limités à usages alternatifs entre des fins concurrentes. Contrairement à ce qui s'observe dans les sciences dites de la nature, les variables dans l'analyse économique sont rarement indépendantes et le nombre de facteurs incontrôlés reste grand. C'est ainsi qu'il est difficile de donner une interprétation ou une conclusion unique à un phénomène économique, parce qu'ici tout est dynamique selon des rapports qu'il faut induire. Les économistes en sont venu-e-s à modéliser et simuler les phénomènes économiques en définissant des hypothèses de corrélation tenues pour vraisemblables, et en simplifiant le comportement des variables et des paramètres dans le modèle. Archinard et Guerrien relèvent cette difficulté en ces termes.

6. « Economics is the science which studies human behavior as a relationship between ends and scarce means which have alternative uses. »

La plupart du temps, lorsque l'économiste formalise mathématiquement un problème, il fait intervenir des fonctions à plusieurs variables correspondant aux biens, et à leur prix, considérés (ou encore à des agrégats tels que le capital, le travail, etc.). Très souvent cette formalisation a pour but la recherche de l'extremum d'une fonction-objectif sous contraintes. (Archinard et Guerrien, 1992 : 219)

Malgré les divergences constatées entre les écoles, les mathématiques ont une place importante dans les théories économiques. L'économiste se sert constamment de la dérivée d'une fonction économique (utilité marginale, productivité marginale, taux de substitution de biens, coût) lorsqu'il/elle cherche à déterminer les extremums d'une fonction (utilité, demande, profit, offre).

Pour ce faire, des notions et outils mathématiques comme les dérivées en chaîne ou partielles, les fonctions implicites, le développement de Taylor généralisé, les fonctions concaves ou convexes, la programmation linéaire (méthode simplexe des transports), la programmation dynamique, l'ordonnancement sont très prisés aujourd'hui. Les applications des modèles mathématiques en économie sont nombreuses et non exhaustives. Les dirigeants à travers le monde n'arrêtent de consulter les experts et les expertes mathématiques appliquées à l'économie pour étudier et proposer des actions pour leur politique économique et sociale (Lecaillon, 1974).

À l'échelle microéconomique, les jeunes en quête d'emploi doivent savoir que le mathématicien et la mathématicienne est un peu comme un philosophe des sciences exactes.

L'entreprise ne recrute pratiquement jamais de mathématiciens en tant que tels, mais doit satisfaire des besoins mathématiques par l'emploi de personnels de formation mathématique, capables de maintenir une veille technologique, de traduire et d'appliquer des travaux théoriques. (Guillopé, Helffer, Pansu & Prural, 1998/1999 : 21)

Toute entreprise soucieuse de faire augmenter son profit, aussi bien dans la production que dans les ventes, recrute son personnel parmi les mieux outillés en mathématiques parce que des mathématiques utilisées de manière adéquate favorisent mieux la structuration de nouvelles connaissances, apprennent à penser dès les premières séances de formation, développent des aptitudes et des attitudes. Depuis bientôt plus d'une vingtaine qu'on rencontre de plus en plus des mathématicien-ne-s dans le

domaine de la finance et de la banque. De même, ces entreprises travaillent en étroite collaboration avec les universités qui leur fournissent une quantité non négligeable de leur personnel. L'un des exemples les plus parlants est celui de l'universitaire français, Grégoire Loeper, maître de conférences à l'université de Lyon. Il décide de se tourner vers une grande banque de la place qui finit par le recruter. Il concilie ainsi ses qualités de chercheur en mathématiques fondamentales aux expériences en entreprise en mathématiques financières : « les mathématiques financières forment un domaine très technique, c'est pour cela que nous valorisons le doctorat au sein de l'équipe de recherche. C'est la preuve que vous êtes capable de poursuivre une démarche scientifique de manière autonome. » (Loeper, cité par FSMP [s.d.]). Une autre option pour l'entreprise qui veut prospérer est qu'elle s'associe toujours à un cabinet de conseil pour un suivi scientifique et technique du déroulement de ses activités, évitant ainsi des situations pouvant conduire à la faillite.

En physique, l'on utilise des modèles mathématiques pour étudier la dynamique des phénomènes physiques. La physique est en général le domaine le plus ancien bénéficiant le plus d'applications de modèles mathématiques. D'ailleurs, l'élément fondamental de la matière qu'est l'atome est mieux décrit par une construction mathématique que par une image physique. Dans le tableau périodique des éléments de Mendeleïev, l'atome est décrit mathématiquement par quatre équations ou nombres quantiques. Cette description est d'ailleurs complétée par la structure électronique de l'atome qui décrit rigoureusement la capacité de ce dernier à réagir ou à se mouvoir dans un milieu. La physique qui tente d'expliquer les phénomènes naturels de l'univers passe par une construction qui se veut objective. Cette construction constitue le résultat d'une théorie mathématique préalable et axiomatisée (Roy, 1979).

Le 15 mars 2015, un mini-séminaire est organisé à l'Université de Ngaoundéré par un groupe d'étudiant-e-s sur le thème « Mathematics and Computer for All » (MathComp4ALL)⁷, où il était question des interactions entre les mathématiques, l'informatique et les autres sciences. À la question

7. <https://sites.google.com/a/aims-senegal.org/gdm-miap/siam-student-chapter-university-of-ngaoundere-project>.

« Pourquoi étudier les mathématiques et l'informatique quand on veut être physicien? », un doctorant en sciences physiques déclare : « Nul n'est physicien s'il n'est d'abord mathématicien ». Il ajoute :

Une expérience en physique est un protocole matériel permettant de mesurer certains phénomènes dont la théorie donne une représentation conceptuelle. Il est donc illusoire d'isoler une expérience de physique de la théorie mathématique associée, sinon cette théorie serait vaine pour le physicien. Le physicien ne mesure évidemment pas les choses au hasard; il faut qu'il ait à l'esprit l'univers conceptuel d'une théorie [...]. La physique mathématique n'est autre qu'un domaine de recherche commun à la physique et aux mathématiques s'intéressant au développement des méthodes mathématiques spécifiques aux problèmes physiques ou plus généralement à l'application des mathématiques à la physique; et à l'opposé, aux développements des mathématiques que suscitent certains domaines de recherche en physique⁸.

En effet, les sciences physiques se prêtent mieux aux liens interdisciplinaires avec les mathématiques dans des contextes convoquant des notions mathématiques comme l'étude des systèmes d'équations aux dérivées partielles, des algèbres aux symétries particulières, des méthodes de décomposition en séries, de la géométrie riemannienne ou pseudoriemannienne, de la théorie des groupes très utilisée en [physique théorique](#), notamment pour le développement des théories de jauge, etc. Au-delà de ces liens, la physique, dans sa démarche de représentation expérimentale des théories mathématiques, s'est confrontée à un certain nombre de problèmes comme le coût élevé des séries d'essais réels, la résolution analytique des équations mathématiques y afférentes, le temps de calcul très long dans certains cas. Ces difficultés et l'essor des techniques au XXe siècle font naître une nouvelle science : la simulation informatique ou numérique. Il s'agit d'une expérience sur le modèle théorique à l'effet de dégager une représentation du phénomène réel.

Sans rentrer dans les détails techniques de leur manipulation, relevons quelques exemples de modèles mathématiques utilisés en physique :

- méthodes de Runge-Kutta pour le traitement numérique des équations

8. Propos de Kenfou Collins, recueillis par nous lors du séminaire MathComp4All.

différentielles;

- simulation atomistique en physique des matériaux;
- méthode de Monte-Carlo en physique statistique, physique des matériaux, physique nucléaire, physique des particules, mathématiques, statistiques et économétrie;
- méthode *ab initio* en mécanique quantique;
- discrétisation des équations en mécanique, aérodynamique, acoustique;
- simulations PIC (Particle In Cell) en physique;
- méthode DPSM en ultrasons, électrostatique, électromagnétisme;
- méthodes de simulation en géostatistique;
- expérience de Fermi-Pasta-Ulam en physique.

En fait, les physicien-ne-s, doublé-e-s de compétences en mathématiques, dessinent la configuration *a priori* de l'espace ou de l'univers où vont s'inscrire les phénomènes physiques. Il s'ensuit la construction de modèles mathématiques pour les décrire. Par exemple, la théorie des groupes avec le groupe de Lorentz est fondamentale pour la relativité restreinte. Cette théorie joue également un rôle capital dans la physique des particules. Elle a conduit à découvrir de nouvelles particules élémentaires comme les atomes. Un autre exemple est la notion mathématique de linéarité mise en application en sciences physiques. Ici, on désigne par *phénomènes physiques linéaires*, les phénomènes où une grandeur est une fonction linéaire de certains paramètres. Autrement dit, ce sont les phénomènes dans lesquels la fonction f qui, à une cause associe son effet, obéit aux propriétés de linéarité.

Ceci se traduit par :

- f préserve l'addition (+) :

si on ajoute deux causes, l'effet produit est la somme des effets; on traduit cet algorithme par si $f(\text{cause1}) = \text{effet1}$ et $f(\text{cause2}) = \text{effet2}$, alors $f(\text{cause1} + \text{cause2}) = \text{effet1} + \text{effet2}$; dans ce cas, on dit que les effets se conjuguent.

- f préserve la multiplication externe (ou multiplication par des scalaires) (*):

si on augmente (ou duplique) une cause, l'effet conséquent est augmenté dans le même ordre de grandeur; on traduit par $f(\lambda \cdot \text{cause1}) = \lambda \cdot \text{effet1}$; ici, on dit que les effets se superposent.

Les propriétés mathématiques des applications linéaires donnent alors des outils efficaces pour étudier ce type de phénomènes. Les formidables progrès enregistrés actuellement dans l'industrie automobile, l'aviation, le chemin de fer, l'électronique, pour ne citer que ces domaines-là, sont des preuves assez éloquentes du dynamisme de ces interactions.

En chimie, les chercheurs et chercheuses formé-e-s en mathématiques utilisent les outils mathématiques pour étudier la dynamique des concentrations. La théorie des groupes contribue à décrire les symétries que présentent les molécules et les cristaux. Dans une pratique élémentaire, le calcul du pH^9 d'une solution aqueuse par exemple permet d'évaluer son acidité ou sa basicité. Il se fait après la détermination de sa concentration en ions hydronium H_3O^+ (en moles/litres) selon la formule : $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$. La valeur du pH est comprise entre 0 et 7 pour une solution acide; elle est égale à 7 pour une solution neutre et elle est comprise entre 7 et 14 pour une solution basique. La thermodynamique chimique, la loi des gaz parfaits, la radioactivité, l'interprétation mathématique des réactions chimiques sont des domaines qui font appel à d'importants outils mathématiques. On peut citer entre autres :

- méthode *ab initio* en chimie quantique;
- système multi-agents pour la simulation de systèmes complexes;
- dynamique moléculaire, dynamique d'amas en chimie physique.

En cryptologie¹⁰, les outils mathématiques sont utilisés pour assurer la sécurité et la confidentialité de l'information. Le but de la cryptographie est d'assurer, en la sécurisant, la confidentialité de l'information entre deux

9. Il s'agit du degré d'acidité ou d'absence d'acidité sur une échelle variant de 1 à 14, dans laquelle l'acidité est d'autant plus forte que le chiffre est petit.

10. C'est une discipline moderne au croisement des mathématiques et de l'informatique. Elle regroupe la cryptographie et la cryptanalyse, et son objet est l'étude des techniques scientifiques servant à coder/crypter et à décoder/décrypter un message par un langage chiffré à l'effet de le sécuriser (Brisson & Téberge, 2013).

personnes qui communiquent, de sorte qu'une tierce personne qui l'intercepte ne puisse pas la comprendre ou la modifier. Deux types de procédures ont été développés pour cet usage : algorithmes à clés secrètes et algorithmes à clés publiques.

Dans le premier type, on peut citer le chiffrement à flot, par blocs (itératifs) et par décalage; qui est un vieil exemple que les Allemands ont utilisé pendant la Seconde Guerre mondiale (Singh & Coqueret, 2002; Brisson & Téberge, 2013). Le problème le plus important ici réside dans l'échange de clés entre celui ou celle qui émet le message et celui ou celle qui le reçoit. Si la clé est interceptée, le message perdra automatiquement de sa confidentialité.

Dans le second type d'algorithme, ce problème est levé. Le système de chiffrement RSA¹¹ inventé en 1978 et le cryptosystème d'El Gamal en sont deux exemples; le premier système est aujourd'hui très utilisé par les services secrets modernes. Dans ce type, l'algorithme de chiffrement et la clé sont connus ou libres d'accès pour tous, mais il n'est pas possible d'en déduire directement le procédé de déchiffrement. De nos jours, ce système s'applique dans la télécommunication par internet où nous avons une adresse de courrier électronique, qui est une clé publique qu'on peut donner à tout le monde, couplée d'un mot de passe qui est une clé privée que seule l'utilisateur ou l'utilisatrice détient, à moins que l'on décide de la communiquer à quelqu'un d'autre.

En général, les opérations de codage de l'information sont appelées « algorithmes de cryptage » ou « de chiffrement ». On distingue plusieurs types : le chiffrement par décalage, le chiffrement affine, le chiffrement logarithmique... Les opérations de décodage sont des « algorithmes de décryptage » ou « de déchiffrement ». Par ailleurs, la théorie des codes correcteurs permet de sécuriser la communication en détectant et en corrigeant les inévitables erreurs qui affectent les échanges d'information numérisée. Ici, les spécialistes du codage font usage des méthodes algébriques ou géométriques abstraites pour la plupart. Généralement, les notions d'algèbre telles que les groupes, les graphes, les corps finis, la théorie

11. Voir [chapitre 2](#).

des nombres premiers, le codage et l'algorithmique, les courbes elliptiques, les fonctions logarithme et exponentielle de base réelle sont très sollicitées. Dans une situation de classe, on peut demander à l'apprenant·e d'utiliser le processus de chiffrement par décalage de clé 3 pour coder le mot MATHEMATIQUE et pour déchiffrer le mot CLQPL.

Le cas des matières de deuxième degré d'affinité

Il s'agit des domaines de connaissances dont les théories sont construites dans une démarche procédurale ou expérimentale et utilisant une métalangue mixte (celle de la discipline en question et celle des mathématiques). Ces domaines ont constitué, pendant leur développement, un ensemble dynamique d'outils mathématiques nécessaires pour mieux étudier et résoudre leurs problèmes. On peut citer entre autres l'épidémiologie mathématique, la démographie, la criminologie et le sport, notamment le football.

En épidémiologie, les outils mathématiques aident à modéliser, analyser, simuler et prédire les phénomènes. Cette modélisation et cette simulation sont sous-tendues par les mathématiques. Ces opérations sur les maladies infectieuses ont longtemps intéressé les biomathématicien·ne·s au point de devenir des éléments d'aide à la prise de décisions relativement aux risques sanitaires majeurs. Elles jouent également un rôle important dans la prévision de l'évolution des maladies, tout comme dans la comparaison des effets de différentes stratégies de lutte contre ces maladies. Il existe de nombreux exemples d'études de ce genre sur le VIH (Alassane, 2012; Bichara, 2013), les hépatites virales (Kouakep Tchaptchié, 2017), le paludisme (Tewa, 2007) et les infections multirésistantes. Il y a également des modèles intra-hôtes qui sont utilisés en cancérologie (Goldwirt, Lebbé & Mourah, 2015).

Il faut toutefois noter qu'à la différence d'autres sciences, l'épidémiologie mathématique ne se prête pas à la validation expérimentale des modèles étudiés, car dans la plupart des cas les expérimentations sont difficiles à réaliser pour des raisons éthiques. De manière générale, l'une des techniques de modélisation la plus prisée en biologie est l'analyse compartimentale. Il s'agit d'introduire des équations différentielles

ordinaires ou des équations aux dérivées partielles pour écrire et analyser le modèle décrivant la dynamique de l'évolution par phases ou compartiments d'une maladie au sein d'une population. C'est ainsi qu'une maladie évoluant sur quatre phases – infection, incubation, contamination et guérison totale – sera décrite par un modèle compartimental dénommé SEIR. Cet acronyme est constitué des initiales des noms désignant les catégories d'individus se trouvant dans la même phase de développement de la maladie, appelées « compartiments » : S pour le compartiment des individus sains et susceptibles de contracter la maladie, E pour le compartiment des individus exposés à la maladie, I pour le compartiment des individus infectieux et R pour le compartiment des individus rétablis après ou sans traitement.

Les modèles intra-hôtes sont des modèles qui décrivent l'évolution d'un parasite (virus, protozoaires...) responsable d'une maladie. Le calcul du taux de reproduction de base (R_0) et la position de sa valeur numérique par rapport à l'unité sont essentiels pour faire une prédiction spatio-temporelle de la dynamique de la maladie. À cet effet, il existe de nombreuses plateformes de simulations numériques de phénomènes épidémiologiques telles que Matlab, Mathematica, Maple, Sage. Ici, interviennent une pléthore de notions : systèmes dynamiques, équations différentielles ordinaires, équations aux dérivées partielles, transformation de Fourier, contrôlabilité, observabilité, stabilisation et stabilité des solutions des systèmes, distributions, les espaces vectoriels euclidiens, etc.

Prenons le cas suivant pour illustrer une interaction entre la biologie et les mathématiques. L'on veut étudier la durée de l'effet d'un médicament (sérum) dans le corps humain. On injecte dans le sang d'un individu malade, toutes les 8 heures, une quantité q_0 de ce sérum, exprimée en millilitres (ml). Après élimination naturelle par l'organisme humain, la quantité restante de ce produit dans le corps est donnée au bout d'un temps t , exprimé en heure, par la fonction suivante :

$$t \mapsto q_0 e^{(-t/24)}.$$

Le problème qui est posé ici relève de la biologie. La solution apportée s'appuie sur des éléments d'ordre mathématique. Dans le cadre d'une classe, on peut demander aux enfants de calculer le temps mis pour consommer plus de la moitié des 10 ml de sérum reçus. Dans ce cas, on a : $q_0 = 10$ ml.

Il s'agit de déterminer la valeur de t pour que la quantité restante soit plus petite que 5 ml. Le modèle correspondant à cette situation est exprimé par l'inéquation,

$$10e^{(-t/24)} \leq 5.$$

Soit $e^{(-t/24)} \leq 1/2$. En appliquant le logarithme népérien (\ln) de part et d'autre de l'égalité, et en respectant la règle des signes, on obtient $t \geq 24\ln 2 = 16,6355$ h. Soit plus de 16h 38mn 08s. Ici, interviennent les propriétés des fonctions logarithmes népériens, celles des fonctions exponentielles, ainsi que la règle des signes sur les inégalités.

D'autres interactions sont également observables dans des études relevant de domaines divers. On peut citer entre autres :

- l'évolution d'une population humaine dans le temps et suivant l'âge en recourant à des équations aux dérivées partielles;
- la datation au carbone 14 et les explorations minières par l'utilisation de la topologie algébrique;
- les croisements en génétique au moyen de la théorie des nœuds.

En démographie, le modèle logistique de croissance ou de décroissance reste d'actualité. Pour étudier les variations de la population humaine, un premier modèle mathématique a été établi. Si $y(t)$ désigne la quantité (croissante ou décroissante) de la population enregistrée à une date t , alors la quantité $y = y(t)$ a un taux exponentiel de croissance ou de décroissance si pour une constante k , on a

$$(1) : dy/dt = ky.$$

Si $k > 0$, on dit que y croît de façon exponentielle; et lorsque $k < 0$, on dit que y décroît de la même façon. L'équation (1) représente la loi de croissance ou de décroissance exponentielle (Hurley, 1980 : 504).

Mais on remarque que si $k > 0$, alors y tend vers l'infini lorsque t tend vers l'infini. Autrement dit, si le coefficient de croissance est supérieur à 0, alors la population augmente indéfiniment dans le temps. Or, les ressources nutritives de la terre étant limitées, on constate que dans ce cas, il est impossible de subvenir aux besoins alimentaires d'une population humaine infiniment grande. Afin de résoudre l'équation, on a été amené à réduire

volontairement k à zéro (croissance humaine nulle). Une telle situation catastrophique ne pouvant provenir que des calamités comme la famine, les épidémies ou une guerre nucléaire, pour réduire k à la valeur zéro ou en dessous de zéro. On aboutit donc à une impasse du fait d'une discordance entre le modèle mathématique et la réalité sociale et humaine. Le modèle (1) étant inapplicable, il fallait en élaborer un nouveau.

Aussi, les démographes outillé·e·s en mathématiques se sont mis·e·s à la recherche d'un modèle plus cohérent. Après des observations sur des colonies d'insectes, de bactéries et même des rats, ils/elles ont constaté que pour des valeurs très grandes de la population (y), le taux de mortalité croissait rapidement et la reproduction décroissait aussi rapidement suite à la détérioration des ressources nutritives et des conditions de vie (Hurley, 1980 : 504-505). Ceci a conduit à la construction de ce qu'on a appelé *modèle logistique de croissance* traduit par l'équation

$$(2) : dy/dt = ky - ly^2,$$

où k et l sont des constantes strictement positives et y représente la fraction de la population à une date t . La solution mathématique de cette équation d'inconnue y est donnée par la formule $y = (kK \exp(kt)) / (1 + lK \exp(kt))$, avec $K = +\exp(kc)$; le réel c étant une valeur constante.

Ce deuxième modèle a comblé presque toutes les attentes. En clair, l'on comprend l'importance de la régulation des naissances puisque le facteur l , qui conditionne l'équilibre entre la croissance de la population et les ressources, relève soit d'une volonté humaine de réduire les naissances, soit le résultat d'une calamité. Aujourd'hui, les recherches sont suffisamment avancées sur cette thématique. Dans ce contexte, nous notons l'utilisation des notions de calculs différentiels, de croissance comparée de fonctions. Ce genre de sujets peut être exploré dans les lycées afin d'établir des liens entre les mathématiques (calculs différentiels), la géographie (étude de la démographie) et la SVT (étude de la reproduction humaine, la régulation des naissances).

En criminologie, la loi du refroidissement de Newton aide la police scientifique à peaufiner certaines enquêtes. Les polices criminelles dotées de moyens technologiques sophistiqués se fondent désormais sur des outils mathématiques pour affiner leurs enquêtes : la collecte et l'analyse des

preuves, l'analyse psychosociale de la personnalité d'une personne suspecte et l'établissement du profil de l'individu suspecté. Elles sont d'ailleurs couramment appelées « polices scientifiques ». La situation suivante illustre le rôle que peuvent jouer les mathématiques dans la résolution des enquêtes criminelles.

Dans un bâtiment, il fait 21°C. À 14 heures, une victime d'un meurtre est retrouvée par un agent qui appelle immédiatement la police. Cette dernière arrive à 15 heures et trouve que le corps de la victime présente 31°C. Mais une heure après, cette température retombe à 29°C. En supposant que la victime présentait une température de 37°C avant la mort, quelle serait l'heure probable du crime? La détermination de l'heure du crime pourrait, en fonction des emplois du temps des différentes personnes suspectées, permettre de resserrer davantage l'étau autour du meurtrier.

Il convient de préciser que le refroidissement du corps de la victime peut s'expliquer par un phénomène mathématique de décroissance exponentielle d'un corps placé dans un milieu ambiant. Ce phénomène est modélisé par la loi du refroidissement de Newton (Hurley, 1980 : 507) qui s'établit comme suit :

Si $T(t)$ est la température en degré centigrade d'un corps à l'instant t , si C est la température (supposée constante) en degré centigrade du milieu environnant, alors le taux k de refroidissement du corps est défini par l'équation différentielle,

$$(E) : dT/dt = k(T-C).$$

Ce qui conduit à la relation $\ln = kt+c_1$; c_1 étant une valeur constante qui se définit à la date $t = 0$ par l'égalité $c_1 = \ln$ où T_0 est la valeur de T à $t = 0$. On obtient alors le coefficient $k = (\ln - c_1)/t$, qui permet de retrouver l'heure demandée, $t_0 = (\ln - c_1)/k$.

En d'autres termes, pour déterminer l'heure, on a besoin de mettre en relation la température du corps de la personne décédée, la température du milieu ambiant, l'heure à laquelle on l'a retrouvée, combinées selon des principes de multiplication en puissance logarithmique. Mais dans le cas où la victime présente déjà une température corporelle nulle au moment de sa découverte, les calculs deviennent plus difficiles.

Pour la résolution du problème, on peut procéder comme suit :

- identification des variables : $C = 21$;

À la date $t = 0$, $T_0 = 31$;

À la date $t = 1$, $T_1 = 29$;

- résolution : on a $c_1 = \ln 10$ et $k = \ln(0,8)$.

Sachant qu'au moment du crime, la victime avait 37°C de température, on a $t_0 = (\ln 16 - c_1)/k$, soit $t_0 = -2,10628$. L'heure du crime t_c est donc donnée par $t_c = 14 + t_0$. Soit $t_c \approx 12\text{h}30$. On conclut alors que la victime aurait été tuée autour de 12h30. Les notions qui interviennent ici sont les équations différentielles et les fonctions logarithmes népériennes. Bien évidemment, cet exemple ne saurait être appliqué au lycée. Ce qui est visé ici, ce sont tout simplement les potentialités offertes par les outils mathématiques pour résoudre des problèmes concrets qui se posent à la société. L'illustration reste cependant utilisable dans le cadre des institutions spécialisées telles que les écoles de police.

En sport, notamment en football, les outils mathématiques comme les statistiques, les probabilités, l'analyse des données, la géométrie permettent aux entraîneurs et entraîneuses avisé·e·s de prévoir et d'anticiper leurs victoires, en prenant des décisions sur la gestion matérielle et humaine de leur équipe.

De même, les statistiques mathématiques proposent des perspectives qui expliquent les occurrences de jeu, fournissent des classements comparatifs des équipes et des joueurs, et aident à la prise de décision par les entraîneurs et la direction de l'équipe. Les sources habituelles de statistiques sont les données concernant les passes, les courses, la défense, les coups de pied, les revirements et la gestion du temps¹². (Greenwald & Thomley, 2012 : 399)

12. « Similarly, mathematical statistics provide perspectives that explain game occurrences, provide comparative rankings of teams and players, and assist in decision making by coaches and team management. The usual sources of statistics are data regarding passing, running, defense, kicking, turnovers, and time management. »

Le cas des matières de troisième degré d'affinité

Certains domaines de connaissances construisent leurs théories avec leurs propres outils, mais qui parfois s'appuient sur un ou plusieurs éléments appartenant aux mathématiques :

- des principes de la démarche mathématique pour bâtir leur raisonnement;
- la modélisation et simulation mathématiques pour étudier la dynamique spatio-temporelle de certains phénomènes physiques;
- des études statistiques (et donc mathématiques) pour valider ou infirmer des hypothèses.

Nous pouvons citer, entre autres, les disciplines telles que la sociologie, la psychologie, la linguistique.

En sociologie comme en psychologie, certains tests et sondages sont conduits avec des outils statistiques. Ces disciplines utilisent des outils mathématiques comme la théorie de l'échantillonnage, les tests d'hypothèses, de convergence ou de lois sur les données mesurables pour vérifier leurs hypothèses de recherche. Elles se situent dans le champ des sciences sociales ou humaines qui, comme l'économie, la science politique, étudient les comportements collectifs des humains dans un milieu. Pour ce qui est de la sociologie singulièrement, on peut établir des points de contact entre elle et d'autres sciences. Elle peut partager avec ces sciences les mêmes sujets ou problématiques d'étude, et même développer des liens interdisciplinaires. La sociologie de la connaissance aborde l'étude des idéologies ainsi que des représentations collectives (Durkheim, 1912). Il n'y a pas longtemps, la sociologie des sciences et des techniques s'est dotée d'instruments pour analyser la production de connaissances et des outils scientifiques (Merton & Norman, 1973; Latour, 1989).

Le psychologue Estes (1960) a proposé un modèle mathématique pour « mesurer » l'intelligence d'un individu. Ce modèle définit une fonction $k(t)$ comprise entre 0 et 1 comme étant la probabilité à un instant t , qu'une personne aurait à répondre correctement à une question donnée. Pour Estes, *apprentissage* signifie « changement » (volontaire et positif) de $k(t)$. Pour essayer de traduire le phénomène observé, c'est-à-dire que les

individus apprennent à des degrés différents, il modélise le changement de $k(t)$ de la manière suivante : si un acte utile (comme étudier, aller en classe ou traiter un exercice) est réalisé, alors $k(t)$ devient $k(t) + c(1 - k(t))$, où le c , compris entre 0 et 1, est un coefficient individuel d'étude qui peut être mesuré par un instrument comme le quotient intellectuel¹³.

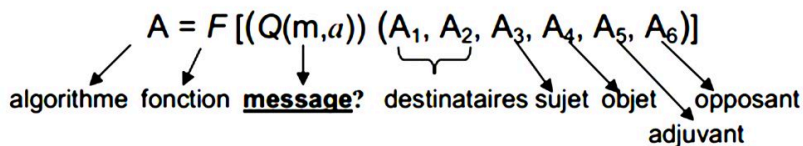
Si un acte négatif est passé (comme « manquer » un cours ou « ne pas » traiter son exercice), alors $k(t)$ devient $k(t) - ck(t)$. Si λ ($0 \leq \lambda \leq 1$) mesure le pourcentage du temps favorable dont l'apprenant-e dispose pour poser des actes utiles, alors une formule pour mesurer son intelligence à l'instant t est $k(t) = \lambda + ce^{-ct}$, qui est une solution de l'équation différentielle : $dk/dt = \lambda c - ck(t) = \lambda c[1 - k(t) - c(1-\lambda)k(t)]$. Ici, le réel « c » est une constante égale à la mesure (raisonnable) de l'aptitude d'une personne à apprendre. En effet, si $c = 0$, alors la personne ne peut pas apprendre du tout. Quoi qu'elle fasse, son intelligence ne changera jamais. Mais si c se trouve très proche de l'unité, c'est-à-dire de 1, l'activité positive ou utile fait croître rapidement $k(t)$ vers la valeur 1, de sorte que l'individu est taxé d'excellent ou super apprenant. Ainsi, ce modèle montre que l'intelligence humaine n'est pas seulement héréditaire, mais elle est aussi tributaire de multiples efforts déployés dans toute activité cognitive. Ici, nous notons l'utilisation des statistiques et des équations différentielles ordinaires avec contraintes.

En linguistique, la recherche sur la construction du sens est tellement avancée qu'aujourd'hui des modèles à fondement logique liés aux valeurs de vérité se distinguent singulièrement par leur rigueur, leur cohérence interne et leur capacité explicative. Le traitement à l'ordinateur de l'information en tire grandement profit. Dans ce contexte, un personnage n'est plus perçu par sa psychologie, mais comme une fonction. Martin définit l'*univers de croyance* d'un locuteur donné comme « l'ensemble des propositions que, au moment où il parle, le locuteur tient pour vraies. » (1983 : 7). Il établit donc un rapprochement entre les propositions linguistiques et les propositions logiques. Cet univers sera réinterprété, en termes mathématiques, comme l'ensemble des propositions décidables, c'est-à-dire celles dont le locuteur est à même d'attribuer une valeur de vérité : vrai, faux, possiblement vrai, possiblement faux. Si l'on admet que la valeur +V (plus ou moins vrai)

13. C'est le rapport de l'âge mental à l'âge réel d'un enfant, multiplié par 100.

représente l'infinité des valeurs comprises entre 0 et 1, alors cette application sera une *surjection*. La notion d'univers de croyance est alors susceptible d'être quantifiée et modélisée de sorte qu'on puisse passer aisément de la vérité *subjective* à la vérité *analytique* (Martin, 1987).

Par ailleurs, au cours de l'une des nombreuses conférences scolaires¹⁴ sur le thème « Science et littérature : quelle complémentarité? », Mani Kono, enseignant de français, déclarait dans son exposé : « la littérature est utile à l'homme pour transmettre le message et la mathématique utile à l'homme pour ses règles et surtout sa démarche. »¹⁵ Pour clarifier son argumentation, il s'est appuyé sur le schéma ci-dessous et a conclu en disant « la littérature utilise les mathématiques pour mieux faire accéder à la dimension *message* qui est cachée.



Cette formule tente un rapprochement entre les mathématiques et la narratologie. Elle se lit comme suit : l'algorithme, qui est ici le *récit*, est une fonction qui contient un *message* dont la compréhension dépend des paramètres précis que sont les *actants*¹⁶. Cependant, cette symbolisation ne devrait en aucun cas être considérée comme l'application d'un théorème mathématique, donc extérieur aux études littéraires. Il s'agit davantage d'une adaptation des concepts mathématiques pour expliquer, décrire et analyser des textes littéraires, ou pour élaborer une théorie générale de la narration. Dès la fin des années 1960, de nombreuses tentatives d'exploration des liens possibles entre mathématiques et études littéraires ont foisonné. On peut

14. Ces rencontres étaient organisées par le Club scientifique du lycée bilingue de Ngaoundéré en 1996; et puis le lycée classique et moderne de Meiganga en 2008. Ce sont deux établissements scolaires dans lesquels j'ai exercé en qualité d'enseignant de mathématiques.

15. Notes personnelles issues de la communication de Mani Kono (2008 : [n.p.]).

16. Il s'agit ici du modèle actantiel élaboré par Greimas (1966).

citer notamment les travaux de Christeva dans le domaine de la sémanalyse (1969). Précisons toutefois que des critiques sur ces travaux ont été faites par Sokal & Bricmont (1997). Mais ce n'est pas ici l'objet de notre travail.

Le recours aux symboles mathématiques procède plus d'une quête de la rigueur par le biais de la formalisation que de la recherche d'une quelconque vérité qui serait unique. Aussi, les chercheurs et chercheuses en sciences humaines qui empruntent aux mathématiques leurs outils ne se prennent pas pour des mathématiciens et mathématiciennes attiré·e·s. C'est d'ailleurs ce qu'affirme le linguiste Chomsky.

Dans mon propre travail professionnel, j'ai abordé une variété de domaines. J'ai fait du travail en linguistique mathématique, par exemple, sans diplôme professionnel en mathématiques. Dans ce domaine, je suis complètement autodidacte et pas très bien formé. Cependant, j'ai souvent été invité par les universités à parler de linguistique mathématique lors de séminaires et colloques sur les mathématiques. Personne ne m'a jamais demandé si j'étais qualifié pour parler de ces sujets; les mathématiciens ne s'en offusquent pas. Ce qu'ils veulent savoir, c'est ce que j'ai à dire. Personne ne s'est jamais opposé à mon droit de parole, me demandant si j'ai un doctorat en mathématiques ou si j'ai suivi des cours approfondis dans cette matière. Cela ne leur serait jamais venu à l'esprit. Ils veulent savoir si j'ai raison ou tort, si le sujet est intéressant ou non, si de meilleures approches sont possibles. La discussion a porté sur le sujet, pas sur mon droit d'en discuter¹⁷. (Chomsky, 1979 : 6)

Ces propos dévoilent une fois de plus le caractère transversal des mathématiques et surtout la rigueur et l'humilité des mathématiciens et des mathématiciennes qui s'intéressent plus à l'importance de la problématique du sujet et de la méthodologie adoptée qu'à la légalité ou la légitimité de l'orateur. C'est une manière d'envisager les relations entre les disciplines scientifiques en termes de complémentarité et de collaborations

17. « In my own professional work I have touched on a variety of different fields. I've done work in mathematical linguistics, for example, without any professional credentials in mathematics; in this subject I am completely self-taught, and not very well taught. But I've often been invited by universities to speak on mathematical linguistics at mathematics seminars and colloquia. No one has ever asked me whether I have the appropriate credentials to speak on these subjects; the mathematicians couldn't care less. What they want to know is what I have to say. No one has ever objected to my right to speak, asking whether I have a doctor's degree in mathematics, or whether I have taken advanced courses in the subject. That would never have entered their minds. They want to know whether I am right or wrong, whether the subject is interesting or not, whether better approaches are possible, the discussion dealt with the subject, not with my right to discuss it. »

avec des résultats beaucoup plus féconds que dans une situation et un environnement cloisonné. Les possibilités restent nombreuses autant que l'imagination et la créativité de l'esprit humain peuvent en concevoir. Les disciplines souvent considérées comme étant situées aux antipodes les unes des autres peuvent retrouver des points communs, des dénominateurs communs, les points d'intersection. C'est ainsi qu'on peut lire l'analogie suivante dans le *Dictionnaire des mathématiques*.

Mais la mathématique est aussi et d'abord un langage et, de ce point de vue, intéresse les linguistes et les lexicographes. Chaque mot ou locution reçoit une définition précise et à côté de termes spécifiquement mathématiques (morphisme, simplexe...), d'adjectifs honorant un mathématicien (euclidien, eulérien, népérien...) ou une mathématicienne (noethérien...), figurent un assez grand nombre de substantifs (anneau, clan, corps, distribution, fibre, groupe, lacet, spectre, tribu...) ou d'adjectifs (complet, conforme, séparé, simple...) empruntés à la langue courante, mais avec un sens mathématique précis, où l'aspect métaphorique est d'ailleurs parfois présent (filtre, noyau, treillis...). De sorte que, au-delà de son aspect faussement ésotérique, il y a parfois une certaine poésie, voire une poésie certaine – osons aller jusque-là! –, dans le langage mathématique. Avec une pointe d'humour, un grand bol d'enthousiasme et une réserve inépuisable de persévérance, chevauchons donc (sur un paraboloïde hyperbolique, évidemment) à travers les univers mathématiques pour y découvrir les corps algébriquement clos, les endomorphismes diagonalisables, les espaces bornologiques, les fonctions holomorphes ou les produits de convolution. (*Dictionnaire des mathématiques*, 1997 : 6)

De ces observations, on retient que la langue mathématique, au-delà de l'aspect hermétique et détaché, est susceptible d'une certaine forme d'esthétique. L'esthétisation mathématique¹⁸ peut même donner lieu à une poétique (Marcus, 1968) faite d'une langue à la fois figurative et subjective : le calcul des limites qui mime les frontières de l'espace, le domaine de définition qui circonscrit un espace, etc. Ne sont-ce pas là des produits d'une métaphorisation? À l'évidence, les sujets qui relient les mathématiques et les études littéraires sont nombreux. Si l'on songe seulement à concevoir des

18. On pense ici aux expositions de l'art fractal de Jérémie Brunet, les tableaux de formules mathématiques agrandies de Bernar Venet. Voir le site <http://images.maths.cnrs.fr> dans la rubrique « Dossier ».

activités et à aménager des cadres dans nos pratiques de classes, on créerait des occasions par lesquelles nos apprenants et apprenantes découvriront le plaisir des jeux de mots avec le vocabulaire mathématique, la créativité derrière la métalangue mathématique, la poéticité des figures géométriques mises en parallèle avec les calligrammes.

Dans le domaine de l'art, Delmer fait d'abord remarquer que « les mathématiques n'inspirent pas que les scientifiques. De nombreux et nombreuses artistes y ont puisé la matière de certaines de leurs œuvres. La réciproque est aussi parfois vraie, comme dans le cas de la perspective, où l'art a montré le chemin à des théories géométriques. » (2002 : 41). Un des grands adeptes de la peinture abstraite, Albert Aymé, dans son travail, utilise une démarche analogue à la recherche scientifique : « Je m'efforce d'avancer dans mon travail avec la rigueur d'un scientifique, mais sans me dissocier pour autant de la passion du poète ou du musicien. » (Aymé, cité par Delmer, 2002 : 44). La rigueur semble être la qualité la plus recherchée par les sciences humaines en mathématiques. En effet, les objets d'étude de ces disciplines se caractérisent par leur complexité¹⁹ et leur nature essentiellement hétérogène. Il s'agit donc de concilier hétérogénéité des objets et rigueur mathématique. Il va sans dire qu'une telle rigueur ne devrait pas être rigide, car lorsque les objets sont soumis à la déformation et à la variabilité, les règles doivent être souples. Comme on l'a vu dans plusieurs disciplines, une telle conciliation est possible, et même nécessaire, car « les activités humaines, les mathématiques et les arts sont le fait d'individus plongés dans le même climat culturel, politique, religieux. » (Delmer, 2002 : 44).

Il convient de relever qu'il existe des œuvres d'art qui semblent être de nature mathématique, apparemment cohérentes et correspondant à première vue à des objets réels. Mais en réalité, elles ne peuvent exister qu'en dessin, car elles échappent totalement à la construction mathématique. Il s'agit de sortes de constructions géométriques ou « figures impossibles »,

19. La complexité dont on parle ici est à comprendre dans le sens de « qui est composite, qui renferme plusieurs éléments. »

popularisées par le graveur Maurits Cornelius Escher²⁰ inspiré des mathématiques. Les illusions optiques créées par ce type de figures s'expliquent par le fait que l'œil ne se concentre que sur une partie de la figure et non sur sa totalité.

La phonétique acoustique étudie « les propriétés physiques des ondes sonores de la parole (traitement du signal), leur mode de transmission dans le milieu, et le fonctionnement des générateurs acoustiques de l'appareil vocal qui donne naissance à ces ondes. » (Dubois et al., 2002 : 6). Le son, défini comme une onde vibratoire périodique ou apériodique (Bentov, 1991) fait l'objet de mesures, de segmentations et d'interprétations par les phonéticiens et phonéticiennes. Parmi ses composantes, on identifie la fréquence du fondamental de la voix (F_0) exprimé en hertz (Hz), l'intensité vocalique exprimée en décibels (dB), la durée ou la quantité, les pauses silencieuses exprimées en secondes, l'accentuation. La sensibilité de l'oreille aux variations d'intensité sonore étant très différente selon la hauteur de la voix, il est établi mathématiquement que la perception humaine du son dépend de l'intensité sonore qui varie entre 10^{-16} et 10^{-2} Watt par centimètre carré (Essonno, 2006 : 144). En fait, le décibel exprime un rapport d'intensité par rapport à une intensité de référence que l'on choisit de manière arbitraire. L'équivalent en décibels d'un rapport d'intensités correspond à dix fois le logarithme décimal de ce rapport (Dubois et al., 2002 : 252). Soit, le niveau sonore $N = 10 \log_{10} (I/I_0)$, où I est l'intensité sonore et I_0 une intensité sonore de référence. Ce niveau sonore permet de connaître la limite à ne pas franchir par rapport au seuil d'audibilité²¹ pour l'oreille humaine. L'analyse acoustique d'un son complexe consiste alors à déterminer le nombre, la fréquence et l'amplitude (l'intensité) des vibrations qui le constituent.

Une telle analyse peut se faire selon différentes méthodes. Premièrement, elle peut se faire par une analyse mathématique de la courbe à l'aide du théorème de Fourier, selon lequel « toute forme d'onde périodique de fréquence F , peut être décomposée en un certain nombre d'oscillations

20. Pour visualiser les œuvres de cet artiste, on peut se rapporter à sa page personnelle <https://mcescher.com>. Ces objets dits impossibles ne sont pas sans nous rappeler les œuvres cubistes, elles-mêmes influencées par l'art négro-africain. (Laude, 1968).

21. Un niveau sonore supérieur à 90 dB peut entraîner une surdité partielle, voire totale chez l'humain.

régulières et simples, ayant des fréquences une fois, deux fois, trois fois ... N fois plus grandes que la fréquence de base. » (Fourier, cité par Essono, 2006 : 140).

Autrement dit, toute fonction T-périodique f , continue dans le cas présent, peut s'écrire comme somme de fonctions sinusoïdales. Soit, $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n(f) e^{i2\pi \frac{n}{T} x}$ avec les coefficients $c_n(f) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} f(t) e^{-i2\pi \frac{n}{T} t} dt$, appelés *coefficients de Fourier exponentiels de f* .

Ceci permet de distinguer, pour un corps vibrant donné, d'une part, la fréquence de vibration du corps en entier, appelée *fondamental*; et d'autre part, la fréquence de vibration de chacune des parties du corps vibrant, appelée *harmoniques*.

Deuxièmement, on peut procéder en utilisant un filtre acoustique. Ce dernier désigne « tout dispositif destiné non pas à amplifier le son en entier, mais à renforcer certaines fréquences de ce son complexe et en affaiblir d'autres. » (Essono, 2006 : 147).

Troisièmement, on peut recourir à la phonétique perceptive qui s'appuie sur l'oreille, appareil « qui transforme les signaux physiques [...] en signaux nerveux qui sont ensuite décodés par le cerveau. » (Essono, 2006 : 123). Le résultat de l'analyse peut être présenté sous forme d'un spectre ayant en abscisse les fréquences et en ordonnée les intensités.

Ce type d'interactions – mathématiques, physiques et phonétique – font appel aux séries de fonctions, aux exponentielles, équations différentielles, séries trigonométriques, séries de Fourier, aux intégrales, etc.

À présent, nous souhaiterions proposer aux enseignants et enseignantes quelques pistes pouvant les aider à construire des activités qui mettent en lumière les interrelations entre les disciplines. Dans le tableau qui suit, nous proposons de partir toujours d'un *problème contextualisé*²² qui va nous

22. Nous préférons cette appellation à celle de situation de vie qui très souvent, dans les pratiques de classe, n'explicite pas l'élément local dans son énoncé. Précisons par ailleurs que les exemples proposés ici sont globalement inspirés des travaux de Hasni et al. (2012).

permettre d'identifier les matières scolaires qui peuvent être mises en relation. Nous précisons également quelques outils conceptuels ou méthodologiques pouvant être exploités. Par ailleurs, des indications sont données sur l'organisation du travail des apprenant-e-s. Nous signalons enfin, pour nuancer, le type de relation impliquée entre les matières. Il va sans dire que ce tableau ne saurait être considéré comme un travail achevé ou un modèle prêt à usage que l'on va appliquer en toutes circonstances. Il revient à chaque enseignant et enseignante qui désire de l'exploiter, de l'adapter aux réalités et aux contraintes de sa classe. L'objectif principal reste l'édification d'une vision inclusive et collaborative de la construction des savoirs; vision qui guide et façonne toute mathématique qui se veut au service de l'épanouissement et du progrès d'une société.

| Problème contextualisé (Énoncé) | Disciplines scolaires à convoquer | Outils conceptuels ou méthodologiques | Organisation du travail des apprenant(e)s | Types de liens |
|---|---|--|--|--|
| Les ordures ménagères dans la ville de Ngaoundéré : leurs effets sur la santé des populations et leur gestion | Sciences de la Vie et de la Terre (SVT) | <ul style="list-style-type: none"> - Typologie des maladies du péril fécal, des maladies pulmonaires ; - Dermatose ; - Techniques de collecte, de transformation et de recyclage des ordures ménagères. | <ul style="list-style-type: none"> - Travail de groupes répartis par quartiers ; - Recueil des informations auprès des ménages sur les difficultés rencontrées ; - Entretiens avec les agents de l'entreprise en charge de la gestion des ordures de la ville ; - Recueil des informations auprès des centres hospitaliers sur les maladies les plus courantes ; - Proposition de solutions | <p>• Liens pluridisciplinaires : chaque discipline utilise ses propres concepts.</p> <p>• Liens interdisciplinaires :</p> <p>SVT/ Mathématiques (techniques de collecte → statistiques)</p> |
| | Mathématiques | <ul style="list-style-type: none"> - Techniques/formules de calcul des quantités, volumes, poids ; - Notions de suites numériques, d'agréats, de moyenne, de proportion ; - Statistiques. | | |
| | Éducation à la citoyenneté et à la morale (ECM) | <ul style="list-style-type: none"> - Extraits de la réglementation en matière d'hygiène et de salubrité ; - Règles morales sur la protection de l'environnement ; - Les vertus du vivre-ensemble et de la culture de la paix. | | |
| La gestion des ressources financières au sein d'une famille | Économie | <ul style="list-style-type: none"> - Propensions à consommer ; - Notions de revenu, d'investissement, de rentabilité, de capitalisation, d'épargne, de profit, d'intérêt ; - Notion de choix économiques, de dépenses. | <ul style="list-style-type: none"> - Travail individuel ; - Entretien avec les parents sur le budget familial, les ressources, les postes de dépenses et les projets. | <p>Liens interdisciplinaires :</p> <p>• Économie/ Mathématiques (gestion des ressources → calcul de la proportion à consommer; Investissement → équations polynomiales).</p> <p>• Mathématiques /ESF</p> <p>1^{er} cas : Rationnement spécifique de l'alimentation (quantité par denrées alimentaires → équations et systèmes d'équations)</p> <p>2^e cas : Rationnement différentiel de l'alimentation (quantité en fonction du sexe, de l'âge, etc. → système d'équations).</p> |
| | Mathématiques | <ul style="list-style-type: none"> - Suites arithmétiques et géométriques ; - Équations polynomiales et équations linéaires ; - Calculs de pourcentages ; - Équations et systèmes d'équations - Les droites dans le plan ; - Statistiques. | | |
| | Économie sociale et familiale (ESF) | <ul style="list-style-type: none"> - Notions de cuisine ; - Typologie des menus locaux ; - Devis pour la réalisation d'un menu ; - Gestion rationnelle des dépenses ; - Techniques du rationnement. | | |

Tableau 10 (1ère partie) : Exemple de constructions d'activités qui mettent en lumière les interrelations entre quelques disciplines avec des outils conceptuels ou méthodologiques pouvant être exploités.

| | | | | |
|--|------------------------------------|---|---|---|
| Élevage et commercialisation des produits bovins dans ville Ngaoundéré | Géographie | <ul style="list-style-type: none"> - Typologie des races bovines - Périodes et pistes de transhumance bovine dans la région de l'Adamaoua; - Techniques de fourrage. - Les marchés de la ville et la vente des produits bovins. | <ul style="list-style-type: none"> -Travail de groupes; - Entretiens avec les agents de l'abattoir municipal ; - Entretien avec les agents des boucheries, les commerçants des produits laitiers, les producteurs de sacs et chaussures en peau de bœuf. | <ul style="list-style-type: none"> •Liens pluridisciplinaires : chaque discipline utilise ses propres concepts. • Liens interdisciplinaires : Géographie/ Mathématiques (Les marchés de la ville et la vente des produits bovins → statistiques). Entrepreneuriat/ Mathématiques (Étude de marchés → calcul de proportions, équations et statistiques ; Calcul des coûts → équations et systèmes d'équations). |
| | Langues et culture nationale (LCN) | <ul style="list-style-type: none"> - Noms et classification des bovins en fulfulde ; - Typologie des produits laitiers en fulfulde. | | |
| | Mathématiques | <ul style="list-style-type: none"> - Techniques/formules de calcul des quantités, volumes, poids ; - Notions de suites numériques ; - Notions de calcul d'agrégats, de moyenne, de proportion. - Equations et systèmes d'équations - Statistiques | | |
| | Entrepreneuriat | <ul style="list-style-type: none"> - Création d'entreprise ; - Étude de marchés ; - Calcul des coûts d'investissement et production - Montage de projets ; - Recherche de partenariat. | | |
| Gestion des litiges fonciers entre agriculteurs (zones de culture) et éleveurs (zones de pâturage) dans la plaine de Dang (Ngaoundéré) | Géographie | <ul style="list-style-type: none"> - Aires cultivables et aires de pâturage dans l'Adamaoua; - Types de haies de protection ou d'enclos dans l'Adamaoua; - La végétation du plateau de l'Adamaoua (les pâturages) ; - Les pistes de transhumance bovine dans la région de l'Adamaoua. | <ul style="list-style-type: none"> - Travail de groupes ; - Recueil des informations auprès des agriculteurs et des éleveurs sur les difficultés rencontrées ; - Entretiens avec les agents des services de l'agriculture et de l'élevage sur les gestions administratives ; - Recueil des informations auprès des autorités traditionnelle et judiciaire sur le nombre de cas de litiges enregistrés, traités. | <ul style="list-style-type: none"> •Liens pluridisciplinaires : chaque discipline utilise ses propres concepts. • Liens interdisciplinaires : Géographie/ Mathématiques (aires cultivables → calcul d'aires, de périmètres). |
| | Mathématiques | <ul style="list-style-type: none"> - Calculs des périmètres, des aires ; - Calculs des coûts de construction des haies ; - Calcul du temps (cycles de productions des cultures et de mises en jachère des terres cultivables situées sur le corridor de transhumance) ; - Statistiques. | | |
| | ECM | <ul style="list-style-type: none"> - Extraits de la législation en matière de propriété foncière ; - Les vertus du vivre-ensemble, de la culture de la paix. | | |

Tableau 10 (2e partie) : Exemple de constructions d'activités qui mettent en lumière les interrelations entre quelques disciplines avec des outils conceptuels ou méthodologiques pouvant être exploités.

Nous tenons à préciser que les motifs, ainsi que les modalités de mise en place des activités interdisciplinaires sont à l'appréciation des guides que sont les enseignants et les enseignantes. On peut bien partir d'une simple volonté de mettre en relation des disciplines, comme on peut aussi partir d'une intuition ayant pour origine un fait de société. Si les deux démarches sont valables, la seconde semble plus fructueuse dans la mesure où elle repose sur un problème identifié, donc concret et ancré dans un contexte, celui du milieu de vie des apprenant·e·s. Dans ce qui suit, nous allons présenter un cas de figure qui nous a mis le pied à l'étrier.

Deux hommes, l'espace et la chèvre : une solution pythagoricienne à un récit mathématique

Au quartier « Hôpital » de la ville de Yokadouma (Est-Kamerun), Monsieur Tagne et son voisin Monsieur Nakoué sont en pleine discussion :

M. Tagne : Je ne voudrais plus que ta chèvre broute de l'herbe dans ma parcelle? Il faut trouver un autre endroit ou réduire la longueur, déjà assez courte, de la corde avec laquelle elle est attachée.

M. Nakoué : Les meilleures herbes se trouvent ici; mais je n'arrive pas à trouver le bon endroit pour fixer le piquet, de sorte que ma chèvre puisse brouter jusqu'aux limites de mon champ.

Pendant sa promenade, un jeune Aliakol, élève de la classe de première C au Lycée de Yokadouma, les surprend dans cette dispute.

M. Tagne : Tiens, voici notre fils Aliakol ! Il va peut-être nous aider.

Aliakol : Pourquoi les papas sont-ils en colère?

Monsieur Tagne lui expose clairement l'objet du problème. Puis le jeune élève leur demande de se calmer et d'attendre un instant, le temps pour lui de réfléchir afin de trouver une solution au conflit entre les deux voisins.

Aliakol mathématise le problème de la manière suivante : « On considère un secteur angulaire ($x\hat{A}y$) dont la pointe A est la borne, $[Ax)$ et $[Ay)$ les deux côtés limites du terrain de monsieur Nakoué. Étant donnée une corde de longueur l , on veut trouver le point G, centre d'un cercle de rayon égal à l , tangent à la fois à $[Ax)$ et à $[Ay)$. »

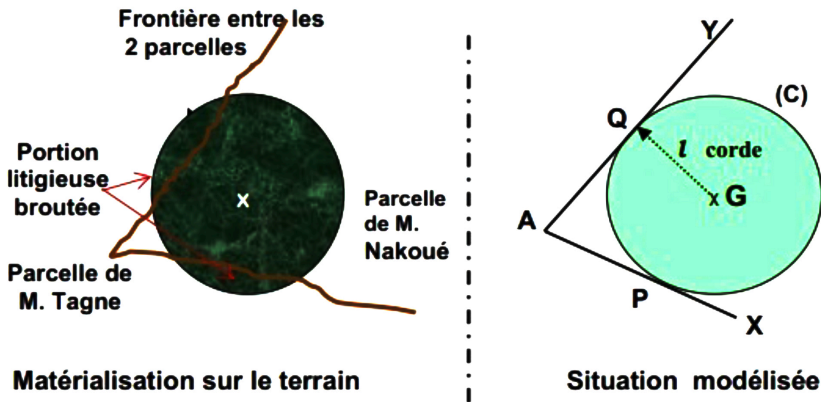


Figure 8 : Mathématisation d'un problème concret de nature agropastorale.

Et aussitôt, sur le sol nu et de manière spontanée, il esquisse les croquis ci-dessous.

Notons G le centre du cercle (C), P et Q les points de contact de (C) avec les côtés limites $[Ax)$ et $[Ay)$ qui sont les frontières des deux champs et tels que $GP = GQ = l$ où $l = 7$ m est la longueur de la corde, de sorte que (GPA) et (GQA) soient des angles droits. Puisque $GP = GQ$, on déduit que $AP = AQ$, d'après le théorème de Pythagore sur le triangle. Il conclut que le bon endroit pour fixer le piquet est le point G à équidistance de P et de Q, tel que $GA = \sqrt{AP^2 - l^2}$.

Ici, peuvent intervenir les notions de bissectrice d'un secteur, de médiatrice d'un segment, de tangente à un cercle et les propriétés de Pythagore. Par cette démonstration, nous voulions présenter le rôle décisif que peuvent jouer les mathématiques dans la résolution des problèmes des Africains au quotidien.

De nombreux exemples d'application des mathématiques en Afrique liés à l'héritage culturel africain existent dans la littérature (M'Backé Diop, 2009/2010/2011; Djebbar, 2015). Sans toutefois nous lancer dans les spécificités procédurales de ces applications, nous nous limitons à la présentation synoptique de quelques clichés. Pour ce faire, nous nous référerons à des périodes ayant précédé la colonisation. Il s'agit d'époques où les populations étaient encore sous-scolarisées et n'avaient pas encore connu l'influence de l'école occidentale ni celle des nouvelles technologies.

Le temps et l'apprentissage : de l'arithmétique à l'arithmosophie

Ici, deux aspects nous intéressent spécifiquement. Premièrement, le **calcul du temps**. Le temps de la journée était calculé par la longueur de l'ombre de l'objet qui varie du simple au double ou au triple, et dont la lecture permettait de fixer le temps de la journée pour honorer un rendez-vous ou pour mener une activité donnée. Le temps de la nuit était calculé par l'observation des étoiles, selon leur position par rapport aux points cardinaux et par rapport à d'autres astres.

Deuxièmement, le **calcul simple** ou l'**arithmétique**. Ce savoir était appris bien avant l'arrivée de l'école occidentale, à partir des livres écrits en langue arabe, par des auteurs et autrices de l'Afrique du Nord, notamment Abaa Maqra. Cette école était élitiste, car ceux et celles qui pouvaient l'enseigner étaient rares parmi les érudits, notamment les *moodibbe*²³. Cette science

23. Il s'agit des docteurs en sciences coraniques. Terme aussi connu que celui de « lamido ». Si on peut choisir de devenir « mallum » après la cérémonie du [do'ordu], qui marque la fin des études coraniques, et couronne l'achèvement de la lecture et de l'écriture du Coran, il n'en va pas de même pour devenir « modibo ». R. Santerre (1982 : 339) explique que « [le titre] » de moodibbo est moins automatique [que celui de « mallum » : la communauté ne l'accorde que progressivement à ses maîtres les plus vénérables, sur la foi de leur savoir, de leur piété, leur tradition familiale et leur réputation de sagesse, que montrent la qualité et le nombre de leurs élèves. Aucun « modibo » ne peut se prévaloir de ce titre. C'est uniquement le rayonnement de son enseignement, l'écho de ses avis sur les questions religieuses et juridiques,

commençait par une étude des méthodes de calcul simple et rapide en utilisant des lettres de l'alphabet arabe appelé « Abjadia » et leur valeur chiffrée, en passant par la maîtrise d'un procédé complexe consistant à convertir des chiffres en lettres et vice-versa; et en même temps, procéder à la multiplication, la soustraction, l'addition et la division pour déboucher sur un résultat. Les opérations menées étaient marquées ou écrites sur du sable ou sur du papier. Dans les années 1960, les personnes qui pratiquaient avec aisance cette science étaient souvent sollicitées par des commerçants et commerçantes dans les marchés afin de les aider à faire les calculs nécessaires pour certaines transactions. D'ailleurs, on dit de ces personnes qu'elles étaient presque aussi rapides que la machine à calculer. Il convient de remarquer que la grande majorité de ceux et celles qui apprenaient et pratiquaient cet aspect des mathématiques ne s'arrêtaient pas à ce niveau de compétence, mais évoluait pour devenir plus tard des numérologues, des arithmosophes²⁴, des spécialistes en géomancie ou en horoscopie.

Le calcul de la zakat et la gestion de l'héritage : des solutions mathématiques à des obligations religieuses

Il y a bien longtemps que les mathématiques sont utilisées dans plusieurs aspects de la vie religieuse chez les musulmans en général et ceux du grand Nord-Kamerun en particulier. La *zakat* est une aumône légale obligatoire que chaque musulman devrait offrir annuellement aux personnes nécessiteuses lorsque ses biens atteignent une assiette, une masse ou un volume imposable à la zakat. Même s'il se passe qu'aujourd'hui encore dans certaines sociétés

qui font que l'on commence à saluer un « malloum » par le titre de « modibo ». Les [moodi66e] peuvent ou non suivre un [wirdi] (voie ou confrérie). Cf. faki, goni, malloum, marabout.

24. L'arithmosophie ou science symbolique des nombres est un moyen de connaissance ésotérique qui « considère non les nombres arithmétiques, mais les nombres symboles, jugeant que les premiers ne possèdent pas de lien intérieur avec l'essence des objets auxquels ils se rapportent, tandis que les seconds, doués de signification ou de force symbolique, expriment une union essentielle qu'ils ont avec leurs objets. » (Faivre, 2021)

musulmanes d'Afrique et d'ailleurs, des disparités s'observent dans la mise en pratique de ce pilier de l'Islam, le principe religieux de son prélèvement ne souffre d'aucune opposition.

Les juristes musulmans ne s'accordent pas sur plusieurs aspects de la *zakat*. Chacun a ses propres opinions et arguments, et il y a parfois des contradictions qui laissent la majorité des populations dans le chaos et la confusion sur quelle opinion choisir²⁵. (Al Qaradawi, 2000 : xx)

Les biens économiques honnêtement acquis par tout·e musulman·e et susceptible d'être soumis à la *zakat* sont de divers ordres. On peut citer entre autres, les marchandises ou articles de commerce, les pierres précieuses (or, argent...), la fortune, les cheptels (chameaux, les bœufs, les brebis...), les produits agricoles, etc. Les détails techniques de calcul des différents ratios de la *zakat* selon les rubriques imposables citées précédemment sont présentés dans l'ouvrage d'Al Qaradawi (2000). Pour le cheptel bovin par exemple, et dans certaines conditions, la quantité imposable est de 30 bêtes ayant appartenu à son propriétaire pendant un an; et le taux d'imposition est d'une tête de bœuf d'un an révolu. Soit un taux de 1/30. Il faut noter que c'est le plus souvent à l'occasion du prélèvement de la *zakat* que le berger peut faire un dénombrement sérieux des bêtes de son cheptel, car par habitude, il est réputé connaître ses bœufs et non leur nombre. En effet, dans son troupeau, il peut facilement remarquer l'absence d'une bête sans pour autant être capable de vous dire, en toute spontanéité et avec certitude, la taille de ce cheptel; paramètre auquel il accorde moins d'intérêt. Pour le capital de commerce et l'argent, le taux d'imposition est le ¼ du 10e tel qu'enseigné dans les livres de la législation islamique. En science moderne, ceci est exprimé en termes de pourcentage, soit 2,5 %. Chaque commerçant·e ou berger savait très bien comment faire l'inventaire de ses biens pastoraux et procéder, en toute honnêteté, au calcul et au prélèvement de l'imposition (la *zakat*). La taxe sur les produits agricoles (les récoltes), quant à elle, est calculée sur la quantité récoltée et non sur le poids des récoltes.

25. « Muslim jurists differ on many details of zakah. Each has his own opinion and arguments, and there are sometimes contradictions among their interpretations, which leaves the majority of people in chaos and confusion about what opinion to choose. »

S'agissant de l'héritage avec les partages successoraux, il convient de noter que le Coran a prescrit les parts de biens à obtenir en héritage par certains ayants droit en termes de fraction.

Voici ce qu'Allah vous enjoint au sujet de vos enfants : au fils, une part équivalente à celle de deux filles. S'il n'y a que des filles, même plus de deux, à elles alors deux tiers de ce que le défunt laisse. Et s'il n'y en a qu'une, à elle alors la moitié. Quant aux père et mère du défunt, à chacun d'eux le sixième de ce qu'il laisse, s'il a un enfant. S'il n'a pas d'enfant et que ses père et mère héritent de lui, à sa mère alors le tiers. Mais s'il a des frères, à la mère, alors le sixième, après exécution du testament qu'il aurait fait ou paiement d'une dette. De vos ascendants ou descendants, vous ne savez pas qui est plus près de vous en utilité. Ceci est un ordre obligatoire de la part d'Allah, car Allah est, certes, Omniscient et Sage. (Coran en ligne, Sourate 4 An-Nisa'a – Les femmes : verset 11)²⁶

Il y a donc parmi les ayants droit à l'héritage, ceux qui bénéficient de la moitié (1/2), du tiers (1/3), du quart (1/4), du sixième (1/6) ou du huitième (1/8) des biens du défunt. Lorsqu'il faut partager ou redistribuer ces différentes fractions aux ayants droit, il faut trouver, entre autres, le dénominateur commun, afin de déterminer avec toute la précision recommandée par le Coran, la part exacte de biens qui devrait revenir à chacun, avant de passer au partage proprement dit. Cette procédure concernant les partages successoraux n'est pas normalisée à tous les cas. Il y en a d'autres selon les spécificités liées aux relations de filiation avec le défunt qui s'inscrivent dans l'ordre générationnel dont le bénéficiaire est tributaire. Cependant, bien que cette procédure soit assez complexe pour ceux qui n'ont pas été à l'école occidentale, il faut remarquer que dans les sociétés traditionnelles musulmanes, les calculs ont toujours été effectués, avec succès, par l'une ou l'autre parmi les compétences religieuses locales, notamment l'*Akaali*²⁷,

26. Voir le site www.coran-en-ligne.com.

27. En fulfulde, *alkaaliijo* (singulier) / *alkaali'en* (pluriel); terme issu de l'arabe [al qāḍī], « juge ». Cf. Seignobos & Tourneux (2002 : 16).

grand juge du lamidat²⁸ (petit territoire musulman au Nord-Kamerun), le lamido (chef politique et spirituel d'un lamidat) lui-même, un érudit ou un imam (guide spirituel et temporel d'une communauté islamique).

Par ailleurs, dans notre volonté de dévoiler les mathématiques dans les activités humaines au quotidien, il faut observer que certaines propriétés ou théorèmes mathématiques, au-delà de leurs fonctions premières comme outils mathématiques, ont des interprétations qui sont en adéquation avec la réalité de certaines situations de vie. On peut s'intéresser à certains d'entre eux.

(a) « Le théorème des gendarmes » pour le calcul des limites de certaines fonctions numériques

Énoncé mathématique : Si f , g et h sont trois fonctions numériques à variable réelle telles que $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ et si $f(x), h(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} 1 \in \mathbb{R}$, alors $g(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} 1$.

Cet outil permet de calculer la limite de certaines fonctions par encadrement.

Interprétation à travers un fait de société :

Si g désigne un coupable, f et h deux gendarmes qui en tout temps « x » encadrent le coupable g , « $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ », en le tenant par ses bras gauche et droite respectivement. Si à un moment donné « $x \rightarrow x_0$ », les deux gendarmes se dirigent vers une même et unique porte « $f(x), h(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} 1 \in \mathbb{R}$ », notamment celle d'une cellule « $1 \in \mathbb{R}$ », alors l'accusé va obligatoirement se retrouver en cellule « $g(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} 1$ ».

D'où l'appellation « théorème des gendarmes ».

(b) Les propriétés de passage aux limites infinies dans les inégalités larges

Énoncé mathématique : Soient f et g sont deux fonctions numériques à variable réelle telles que $f(x) \leq g(x)$, pour tout x .

28. Dérivé du fulfulde laami'i'o, francisé en lamido, « chef ». Cf. Seignobos & Tourneux, 2002 : 166.

(b1) Si $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} +\infty$, alors $g(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} +\infty$;

(b2) Si $g(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} -\infty$, alors $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} -\infty$;

De plus, (b3) si $|f(x)| \leq g(x)$ et $g(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} 0$ alors $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} 0$.

Interprétation à travers des situations de vie :

Considérons qu'en tout temps « x », « $f(x)$ » désigne les enfants d'une famille ou d'une nation et « $g(x)$ » désigne les parents ou le gouvernement. Bien évidemment, les enfants comme la nation sont toujours encadré-e-s respectivement par les parents et/ou le gouvernement « $f(x) \leq g(x)$ »; considérons également que les symbolismes mathématiques « $\xrightarrow{x \rightarrow x_0} +\infty$ », « $\xrightarrow{x \rightarrow x_0} -\infty$ » et « $\xrightarrow{x \rightarrow x_0} 0$ » signifient respectivement émerger à travers l'éducation et le développement « $+\infty$ », sombrer dans la normalisation des écarts de comportements « $-\infty$ » ou se compromettre dans le tribalisme et la grande corruption « 0 », à un moment donné « $x \rightarrow x_0$ ».

Les propriétés (b1), (b2) et (b3) peuvent être interprétées de la manière suivante :

- (b1) : Si les enfants et la nation émergent à travers une saine éducation alors les parents et le gouvernement s'en réjouiront et émergeront pareillement à travers un développement multisectoriel irréversible.
- (b2) : Si les parents et le gouvernement sombrent dans la normalisation des écarts en fuyant devant leurs responsabilités régaliennes, alors les enfants et la nation sombreront pareillement dans les déviances civiques et morales.
- (b3) : Si les parents et le gouvernement se compromettent dans le tribalisme et la grande corruption, alors les enfants et la nation feront pareillement à travers la tricherie et la haine tribale.

Il s'agit là de quelques situations de vie plausibles en Afrique qui, dépouillées des incertitudes liées à l'ondoyance et la versatilité des comportements des êtres humains, épousent les modèles mathématiques précités, avec un degré de corrélation élevé. En effet, cette présentation quelque peu sommaire dévoile comment les mathématiques, à travers leurs outils et leurs résultats,

peuvent être à l'usage perpétuel des hommes et des femmes dans la prise de certaines décisions pour la gestion de la cité, pourvu que l'on s'appuie sur ses praticien·ne·s.

Ces récits comme beaucoup d'autres récits s'originent dans le vécu des populations africaines. Ils montrent à suffisance que l'utilisation des mathématiques n'est pas étrangère à leurs pratiques ou à leurs activités. Puisque la question des preuves de la pratique des mathématiques dans les sociétés africaines est aujourd'hui dépassée, celle qui est capitale à présent est de savoir quelles mathématiques sont nécessaires pour le développement de l'Afrique. Si, pour accéder au développement, il est nécessaire de créer des industries et des nouvelles technologies, il est sans doute aussi utile que l'épanouissement des populations africaines, des plus petites aux plus grandes, s'opère par la résolution de leurs problèmes à l'échelle locale, puis globale. Les interactions entre les humains, l'espace, les animaux et l'école sont courantes en Afrique. Les rationaliser par le biais de modèles mathématiques, appris à l'école ou en dehors, est une solution efficiente et durable, une voie par excellence d'accès aux mathématiques pour le développement²⁹.

29. D'autres exemples plus concrets de problèmes africains susceptibles de bénéficier de l'interdisciplinarité, au secondaire comme au supérieur, sont en préparation par l'auteur.

Situations linguistiques et discours mathématique

Le terme « langue » connaît plusieurs définitions. Nous retiendrons celle qui est proposée par Dubois *et al.* pour qui elle est « un système de signes dont le fonctionnement repose sur un certain nombre de règles, de contraintes. » (2002 : 270). On ajoutera que d'un point de vue fonctionnel, elle est un « code¹ qui permet d'établir une communication entre un émetteur et un récepteur. » (Dubois *et al.*, 2002 : 270). Les langues humaines se caractérisent essentiellement par leur diversité. On dénombre près de 7 117 langues parlées dans le monde². Environ 40 % de ces langues sont aujourd'hui en danger de disparition³ (langues possédant moins de 1000 locuteurs et locutrices). La question s'est posée souvent de savoir si la diversité linguistique constitue un obstacle au développement, et dans le cas d'espèce au développement des mathématiques. Pour nous, ce débat ne constitue guère la priorité. La véritable question se trouve plutôt dans l'élucidation des conditions nécessaires pour le développement des mathématiques dans les langues endogènes. Le contexte des pays africains multilingues devrait pousser les chercheurs et les chercheuses à mettre en place des dispositifs d'apprentissage les plus inclusifs possibles : on n'exclura aucune langue à l'école, mais on exploitera les avantages circonstanciels que chacune nous offrira pour débloquer des situations.

1. Il faut cependant se méfier de l'analogie entre le code dit linguistique et le code tel qu'on l'entend en informatique. En effet, les formes linguistiques se caractérisent par leur plasticité et leur plurivocité tandis que le code informatique est univoque. Les ambiguïtés, la polysémie, les métaphores et toute l'activité poétique prouvent la ductilité des formes linguistiques. Sur ce sujet, voir la mise en garde de Culioli (1990).

2. Les chiffres sont fournis par ethnologue.com.

3. L'UNESCO a élaboré un atlas des langues en danger dans le monde. Voir unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000189451.

D'un côté, il y a un travail d'élaboration nécessaire, mais durable : la création des technolèctes⁴ mathématiques dans les langues africaines, la production et la diffusion des ressources didactiques/pédagogiques adaptées. Cet immense chantier, déjà entamé depuis fort longtemps par des chercheur·se·s reconnu·e·s (Vellard, 1988; Diki-Kidiri, 2008) devra être parachevé.

D'un autre côté, il y a les possibilités offertes par l'éducation plurilingue. En effet, la reconnaissance et l'accession des langues africaines dans les classes, aux côtés des langues héritées de la colonisation, ont révélé à quel point le monolinguisme freinait l'éclosion des potentiels des jeunes africain·e·s (Daouaga Samari, 2018). La prolifération des ressources didactiques (manuels, brochures bilingues) et la recherche des méthodes et stratégies didactiques innovantes (enseignements assistés par ordinateur, enseignement en ligne, approche par les compétences (Roegiers, 2006), approche par la stratégie, les capacités et le questionnement⁵) favorables à une construction des connaissances à travers des activités plus intégratives, montrent qu'il y a encore des possibilités pour améliorer la formation et l'accès aux savoirs en Afrique. Notre démarche s'inscrit dans cette perspective d'une éducation mathématique en adéquation avec les contextes des apprenant·e·s; leurs valeurs culturelles et leurs langues en font partie.

En tout état de cause, les langues sont le principal vecteur de communication entre les humains, mais aussi le système à travers lequel on appréhende à la fois les représentations que les individus se font d'eux-mêmes, celles qu'ils se font des autres, de leur aperception du monde; bref, de toute l'activité symbolique qui se fait dans leur univers cognitif. La cognition ici renferme à la fois le rationnel et l'affectif qui ne devraient pas être dissociés. Considérant la complexité des relations entre la construction des savoirs d'une part et les rapports aux langues pratiquées d'autre part, nous sommes amené·e·s à penser que l'enseignement des mathématiques ne saurait se départir de la problématique du choix de la langue de transmission. Sachant le lien affectif, ainsi que les savoirs

4. Il s'agit d'un ensemble de caractères, de symboles, d'outils linguistiques différenciés qu'on peut regrouper en une structure de façon à en faire un vocabulaire, et que l'on réfère à un groupe professionnel de mathématicien·ne·s, pour ce qui nous concerne.

5. L'auteur fait une présentation détaillée de cette approche pédagogique dans un autre ouvrage à paraître.

endogènes accumulés dans une langue par un·e jeune Africain·e, peut-on s'offrir le luxe de lui imposer une langue autre que la sienne et pour laquelle il peut avoir un sentiment de rejet ou une attitude de distanciation? Et pour quelles efficacités? Quel effort intellectuel exige-t-on de cet enfant? Quelles frustrations lui impose-t-on? Ce sont là autant de questions que l'on doit se poser.

Une mathématique au service du développement ne doit pas éluder ces questions. Elle devra considérer que la langue de travail est un paramètre qui fait partie intégrante de la démarche didactique. L'enseignant·e devra s'appropriier tous les paramètres du contexte d'apprentissage. S'il demeure vrai qu'il/elle peut le faire par un effort personnel, le cadre idoine nous semble l'institution qui s'occupe de la formation des enseignant·e·s. Une enquête réalisée par Hasni *et al.* (2012) dans les lycées canadiens, auprès des enseignant·e·s des sciences et technologies d'une part, et des enseignant·e·s de mathématiques d'autre part, montre que les difficultés liées à la mise en œuvre des activités interdisciplinaires proviennent, dans une proportion non négligeable, de la formation disciplinaire et du contexte de travail. De par l'introduction d'un module ou d'une unité de formation intitulée « Mathématiques et contextes d'apprentissage » (MCA), on pourrait régler ces questions. Les MCA, en plus de la sensibilisation sur les réalités contextuelles, constitueront également une plateforme de partage entre les disciplines mathématiques et les sciences sociales, car la question du développement requiert des connaissances et des expériences qui transcendent les barrières entre les disciplines scientifiques.

La pensée conceptuelle, la logique et les formes linguistiques

Pour rechercher la vérité, les humains formulent des jugements. Cette vérité vient de la structure objective de la pensée, de l'aptitude de la raison à établir ses propositions. Il convient de distinguer la pensée intuitive⁶ qui est indicible (et observable chez les nourrissons notamment) de la pensée conceptuelle soumise au langage, c'est-à-dire structurée, conditionnée ou exprimée par une langue (Malanda Dem, 1977). Le langage est un instrument important de la structuration des connaissances et celui-ci ne peut advenir que dans des situations d'interactions entre pairs, dans des situations ouvertes aux activités coopératives/collaboratives et aux conflits sociocognitifs.

S'agissant de la pensée conceptuelle, la forme linguistique est non seulement la condition de sa transmissibilité, mais également la condition de sa réalisation. Si donc nous dévoilons notre pensée à travers la langue, future gestuelle, il va de soi que la langue que nous parlons va, d'une certaine manière, influencer significativement la structure et le modèle de notre pensée. Ainsi, une analyse menée sur nos différentes langues montre que chacune découpe, sélectionne et classifie de manière originale la réalité de notre monde (Malanda Dem, 1977). Nous découpons et nous décrivons la nature selon les voies répertoriées par notre langue maternelle (IPAM, 1993). À ce découpage assez méthodique et original de la nature, à cette organisation en concepts de la nature, nous attribuons telle ou telle signification en vertu d'une convention définie par notre communauté linguistique et codifiée dans les modèles de notre langue. Ce fait est d'une

6. On trouve dans les travaux de Piaget (1936) sur l'intelligence une description élaborée et une catégorisation de la notion d'« intuition » : intuition a priori, intuition articulée, intuition métaphysique, intuition opératoire. Une présentation détaillée de ces concepts est fournie sur le site de la Fondation Jean Piaget : https://www.fondationjeanpiaget.ch/fjp/site/oeuvre/index_notions_4.php. Par ailleurs, précisons qu'avec l'avènement des neurosciences, certaines positions de la théorie piagétienne ont été revues. Pour un aperçu actualisé, voir Marc Olano, « L'intelligence, de Jean Piaget aux neurosciences », *Sciences humaines*, n°321, Janvier 2020 : https://www.scienceshumaines.com/1-intelligence-de-jean-piaget-aux-neurosciences_fr_41836.html.

importance capitale pour les sciences modernes, et donc les mathématiques; car il signifie que l'on n'est pas libre de décrire la nature avec une impartialité absolue, mais il est plutôt contraint de respecter certains modes d'interprétation, y compris dans le processus d'élaboration des concepts mêmes les plus originaux. La pensée devient logique ou mathématique quand elle est sous-tendue par une connaissance ou une vérité établie à un moment donné. Elle reste purement formelle et ne s'occupe pas de la vérité matérielle des propositions (Bourbaki, 1948).

Nous pouvons alors dire que la langue rentre dans ce paradigme qui nous aide à poser les problèmes d'une façon convenable avant de les résoudre. C'est seulement quand les problèmes sont identifiés, nommés et posés sous l'angle de l'observateur ou de l'observatrice qu'intervient la science pour les étudier et éventuellement les résoudre. La langue structure la perception même de ce que l'on étudie; elle est d'ailleurs présente dès l'avènement de la démarche scientifique.

Le discours mathématique et les langues naturelles

Pendant une très longue période de l'histoire, l'on a pensé que seule l'activité conceptuelle et logique, élaborée à partir de la langue, était intelligente, tandis que les autres comportements adaptatifs dérivait de l'intuition. Mais depuis le début du XXe siècle, l'on a établi l'existence d'autres formes d'intelligence. On distingue en général huit formes d'intelligence : linguistique (ou langagière), logico-mathématique, kinesthésique, spatiale, interpersonnelle, musicale, intrapersonnelle et naturaliste (Belleau, 2001). Ces formes d'intelligence ont, au fil du temps, contribué positivement chacune selon ses potentielles applications au développement de la condition humaine.

Les rapports entre la pensée et le langage sont inextricables. Pour Tschumi (1968), il y a une interdépendance entre les deux. Il est tout à fait possible dans un contexte de multilinguisme où foisonnent des langues nationales, langues officielles et langues étrangères, de traduire une pensée, un discours

dans différentes langues. Le discours mathématique singulièrement, même si l'on peut admettre que sa naissance et son développement ont pu être facilités par les structures de certaines langues et d'une certaine mentalité, s'impose comme universel aujourd'hui, quelle que soit la langue maternelle de son auteur ou de son autrice.

Toutefois, cette situation émane des œuvres humaines. Sur le plan de son développement, de sa diffusion à l'échelle du monde, on doit reconnaître que cette expansion s'est faite par des choix stratégiques de langues. Les effets de cette imposition sont tels que certain·e·s Africain·e·s sont convaincu·e·s que leurs propres langues sont inaptes à exprimer la pensée mathématique. Pourtant, des efforts constants ont pu être observés pour adapter le discours mathématique dans les langues africaines. Mais nous devons reconnaître que la tâche ne se réduit pas à la transposition des connaissances mathématiques dans les langues africaines qui en serait de simples réceptacles (Tourneux, 2011). Des initiatives nouvelles tentent aujourd'hui de promouvoir le développement de la science dans la diversité linguistique. L'une d'entre elles est celle soutenue par de Robillart (2019) et portant sur la reconnaissance du principe de la diversité linguistique et culturelle dans les recherches. Par ces efforts, on tente de rendre visibles les langues qui souffrent de discrimination linguistique que Blanchet (2019) nomme « glottophobie », dans le domaine scientifique. Il est donc nécessaire de donner de la place aux savoirs et aux langues qui ne sont pas toujours visibles, car, selon de Robillart, « renoncer à ces sources et aux langues dans lesquelles elles [sic] se sont exprimées au profit du seul anglais, c'est perdre toute chance de contribuer utilement à la recherche mondiale dans nos disciplines. » (2019, paragr. 4)

Nous observons dès lors que les mathématiques, en tant que discours, s'apparentent à une « langue ». Cependant, les rapports entre la « langue mathématique ou logique » et les langues naturelles⁷ sont singuliers. Pour le logicien Grize, ces rapports sont perceptibles en termes de dualité :

7. Encore appelées « langues ordinaires », il s'agit de systèmes non formels d'expression (parlée ou écrite par un être humain) dont les éléments et les structures sont communs à un groupe social.

les langues logiques et langues naturelles sont indissociablement liées, les unes ne se conçoivent pas sans les autres. Elles sont néanmoins spécifiques les unes par rapport aux autres, ce qui signifie qu'on ne saurait 'ramener' la logique à la langue, ni la langue à la logique. (1973 : 31)

Nous sommes donc face à une situation complexe et à des relations inextricables. Parmi les points communs entre les langues logiques et les langues naturelles, on peut citer leur structuration en système : elles sont composées d'une syntaxe, d'une sémantique et d'une pragmatique. S'agissant des points de discordance, notamment les différences d'interprétation et de fonctionnement spécifiques à chaque langage et sa logique, des pistes didactiques pour construire d'autres passerelles entre les deux langues existent (Wieruszewski, 1994).

Cependant, les langues naturelles sont avant tout doublement articulées (Martinet, 1961). Par ailleurs, les langues logiques disposent d'une métalangue qui permet de raisonner sur les énoncés produits. Celle-ci reste généralement très stable, contrairement aux formes linguistiques qui sont soumises à la « déformabilité » (Culioli, 1990). Le système (la métalangue) ne tolère pas non plus la contradiction, notion très peu pertinente pour les langues naturelles. Il semble donc très peu aisé de démêler les fils de l'écheveau qui lie la logique et les langues. La solution proposée par Grize, celle de la dualité, témoigne de l'influence réciproque entre les deux entités. Il en déduit que les langues logiques servent de métalangues aux langues naturelles, et inversement, les langues naturelles servent de métalangue aux langues logiques.

Ce constat fait, l'enseignant-e de mathématiques qui vise le développement devra tirer les conséquences dans ses pratiques de classe. La manipulation de la métalangue mathématique devient donc un enjeu pour la réussite de la formation. La question que l'on doit se poser ici est celle de savoir en quoi la métalangue que j'utilise peut se constituer en un véritable écueil pour l'apprenant-e. D'après Grize (1973), c'est à ce niveau qu'il y a *désarticulation* et qu'il faut nécessairement une « coordination » qui puisse rapprocher la métalangue mathématique des langues naturelles. Ceci participe également de la démystification de l'apprentissage. Autant la métalangue mathématique est proche des langues naturelles, autant les mathématiques sont accessibles aux apprenant-e-s locuteurs et locutrices de ces langues.

Au demeurant, les mathématiques restent ouvertes au-delà des différences qu'elles soient communautaires, ethniques ou culturelles. Tout dépend simplement de la capacité de l'individu à comprendre d'abord l'esprit et la langue mathématiques. Des individualités ont émergé des sociétés traditionalistes et pauvres pour connaître le succès en mathématiques pendant que d'autres, issues des sociétés modernistes et riches, ont connu l'échec. L'individu doit simplement développer un esprit scientifique en s'appuyant sur son intelligence et son imagination créatrice. C'est grâce à ce dernier facteur surtout que les génies se démarquent des autres (Daco, 1986). Il est vrai que la raison trouve dans les sciences son terrain privilégié, car les sciences ne se bornent pas à constater ce qui existe, mais elles veulent comprendre pourquoi et comment ça marche, de manière à donner à nos entreprises plus de rigueur et d'efficacité. La question cruciale ici est : qu'est-ce qui dans l'environnement et le milieu de vie des jeunes Africain·e·s peut favoriser l'éclosion des mathématiques, de sorte à produire un impact pouvant améliorer leurs conditions de vie et celles de leur communauté?

IV. LE CONTEXTE SOCIOCULTUREL ET SON INFLUENCE SUR LE DÉVELOPPEMENT DES MATHÉMATIQUES

Introduction

Selon l'UNESCO, le terme « culture » désigne « l'ensemble des traits distinctifs, spirituels et matériels, intellectuels et affectifs, qui caractérisent une société ou un groupe social. Elle englobe, outre les arts et les lettres, les modes de vie, les droits fondamentaux de l'être

humain, les systèmes de valeurs, les traditions et les croyances. » (UNESCO, 1982, paragr. 6). Définie comme telle, la culture devient un élément fondamental sur lequel il est nécessaire de s'appuyer pour mieux appréhender et mieux connaître un peuple. Les différents éléments qui composent la culture sont des facteurs qui conditionnent l'enracinement de tout changement sociétal de grande envergure. Et tout changement, pour rester durable dans une société, doit être compatible avec les réalités anthropologiques (identité sociale, habitudes alimentaires, pratiques langagières, mentalité, etc.).

L'enrichissement de l'identité culturelle est un véritable ferment qui permet d'enraciner profondément le développement et d'en faire un processus durable. (Fokam Kammogne, 2000).

Mais quand Towa affirme qu'« une seule et même culture peut être vécue et développée par des groupes ou des individus racialement hétérogènes » (1977 : 347), il souligne qu'il n'y a pas de contradiction entre l'unicité d'une culture et l'hétérogénéité des populations d'une société. En fait, la culture est construite, donc une production humaine qui se transmet d'une génération à une autre, ou entre les membres d'une même génération. Dans cette construction, la notion de transmission intergénérationnelle semble fondamentale, qu'il s'agisse de l'acquisition du capital culturel (Bourdieu, 1979) comme celle du capital humain (Becker, 1964) : les plus habiles formant les moins aptes, indépendamment de leur identité culturelle. Une personne appartenant à une communauté culturelle donnée a les capacités d'apprendre la culture d'une autre communauté.

Étant donné que l'humain est un être qui est soumis à un échange permanent avec, à la fois, son entourage et la nature, sa vie, ses activités et son évolution en dépendent. Une bonne connaissance de sa culture, de la nature et de

ses lois devient par conséquent une nécessité vitale. La réalisation d'une telle finalité constitue des conditions nécessaires pour toute société qui aspire à un développement harmonieux et durable. C'est ainsi qu'une étude rigoureusement menée sur une société, notamment sur sa culture, ses croyances et ses langues, peut permettre de juger de la capacité de cette société d'adopter les principes scientifiques et de faire éclore ses potentiels bienfaits (Malanda Dem, 1977).

Dans ce chapitre, nous décrivons les mentalités que pourrait cultiver une société pour arriver à la conclusion selon laquelle la mentalité scientifique est celle qui offre les meilleures conditions du développement des sciences mathématiques. Bref, il est question pour nous de faire connaître, à la fois au grand public et à la communauté éducative, la contribution des mathématiques au progrès du monde. Un intérêt particulier sera porté aux conditions sociologiques et philosophiques de son développement sur le continent africain.

Identité culturelle et pensée scientifique

Notons d'emblée que chaque peuple possède au moins une identité culturelle propre. Même si l'expression « identité culturelle » est aujourd'hui sujette à controverse, nous la rapprochons de ce que Jullien (2016) nomme « ressources culturelles ». Pour nous, cette notion n'oppose à l'unité des nations ni au vivre ensemble. Au contraire, nous considérons qu'elle est un facteur déterminant dans la construction d'un progrès ancré dans les valeurs nationales.

L'identité culturelle : un ferment pour le développement durable

Conçue comme un « système de représentation de soi complexe lié à la conscience que la personne a d'elle-même. » (Théberge, 1998 : 267), l'identité culturelle, même si elle est liée à l'appartenance à un groupe – donc un phénomène collectif – est aussi une « expérience vécue par l'individu. » (Abou, 2002 : 45). L'individu au sein de sa communauté acquiert des valeurs, réalise des expériences et se bâtit une mémoire historique. Cette construction se fait en s'appuyant sur l'identité culturelle et à travers divers canaux et dispositifs : la parole, l'écriture, l'enseignement, les techniques de l'information et de la communication, etc. C'est ainsi que le propos de Fokam Kammogne (2000) cité supra abonde dans le sens d'un enrichissement culturel, gage d'un modèle de société durable. Cette vision, cadre avec l'un des objectifs que nous défendons, à savoir *une pratique quotidienne des mathématiques qui a un impact véritable et durable sur la vie des citoyen-ne-s africain-e-s*. Pour atteindre cet objectif, il est nécessaire de démêler entre les façons de penser, celles qui conviennent le mieux à l'éclosion de la pensée scientifique.

Démarcation de la pensée scientifique des autres formes de pensée

Dans la philosophie de Comte présentée par Serres *et al.* (s.d.[1830]), la marche progressive de l'esprit humain au fil du temps s'opère à travers le développement intégral de son intelligence, depuis son premier essor jusqu'à nos jours. Cette évolution des connaissances humaines est régie par une loi fondamentale : « chacune de nos conceptions principales, chaque branche de nos connaissances, passe successivement par trois états théoriques différents : l'état théologique, ou fictif; l'état métaphysique, ou abstrait; l'état scientifique, ou positif. » (Serres *et al.*, s.d.[1830] : 21).

Il résulte donc, de toutes les considérations ci-dessus indiquées, la démonstration, à la fois théorique et expérimentale, du fait général énoncé d'abord : l'esprit humain, par sa nature, passe successivement, dans toutes les directions où il s'exerce, par trois états théoriques différents : l'état théologique, l'état métaphysique, et l'état positif. Le premier est provisoire, le second transitoire, et le troisième définitif. (Comte, 2018 : 331)

Mais il convient de noter que, le même

esprit humain, par sa nature, emploie successivement dans chacune de ses recherches trois méthodes¹ de philosopher, dont le caractère est essentiellement différent et même radicalement opposé : d'abord la méthode théologique, ensuite la méthode métaphysique et enfin la méthode positive. (Serres *et al.*, s.d. [1830] : 21)

En considérant que toute société humaine est soumise à des mutations, les générations se renouvellent en permanence et l'esprit des populations connaît des changements selon les ressources développementales existantes qui, elles-mêmes, sont tributaires d'un contexte socioculturel. C'est ainsi que l'esprit humain, en se développant continûment, suivant sa progression à travers les trois états, va animer la pensée humaine qui ne sera alors qu'un pur produit de l'esprit qui la conduit.

1. Le rapport entre les trois états et les trois méthodes est nuancé : « Les trois méthodes diffèrent essentiellement, s'opposent radicalement, s'excluent mutuellement. Or, les trois états se succèdent continûment, puisque le second ne sert que de transition, ou n'est qu'une modification générale du premier. » (Serres *et al.*, s.d.[1830] : 21)

Dès lors, puisque chaque branche de la connaissance dans toute société humaine passe, de manière générale, successivement par trois états théoriques différents (Serres et *al.*, s.d. [1830] : 21) pour influencer, d'une manière ou d'une autre, le développement de cette société, nous pensons qu'il est également possible de redécrire ces différents états, au travers du niveau de pensée prédominante qui anime chaque état. C'est ainsi qu'en matière de types de pensées différents agissant pour la connaissance dans chaque société humaine, on en distingue trois : la pensée descriptive, la pensée scientifique et la pensée critique.

- la pensée descriptive, indicative ou primordiale qui se rattache à l'état théologique. Ce type de pensée est entretenu par ceux et celles qui perçoivent la réalité non avec l'intellect, mais avec le « corps ». Elle caractérise par une sorte de mentalité proverbiale, parce qu'elle décrit l'univers sans rien apporter de nouveau. Elle est dominante dans des sociétés qui sont en retard sur le plan scientifique.
- la pensée scientifique, créative, inventive qui se rattache à l'état métaphysique. Ce type de pensée est entretenu par ceux et celles qui enrichissent le patrimoine. Elle consiste à se détourner de ce qui tombe sous les sens, de l'apparence, pour exprimer la vérité. C'est le cas de Copernic et Galilée quand ils affirment que « c'est la terre qui tourne autour du soleil ». C'est une pensée active, soutenue par le désir du nouveau; elle caractérise une mentalité imaginative qui surpasse le réel pour mieux le domestiquer et le transformer;
- la pensée critique ou logique dialectique qui se rattache à l'état positif. Ce type de pensée est juge de la pensée scientifique et a un rôle de veille éthique, d'éveil et de boussole pour la science.

Comme nous l'avons souligné au chapitre précédent relativement aux fondamentaux du raisonnement mathématique, la pensée logique en définissant les conditions d'un raisonnement démonstratif aide la raison à éviter les erreurs, affranchit l'esprit des erreurs et, de ce fait, devient une pensée scientifique. Cependant, la logique dialectique, elle, se nourrit de la réalité. Elle est au service du progrès scientifique comme un arbitre, car les paradoxes et les contradictions qu'elle soulève amènent la science, et partant les mathématiques, à toujours innover et à s'inscrire sans cesse dans une dynamique de progrès. La question de *l'importance des mathématiques pour l'humanité* est une problématique qui fait l'objet de recherches dans

le domaine des mathématiques appliquées; elle est aussi présente dans la recherche fondamentale où les sujets de recherche s'inscrivent dans des contextes intradisciplinaires.

Appropriation des mathématiques par les Africain·e·s : la problématique des « mentalités »

Le concept de mentalité émerge dans le domaine de l'histoire où il renvoie à l'idée des différences culturelles à travers l'espace et le temps : formes de pensées, de croyances et de sentiments, savoirs, savoir-faire, structure logique de la pensée (Burguière, 2020). Si le terme est déjà présent chez des auteurs comme Durkheim et Mauss, il s'originerait dans les travaux de Lévy-Bruhl (1910). Il connut des développements grâce à Bloch (1924) et Febvre (1941). Dans leurs travaux, des divergences apparaissent sur la manière d'appréhender cette notion. Pour le premier, il faut partir de l'individu pour décrire les systèmes de croyances et de représentations collectives à partir des rites et des pratiques culturelles. Quant au second, ce sont les représentations collectives qu'il faut étudier en s'intéressant aux relations de causalité entre les faits par rapport au contexte¹. Dans tous les cas de figure, le concept a exercé un attrait et une influence certaine sur certains penseurs africains à l'instar de Malanda Dem (1977). Ce psychologue congolais a développé une approche singulière de la psychanalyse des Africains. Suivant la distinction établie par Lévy-Bruhl entre mentalité primitive et mentalité logique², Malanda Dem considère que la « mentalité scientifique » n'est pas connue des Africain·e·s.

1. De nos jours, le concept semble tomber en désuétude. On lui préfère aujourd'hui, la notion de représentation. Sur les différentes acceptions du terme ainsi que son évolution dans les sciences historiques, on peut se reporter à (Burguière, 2020) et (Vovelle & Bosséno, 2001).

2. Précisons que, à la suite d'un certain nombre de critiques, Lévy-Bruhl a dû réaménager plus d'une fois sa théorie.

Les Africains se trouvent devant un choix à faire entre, d'une part, l'acquisition de la mentalité scientifique qui leur est étrangère, mais nécessaire pour acquérir une autre façon de voir le monde et promouvoir eux-mêmes leur développement, et d'autre part la conservation de leur identité actuelle et s'accuser à faire sans cesse appel aux étrangers... » (1977 : 43)

Dans un premier temps, on remarque que l'auteur procède à une substitution conceptuelle : « mentalité africaine » prend la place de « mentalité primitive » et « mentalité scientifique » remplace « mentalité logique ». Cette opération de remplacement est d'autant plus frappante qu'elle permet de saisir l'interprétation singulière que Malanda Dem fait de la théorie de Lévy-Bruhl. Nous nous proposons de discuter cette conception au regard de la contribution africaine au développement des mathématiques.

La « mentalité africaine » selon Malanda Dem et le développement des mathématiques en Afrique

À travers l'expression « mentalité africaine », Malanda Dem tente de rendre compte de « la vision du monde du Négro-africain et l'orientation qu'elle imprime au comportement quotidien de celui-ci tant dans ses rapports avec ses semblables que de ses réactions à l'égard de son environnement non humain. » (Bebbé-Njoh, 2002 : 27). La thèse soutenue par le psychologue congolais est que cette vision du monde constitue un obstacle au développement de la science en Afrique. L'un des traits les plus visibles à cette obstruction, selon l'auteur, est « la répugnance » des Africain·e·s à l'effort intellectuel. À travers une série de constatations et d'observations, il en conclut que les Africain·e·s sont inaptes à la réflexion, surtout à l'abstraction. Sa démonstration de cette inaptitude s'appuie notamment sur une expérience réalisée sur des enfants congolais âgés de 4 à 17 ans à qui il donne la consigne suivante : « vous avez de quoi écrire, de quoi dessiner; que chacun de vous fasse ce qu'il veut. »³ Les enfants ayant produit des dessins de différents objets, le psychologue trouve que leurs œuvres ne comportent ni ordre ni principe organisationnel. C'est donc un indice, selon lui, que ces

3. Sur les détails de cette expérience, on se rapportera à Bebbé-Njoh (2002).

enfants ne perçoivent pas le monde de façon structurée, ni dans le temps ni dans l'espace. Comparativement à des enfants belges du même âge qui produisaient des dessins, selon lui, structurés et cohérents, Malanda Dem en déduit que l'Africain-e répugne à l'effort intellectuel.

Cette expérience, tout comme sa conclusion, pose le problème du complexe du colonisé qui, à notre avis, freine aujourd'hui encore de nombreuses sociétés africaines. On peut se demander quels critères Malanda Dem a utilisés pour juger de la qualité des productions des enfants congolais. Les mêmes critères sont-ils applicables aux contextes belge et congolais? L'auteur s'est-il seulement demandé si les enfants congolais dans leur milieu de vie sont en contact avec les mêmes objets que les enfants belges dans le leur? Sa démarche, même si elle a en apparence des caractéristiques d'une démarche scientifique (expérience, techniques de sondage, traitement des résultats, interprétation...), n'est tout simplement pas probante.

En recentrant le débat sur le développement des mathématiques en Afrique, est-il encore utile de rappeler les contributions des diverses régions de ce continent (Greenwald & Thomley, 2012 : 13-25) et singulièrement celui de l'Égypte ancienne? De nombreux chercheurs et chercheuses tels que Gerdes (1994), Anta Diop (M'Backé Diop (2009/2010/2011), Djebbar (2015) ont donné un aperçu historique de la contribution égyptienne à l'essor des mathématiques. Cet apport, dont certains manuscrits se retrouvent très loin de l'Afrique, remonte à plusieurs siècles avant Jésus-Christ : « Les anciens Égyptiens ont élaboré des traités de mathématiques parmi lesquels ceux remontant au Moyen Empire (environ 2000-1700 av. J.-C.) comme le *papyrus de Moscou*, le *papyrus de Kahun*, le *papyrus de Berlin*, le *papyrus de Rhind*. » (Anta Diop, cité par M'Backé Diop, 2009/2010/2011 : 311). Aujourd'hui encore, nous trouvons bien des exemples qui montrent que les Africain-e-s contribuent, à des degrés divers, au progrès de la discipline. Des figures africaines contemporaines se démarquent dans ce sens. La bornologie de Hogbè Nlend, la théorie de l'homogénéisation de Nguetseng, les travaux de Simo dans le domaine de l'aéronautique, les travaux de Modibo Diarra en astrophysique, entre autres. Et que dire des inventions des jeunes Africain-e-s? Le jeune Namibien de 19 ans, Simon Petrus, qui fabrique un téléphone sans fil et sans carte SIM, le Camerounais Arthur Zang, inventeur du *Cardiopad*, une tablette tactile à usage médical. Certes, ces

personnes et leurs œuvres souffrent d'un autre type de problème dont la résolution requiert des stratégies à une échelle beaucoup plus importante : l'invisibilisation de la recherche et de la science africaine.

La conception de Malanda Dem oppose deux ambitions, selon lui, incompatibles : le dilemme des Africain·e·s obligé·e·s de choisir entre « l'acquisition de la mentalité scientifique » et « la conservation de leur identité actuelle ». C'est un point de vue contesté par d'autres auteurs et autrices, à l'instar de Bebbé-Njoh qui reproche à ses concepteurs et conceptrices de « présenter cette mentalité [la mentalité primitive] comme inhérente à la culture négro-africaine, et de la qualifier d'africaine, alors qu'elle caractérise plutôt ce que les anthropologues appellent les sociétés traditionnelles. » (Bebbé-Njoh, 2005, paragr. 5). Dans une démarche de précision, Bebbé-Njoh redéfinit les concepts en se référant à la pensée de Lévy-Bruhl. Ainsi, il préfère « mentalité primordiale » à « mentalité primitive », ce dernier adjectif étant marqué négativement. Pour lui, le couple conceptuel *mentalité primordiale / mentalité scientifique* décrit mieux la situation que présente Malanda Dem. Il souhaiterait par ailleurs que l'on retienne des travaux du philosophe français plutôt « l'invitation à briser ce carcan de nos mœurs et coutumes qui nous empêche d'assimiler la mentalité scientifique et de nous mouvoir vers la modernité. » (2005, paragr. 5).

L'autre pan du problème qui est omis dans le travail de Malanda Dem est les rapports entre les traditions africaines et le développement de la science. Tels que présentés par le psychologue congolais, ces rapports sont radicalement opposés. Nous ne partageons pas ce point de vue dans la mesure où les savoirs scientifiques et les savoirs traditionnels ne sont pas toujours incompatibles. Il existe d'ailleurs de nos jours, un courant de pensée qui promeut une réconciliation entre les deux. La valorisation des savoirs locaux, notamment à travers l'enseignement, vise à la fois à ancrer les jeunes apprenant·e·s africain·e·s dans leur société traditionnelle et à faciliter l'acquisition des connaissances scientifiques à travers les langues qu'ils connaissent (Tourneux, 2011).

D'ailleurs, le problème n'est-il pas là : dans quelle(s) langue(s) sont codifiées ces connaissances dites scientifiques? Et dans quelle(s) langue(s) sont-elles développées et transmises? L'accès à la science ne conditionne-t-il pas l'adoption de la « mentalité scientifique »?

De l'esprit scientifique à l'éclosion des mathématiques

En abandonnant la notion de « mentalité scientifique », et en lui préférant celle d'« esprit scientifique », l'on pose mieux le problème des conditions psychologiques du développement de la science.

Quand on cherche les conditions psychologiques des progrès de la science, on arrive bientôt à cette conviction que c'est en termes d'obstacles qu'il faut poser le problème de la connaissance scientifique. Et il ne s'agit pas de considérer des obstacles externes, comme la complexité et la fugacité des phénomènes, ni d'incriminer la faiblesse des sens et de l'esprit humain : c'est dans l'acte même de connaître, intimement, qu'apparaissent, par une sorte de nécessité fonctionnelle, des lenteurs et des troubles. C'est là que nous montrerons des causes de stagnation et même de régression, c'est là que nous décèlerons des causes d'inertie que nous appellerons des obstacles épistémologiques. (Bachelard, 2015 [1934] : 16)

Pour parvenir à la connaissance scientifique, il est donc nécessaire de surmonter des obstacles épistémologiques en débarrassant des préjugés et des connaissances antérieures erronées. C'est donc une disposition d'esprit qui n'est pas à confondre avec la science d'une discipline quelconque ni avec la somme des savoirs de toutes les disciplines dites scientifiques. Elle s'occupe à la fois d'un monde objectif ayant des lois et des contraintes indépendantes de la volonté humaine. En plus, elle se cultive dans un système socioéducatif organisé et positif. Elle est à la base de la systématisation des connaissances. Pour elle, la nature et l'univers sont problématiques en ce sens qu'elle pose comme principe le doute. Il faut sans cesse les explorer, les étudier afin de mieux les connaître, les comprendre, les modifier selon les exigences du réel.

Certains penseurs et certaines penseuses soutiennent qu'il s'agit d'une entité propre à la culture occidentale et que les autres cultures essayent simplement de la copier, la comprendre et intégrer certains éléments qui conviennent à leur contexte social. Mais pour nous, ce point de vue est injuste d'autant plus qu'elle invisibilise l'apport des autres peuples de l'humanité.

La conception de la pensée scientifique comme étant le propre de la culture euro-occidentale, conception rencontrée ici chez Malanda Dem et à laquelle adhère encore aujourd'hui une forte majorité d'intellectuels africains

tient aussi en partie à la méconnaissance des apports des Arabes, méconnaissance qui a été savamment entretenue par l'occident. (Bebbé-Njoh, 2002 : 20)

Dès lors, on se rend à l'évidence que produire de la science ou produire des connaissances scientifiques ne suffit pas pour être reconnu comme un peuple doté d'une « mentalité scientifique ». À la production, doit s'ajouter la diffusion des résultats scientifiques afin qu'ils soient connus des autres. C'est en cela que la visibilité est un facteur capital en science. Les enjeux de la visibilité de la science sont tels que des savants et des savantes, des laboratoires de recherche, des nations entières s'affrontent pour mettre au-devant de la scène leurs travaux et, par la même occasion, rendre invisibles ceux des autres. La question essentielle qu'il convient de se poser est : comment une culture ou une société, quelle qu'elle soit, peut-elle s'approprier une telle mentalité?

Le développement de la science obéit à un certain nombre d'exigences. L'activité scientifique se fait dans des conditions spécifiques : une posture qui vise la généralisation, une démarche de type démonstratif, soumise au contrôle et à la vérification, un procédé de nature analytique et synthétique. En outre, cette activité recourt à des théories, elle forge sa propre langue et ses propres concepts. En effet, la mentalité scientifique épouse un certain nombre de traits liés à ce concept : la structuration de l'espace et du temps, l'analyse et la synthèse, l'imagination créative, l'esprit critique et positif, le respect des exigences du réel (l'environnement), l'abstraction, l'objectivité, la généralité, l'universalité, l'utilisation d'un langage et des concepts propres à chaque discipline, l'existence d'un appui philosophique solide qui oriente les travaux de recherche scientifique (Malanda Dem, 1977; Bebbé-Njoh, 2002).

Tous ces traits deviennent une mentalité lorsque, dans une société donnée, ils sont possédés et cultivés dans différents milieux (la famille, l'école, la rue, le marché, l'administration...), donc en tout lieu public ou privé, par un certain nombre d'individus. On aboutit alors à la mise en place effective d'une manière objective de percevoir et d'organiser le monde directement liée à l'activité scientifique qui peut être permanente ou non. L'importance est portée sur l'orientation, la perception et la manière d'approcher les problèmes du monde, c'est-à-dire l'observation, la mesure, la gestion, les questionnements pour mieux le comprendre et le transformer.

Par les actions et les effets de ses résultats sur l'environnement humain, généralement peu perceptibles au premier regard, les mathématiques déclenchent un esprit positif chez les individus à travers la créativité, l'inventivité. De nombreux domaines tels que la technologie, la sociologie, la physique, la politique, la religion, l'économie, etc. s'intéressent singulièrement aux sciences mathématiques et s'en nourrissent. Dans ces conditions, la mentalité scientifique intègre la société pour favoriser l'instauration d'une éducation au service du développement : l'éducation mathématique (Ziegler, 2012). Les principaux buts de celle-ci sont :

- présenter les mathématiques comme une partie de notre culture et comme une base pour les clés du développement des technologies nouvelles;
- présenter des réponses aux questions élémentaires, aussi naturelles, en de nombreuses disciplines, dans le présent et dans le futur;
- présenter les mathématiques comme un champ qui outillent les individus en termes de capacité de trouver des solutions à des problèmes importants.

Ainsi, non seulement les mathématiques sont démystifiées, mais elles fondent également une nouvelle dynamique par l'intérêt qu'elles vont susciter auprès du public, à la fois séduit et convaincu par les changements positifs qu'elles apportent à son quotidien. Dès lors, la majorité des individus dans la société devient animée par ce que Bachelard (2015 [1934]) nomme « l'esprit scientifique ». Cet esprit se construit par le passage de l'empirique à l'abstraction. Parmi les caractéristiques de cet esprit, on a régulièrement convoqué les principes d'objectivité et d'universalité (Aristote, 2005 [s.d.]).

Il faut cependant nuancer la portée de ces deux principes dans la mesure où la pratique de la science est une activité sociale qui se fait « par le travail de la pensée, en liaison à l'état des idées d'une époque, d'une culture donnée. » (Paty, 1999 : 2). Il semble donc difficile de concevoir une science qui soit désincarnée de la vie sociale et psychologique du scientifique. À partir de cet instant, l'exigence de la neutralité devient elle-même questionnable.

Pourquoi l'exigence de neutralité est-elle si puissante, même hégémonique, dans le régime mondialisé des sciences et des savoirs contemporains, alors que les preuves du caractère intéressé, situé et engagé du travail scientifique ne cessent de s'accumuler, que ce soit en sciences sociales ou en sciences du vivant et en technologie. (Piron, 2019 : 135)

En effet, le chercheur ou la chercheuse exerce son métier dans un environnement où s'effectuent diverses formes d'interactions : interactions avec la nature, objet de son observation, interactions avec ses pairs, qui influencent sa recherche, interactions avec les institutions, qui financent et valident les résultats de sa recherche, etc. Dans ces conditions, le principe de neutralité, de même que la notion de vérité scientifique doivent être redéfinis. La proposition faite par Piron d'une « épistémologie du lien » ouvre une perspective dans cette quête d'une vérité scientifique qui ne soit pas exclusive et désincarnée.

Privilégiant la pensée comme activité signifiante qui intègre les rapports avec autrui, je rejette l'idéal positiviste de la vérité qui me semble prendre la forme d'un modèle théorique général coïncidant avec la réalité telle qu'elle est en elle-même hors de tout point de vue et de tout contexte. J'y oppose une conception de **la vérité comme effort collectif** [...]. Autrement dit, l'aspiration à la vérité n'a pas besoin de prétendre pouvoir expliquer le monde et prédire ce qui va toujours arriver. Elle peut plutôt chercher à **construire des savoirs qui font sens** dans des **contextes locaux** où ils peuvent **aider des personnes qui y vivent à avancer, à créer, à penser**, notamment dans les contextes subalternisés où sont vécues de grandes injustices cognitives. (Piron, 2019 : 159)

Cette conception épistémologique de la pratique scientifique comme une activité liée – aux personnes et aux milieux – épouse notre proposition d'une mathématique au service du développement. Pour nous, l'esprit scientifique devrait s'accompagner d'une déontologie selon laquelle, dans l'exercice de toute activité, les chercheurs et les chercheuses soient doté-e-s, d'une part, des qualités humaines (humilité, désintéressement, conscience professionnelle, rigueur, engagement, dévouement, respect de l'autre); et d'autre part, des qualités intellectuelles (esprit critique, maîtrise du problème et des principes directeurs de la science), de manière à transposer en toute probité et rigueur des situations de vie à des modèles mathématiques. Les mathématiques se mettent ainsi au service de

l'humanité afin de l'aider dans la recherche des solutions pour résoudre ses problèmes. C'est ainsi que l'intelligence humaine, animée par un esprit scientifique, contribuera à assurer le bonheur de cette humanité.

Esprit scientifique, identité culturelle et éclosion des mathématiques

L'esprit scientifique hérité de Bachelard, tempéré par l'épistémologie du lien de Piron, nous semble constituer un ferment à l'éclosion des mathématiques. Ce sont là des garde-fous qui vont non seulement permettre d'assurer la rigueur nécessaire, mais aussi de nous préserver des injustices cognitives. Ses traits sont en adéquation avec les principes de la démarche mathématique, de sorte que toute société humaine qui voudrait développer des mathématiques véritablement ancrées dans son milieu de vie, et dont les applications apporteront une amélioration de sa condition, devrait cultiver ce type d'esprit en son sein. Il ne faudrait surtout pas oublier que la culture (individuelle et collective) ne vient développer en chacun que ce qu'il a déjà dans son milieu. C'est ainsi que les technologies, quand elles sont utilisées par des humains volontaires, travailleurs et sérieux, conduisent à des résultats importants pour la société entière.

Dans le contexte africain, il faut partir de ce que savent les populations locales. Songez seulement à ce que peuvent apporter les mathématiques dans la représentation des savoirs des populations sur leurs techniques agricoles, sur leurs pratiques de l'élevage, sur leurs utilisations des plantes en pharmacopée, sur leurs techniques de construction des habitats. Songez seulement à comment avec les mathématiques on peut décrire, structurer et amplifier les potentialités issues de ces connaissances. La démarche dans ce cas de figure consisterait à aller vers ces gens, à recueillir les informations sur ce qu'ils/elles savent et ce dont ils/elles ont besoin, puis à les confronter, les mettre à l'épreuve et trouver les outils mathématiques dont nous disposons.

Pratiquer les mathématiques pour le développement, c'est mettre en relation le monde réel et le monde des mathématiques⁴. Et considérer le monde réel, c'est prendre en compte tous les paramètres qui entrent en jeu dans la vie sociale et psychologique des individus : leurs métiers, leur alimentation, leurs croyances, bref tout ce qui constitue leur *identité culturelle*. Il n'y a donc pas de contradiction entre l'esprit mathématique et l'identité culturelle. Le mathématicien et la mathématicienne du développement s'en servent pour comprendre les problèmes d'une communauté afin d'élaborer une réponse adéquate et efficiente. Certains paramètres psychosociologiques des individus que nous avons évoqués précédemment ont d'ailleurs été mis en évidence en situation d'apprentissage par des études scientifiques.

Pour le cas de la discipline qui nous intéresse, la neuroscience des mathématiques est en plein chantier : « comprendre les voies de développement qui permettent l'accès aux mathématiques d'un point de vue biologique va permettre de mettre au point des modèles pédagogiques différenciés et adaptés aux divers types d'apprenants. » (OCDE, 2007 : 111). Une telle vision ne se borne pas aux cloisons disciplinaires et s'efforce à créer des passerelles entre les sciences.

Le mathématicien ou la mathématicienne qui s'engage dans la démarche des actions pour le développement est contraint·e de se plier à une conditionnalité. Son effort, le plus important, nous semble-t-il, est l'ouverture à d'autres disciplines scientifiques. La réponse qui est attendue de lui ou d'elle par la communauté étant de nature globale, le processus de la recherche devient inévitablement *pluridisciplinaire*. Car, comment peut-il/elle prétendre résoudre les problèmes d'une communauté en s'appuyant exclusivement sur son savoir savant mathématique? Les expériences d'autres chercheur·e·s sur la question du développement, notamment en linguistique, ont montré la nécessité d'une approche pluridisciplinaire (Tourneux, 2011; Métangmo-Tatou, 2019).

4. Nous avons décrit dans le premier chapitre cette attitude d'un certain nombre d'enseignant·e·s de mathématiques qui sont coupé·e·s de la réalité et qui donne l'impression de vivre dans un monde virtuel, fait d'objets mathématiques détachés de tout contexte.

Conclusion générale

Les mathématiques, en interdépendance avec les autres disciplines de l'univers de la connaissance, constituent un levier incontournable du développement économique, technologique et psycho-socioculturel mondial. Un certain nombre de peuples les ont appréhendées et développées afin de rester maîtres et maîtresses de la nature; tandis que d'autres s'y attèlent progressivement. L'Afrique, qui se trouve dans le deuxième cas, a besoin d'une vision nouvelle et ambitieuse vis-à-vis des mathématiques. C'est l'objectif principal de cet ouvrage qui entend y apporter sa modeste contribution.

Dans notre réflexion, nous avons essayé de situer les mathématiques dans l'univers complexe de la connaissance en faisant ressortir ses caractères subtils et incontournables. Nous ne prétendons pas avoir été exhaustifs dans notre investigation, mais nous espérons avoir atteint un certain nombre d'objectifs essentiels visant à redéfinir le rôle des mathématiques dans la vie quotidienne et le développement de l'Afrique contemporaine. Le premier est l'éveil de la curiosité des sociétés africaines afin qu'elles accordent désormais plus d'attention à cette science qui demande de plus en plus de praticien-ne-s. Non pas que ces sociétés, dans leur majorité, se montrent indifférentes à l'égard de cette discipline, mais l'intérêt qu'elles lui portent paraît encore insuffisant, trop affecté par des pesanteurs de diverses formes et un processus enseignement-apprentissage moins approprié. Or, les mathématiques sont plus qu'un grand tableau de peinture : plus on leur accorde de l'attention en les pratiquant au quotidien, plus elles dévoilent leurs inépuisables richesses et leurs pouvoirs latents; plus elles se démocratisent dans leur pratique, plus ses interrelations avec les autres disciplines se développent, et la société entière en profite.

Le deuxième aspect que nous souhaitons mettre en avant est la réalité de l'intelligibilité et de l'interactivité des mathématiques. C'est un fait que certains ignorent de bonne foi, à cause d'une certaine éducation ou un conditionnement social. Pour les mêmes raisons, certain-e-s mathématicien-ne-s africain-e-s ne se montrent guère mieux informé-e-s ou, peut-être, doutent-ils simplement de leurs compétences du fait des dépossessions et des dégradations connues. Mais une fois que ces obstacles

sont franchis, le problème de la nature et de l'importance des mathématiques ne se pose plus. Il reste alors la réussite de leur apprentissage et la réalisation d'une complémentarité harmonieuse avec les autres disciplines. Or, cette cohérente coopération avec les autres disciplines est une affaire de bonne volonté, de travail collaboratif, de critiques réciproques, et enfin, d'amour pour la recherche de la vérité; amour sans lequel la connaissance se révèle d'ailleurs dépourvue de sens pour les mathématiciens et les mathématiciennes.

Par ailleurs, le fait que nous projetions toujours sur la société humaine tout ce que nous avons reçu comme enseignement complique la réalisation de l'objectivité scientifique (Vergnaud, 1982), car l'inadéquation entre l'activité scientifique et l'éducation scientifique demeure. L'approche pédagogique par les compétences qui est l'approche didactique en vigueur dans un certain nombre de pays africains peut-elle pallier ce dysfonctionnement? Traoré & Barry (2007), en considérant les travaux de recherche en didactique des mathématiques en Afrique, trouvent qu'une réponse au sujet d'une voie africaine en didactique de cette discipline est peut-être prématurée. Notre propos ne vise pas une réponse directe à cette question, mais il esquisse des pistes de réflexion qui ouvrent la voie, nous l'espérons, à cette vision d'une mathématique associée aux contextes d'apprentissage. À défaut d'une réponse, nous offrons en guise de contribution des questions, des traces, des parcours qui mènent vers la voie espérée.

À l'issue de notre analyse, deux interrogations non moins importantes sur la finalité de la pratique mathématique en Afrique demeurent : que gagne le commun des Africains et des Africaines dans la recherche et la pratique mathématiques? Dans quelles conditions la pratique quotidienne des mathématiques renforcerait-elle le bien-être des citoyens et citoyennes? La réponse que nous proposons est de type hypothétique. Si l'Afrique adopte une pratique des mathématiques aux fins de ses besoins sociétaux, sa situation économique, sociale et même culturelle infléchira positivement. En définitive, nous nous trouvons dans l'amorce équivoque de l'émergence de l'Afrique, car elle survient dans un contexte d'incertitudes et selon une

politique éducative tatillonne¹. Mais avec un peu de bonne foi et de beaucoup de bonne volonté, les pouvoirs publics et les enseignant·e·s peuvent faire quelque chose pour quitter l'état de résignation et d'inertie. Les philosophes africain·e·s du développement, conforté·e·s par leur passé culturel et historique, sont à même de contribuer efficacement à relever ce défi majeur qui, à coup sûr, aidera d'une façon générale l'Afrique à restaurer ce patrimoine que sont les mathématiques.

Nous avons essayé de présenter notre vision des choses en tant que témoin plus ou moins direct et averti. Bien que l'idée ou l'opinion que nos décideurs et décideuses se font des mathématiques semble rester inchangée dans certains pays, elle a néanmoins connu une amorce d'amélioration dans d'autres. Il faut également reconnaître pour le saluer que la situation des mathématiques a remarquablement évolué sur le plan de l'éducation mathématique, sur celui des programmes d'enseignement et des quotas horaires dans les établissements dans certains pays. De manière analogue, on peut espérer donc une Afrique émergente grâce à l'essor africain des mathématiques à l'image de « l'explosion des mathématiques »². Nous avons également rappelé plus haut que les sciences étaient, avec les mathématiques, une affaire d'éducation et de culture. Le chemin à parcourir pour que la société africaine prenne définitivement conscience du rôle de cette discipline, tant au niveau de la recherche fondamentale qu'au niveau de la recherche appliquée, semble encore long. D'ailleurs, on n'épuisera probablement pas toutes les mathématiques, ni toutes ses applications, les informations y afférentes étant nombreuses et très souvent obtenues avec beaucoup de patience.

Les mathématiques sont à la portée de tous et toutes pourvu que chacun et chacune, en repoussant ses limites, s'y adonne avec ténacité, efficacité et persévérance dans le strict respect des principes de raisonnement qui relèvent d'un esprit scientifique. L'acquisition de cet esprit prédispose à l'appropriation et à la compréhension des mathématiques en particulier,

1. Les réformes introduites dans nombre de pays africains au lendemain des années 2000 et qui embrassent l'approche par les compétences se déroulent très difficilement. Sur ce point, on peut se rapporter à Evouna (2019).

2. Voir chapitre 2.

des disciplines apparentées, et des sciences en général. De plus, le fait que nous projetons toujours sur la société tout ce que nous avons reçu comme enseignements à travers une éducation promouvant la mémorisation-restitution complique la réalisation de l'objectivité scientifique basée sur la pensée et le questionnement. À la question de savoir si le développement de l'Afrique passe par une appropriation d'une culture scientifique, y compris mathématique, nous répondons par l'affirmative, mais le tout n'est pas d'enregistrer, de compiler des savoirs mathématiques. Nous en venons donc à la question essentielle : quelles mathématiques faut-il pour quelles sociétés africaines? Entre mimétisme et inféodation, nous optons pour une troisième voie : des mathématiques pour des solutions adaptées aux besoins de la société. Si la posture est définie, les cadres conceptuels et méthodologiques circonscrits, il reste à élaborer des modèles pédagogiques et conduire les expérimentations qui s'imposent. C'est la tâche à laquelle nous nous attelons pour donner une suite à cet ouvrage.

Bibliographie

- Abou, S. (2002 [1981]). *L'identité culturelle*, suivie de *Cultures et droits de l'homme*. Beyrouth : Perrin – Les presses de l'université Saint-Joseph.
- ACBF, A. (2017). *Renforcer les capacités en sciences, technologie et innovation pour la transformation de l'Afrique*. Harare : ACBF.
- Adda, J., & Faivre, W. (1971). *Éléments de logique pour servir à l'enseignement mathématique*. Alençon : APMEP.
- Adjamagbo : K. (2009). « La nature, l'essence et la finalité des mathématiques à la lumière du papyrus de Rhind ». Conférence organisée par l'IREM de Limoges. Tulle : Université Pierre & Marie Curie, n. p.
- Al Qaradawi, Y. (2000). *Fiqh Al Zakah. A comparative study of zakah, regulations and philosophy in the light of Qur'an Sunnah (Traduction de Monzer Kahf)*. Vol. 1. Jeddah : Centre of Research in Islamic Economics.
- Alassane, M. (2012). *Modélisation et simulations numériques de l'épidémie du VIH-SIDA au Mali*. Thèse de doctorat en mathématiques appliquées. Bamako : Institut national des sciences appliquées (INSA) de Lyon – Université des sciences, des techniques et des technologies de Bamako.
- Almería, S. (1998). « Apprendre à penser à travers les mathématiques (au primaire, cycle 3) ». PLOT, N° 81 : *Maths en Action* :15-31.
- Anta Diop, C. (2011). « Philosophie, Science et Religion ». Dans M. Ndo, *Le combat de Cheikh Anta Diop*. Paris : Alfabarré, 163-190.
- Archinard, G., & Guerrien, B. (1992). *Analyse mathématique pour économistes*. Paris : Economica.
- Aristote. (2005 [s.d.]). *Seconds analytiques*, traduit par Pierre Pellegrin. Paris : Flammarion.

- Auroux, S. (1992). « La philosophie linguistique d'Antoine Culioli ». Dans *La théorie d'Antoine Culioli. Ouvertures et incidences*. Actes de la table ronde « Opération de repérage et domaines notionnels » organisée par le groupe « Invariants langagiers », Paris, mai-juin 1991. Paris : Ophrys, 39-59.
- Baccou, R. (1936). *Oeuvres complètes de Platon. La République*. Traduction nouvelle. Paris : Garnier.
- Bachelard, G. (2008 [1934]). *Le nouvel esprit scientifique*. Version numérique par Jean-Marie Tremblay. Québec : Les Classiques des Sciences sociales.
- Bachelard, G. (2015 [1934]). *La formation de l'esprit scientifique. Contribution à une psychanalyse de la connaissance objective*. Version numérique par Jean-Marie Tremblay. Québec : Les Classiques des Sciences sociales.
- Bachelard, G. (2015 [1969]). *Essai sur la connaissance approchée*. Paris : Vrin.
- Balibar, E., & Macherey : (2019). « Formalisme ». *Encyclopædia Universalis* [en ligne] : <https://www.universalis.fr/encyclopedia/formalisme/>
- Banque Mondiale. (2003). *Construire les sociétés du savoir, Nouveaux défis pour l'enseignement supérieur*. Québec : Les Presses de l'Université de Laval.
- Bassong, M. (2012). *La pensée Africaine. Essai sur l'Universisme philosophique*. Québec : Kiyikaat Éditions.
- Baumann : (2005). *Histoire des Mathématiques*, DEUG MIA5 1ère année. Polycopié : UFR de Mathématique et d'Informatique, Université Louis Pasteur, 7.
- Beall, J. (2019). *Logical Consequence*. The Stanford Encyclopedia of Philosophy: <https://plato.stanford.edu/entries/logical-consequence/>
- Bebbé-Njoh, E. (2002). « Mentalité africaine » et problématique du développement. Paris : L'Harmattan.
- Bebbé-Njoh, E. (2005). « Entretien avec Pape Cissoko ». En ligne : <https://www.grioo.com/info4004.html>
- Becker, G. (1964). *Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education*. Columbia : Columbia University Press.

- Behrends E., R. J. (2012). "Mathematics of planet Earth 2013 : an invitation". EMS Newsletter (84).
- Békollè, D. (2019). « Les modèles mathématiques en épidémiologie. L'exécution du testament de Sir Ronald Ross ». *Journal of the Cameroon Academy of Sciences*, 15 (2), 75-92.
- Belleau, J. (2001). *Les formes d'intelligence de Gardner : présentation et réflexion quant aux applications potentielles*. Cégep de Lévis-Lauzon, 17 p.
- Benot, Y. (1979). « La philosophie en Afrique ou l'émergence de l'individu ». *Tiers-Monde : Capitalisme et lutte des classes en Afrique australe*, tome 20, n° 77, 187-198.
- Bentov, I. (1991). *Univers vibratoire et conscience ou l'émergence de l'essentiel*. Escalquens : Dangles.
- Berger, M. (2005). *Cinq siècles de mathématiques en France*. Paris : adpf.
- Bessone, M. (2013a). *Sans distinction de race? Une analyse critique du concept de race et de ses effets pratiques*. Paris : Vrin.
- Bessone, M. (2013b). « Précis de Sans distinction de race? Une analyse du concept de race et de ses effets pratiques ». *Philosophiques*, 40 (2), 457-460.
- Bichara, D. (2013). *Étude de modèles épidémiologiques : stabilité, observation et estimation de paramètres*. Thèse de doctorat en mathématiques. Metz : Université de Lorraine.
- Blanché, R. (2019). « Raisonnement ». *Encyclopædia Universalis* [en ligne] : universalis.fr/encyclopedia/raisonnement
- Blanchet, Ph. (2019). *Discriminations : combattre la glottophobie*. Limoges : Lambert-Lucas.
- Bloch, M. (1924). *Les Rois thaumaturges*. Paris, Strasbourg : Istra.
- Bourbaki, N. (1948). *L'Architecture des Mathématiques*. Dans Le Lionnais, F. (éd.), *Les grands courants de la pensée mathématique*, Cahiers du Sud, 35-46.

- Bourdieu, P. (1979). « Les trois états du capital culturel ». *Actes de la recherche en sciences sociales*, 30, 3-6.
- Bousslama, K. (2006). « Note de lecture, Leonardo Fibonacci et l'invention du zéro. L'histoire de l'introduction des chiffres arabes en France, voire en Occident, commence, écrit-on, comme un conte de fées ». *El Moudjahid*. En ligne : <https://radio-m.net/bejaia-leonardo-fibonacci-et-linvention-du-zero/>
- Bouveresse, J., Itard, J., & Sallé, E. (1977). *Histoire des mathématiques*. Paris : Larousse.
- Bouvier, J.-P. (2000). *Math 2e (avec thème d'étude)*. Paris : Belin.
- Brisson, L. (2014). « L'histoire de l'académie et la tradition platonicienne ». Dans L. Brisson, *Lire Platon*. Paris : Presses universitaires de France, 253-266.
- Brisson, R., & Théberge, F. (2013). *Un aperçu de l'histoire de la cryptologie*. Apprendre en ligne : <https://www.apprendre-en-ligne.net/crypto/bibliotheque/PDF/brisson.pdf>
- Brody, F., & Vamos, T. (1995). *The Neumann Compendium*. Singapour – New Jersey – Londres – Hong-Kong : World Scientific Publishing.
- Brousseau, G. (2005). « Recherche en éducation mathématique ». *Bulletin de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP)*, n° 457, 213-224. En ligne : <https://publimath.univ-irem.fr/biblio/AAA05021.html>
- Burguière, A. (2020). « Mentalités, histoire ». *Encyclopædia Universalis* [en ligne] : www.universalis.fr/encyclopedie/mentalites-histoire/
- Camos, V. (2004). « Compétences exceptionnelles en mathématiques ». *Psychologie française*, 49, 321-336.
- Campy, C. (2014). « L'entrepreneuriat : antidote au chômage des jeunes? ». *Cahiers de l'action*, 2014/1, n° 41, 19-27.

- Centre collégial de développement de matériel didactique (CCDMD). (s.d.). *L'application OAS. Formule pédagogique*. Québec : Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur. En ligne : <https://aide.ccdmd.qc.ca/oas/fr/node/147>
- Chauviré, C. (1980). [introd., trad. et notes par] *L'Essayeur de Galilée*. Paris : Les belles lettres.
- Chenet, F.-X. (1994). *L'assise de l'ontologie critique. L'esthétique transcendante*. Lille : Presses universitaires de Lille.
- Chevellard, Y., & Johsua, M.-A. (1998). *Transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné. Un exemple d'analyse de la transposition didactique*. Paris : Pensée sauvage.
- Chomsky, N. (1979). *Language and Responsibility. Based on Conversations with Mitsou Ronat*. New York : Pantheon.
- Clinard, M. (1993, décembre). « Enseignement et Histoire des mathématiques ». *PLOT*, N° 64/65 : 8-11.
- CNRS (1993, 1er trimestre). *Les mathématiques et leurs interactions*, 1-19.
- CNRS (2019). *Les mathématiques au service du développement*. En ligne : <http://www.cnrs.fr/fr/les-mathematiques-au-service-du-developpement>
- CNRTL (Centre National de Ressources Textuelles et Lexicales). (2019). *Étymologie de Analogie*. En ligne : <https://www.cnrtl.fr/etymologie/analogie/substantif>
- CNRTL (2019). *Définition de Dédution*. En ligne : <https://www.cnrtl.fr/lexicographie/d%C3%A9duction>
- CNRTL (2019). *Définition de Démonstration*. En ligne : <https://www.cnrtl.fr/definition/demonstration/substantif>
- CNRTL (2019). *Définition de Logique*. En ligne : <https://www.cnrtl.fr/definition/logique/substantif>

- Comte, A. (1852 [1830]). *Cours de philosophie positive. Premier tome : Les préliminaires généraux et la philosophie mathématique*. Paris : Borrani et Droz.
- CONFEMEN (2008). *Enseignement secondaire et perspectives. Document de réflexion et d'orientation*. Caraquet (Nouveau-Brunswick) : CONFEMEN.
- Coutellec, L. (2019). « Sous quelles conditions une science peut-elle être émancipatrice? ». Communication présentée lors des « Conversations éthiques, science et société ». En ligne : usbeketrica.com/article/comment-les-citoyens-transforment-les-savoirs
- Culioli, A. (1990). *Pour une linguistique de l'énonciation*. Tome 1. Paris : Ophrys.
- Cunningham, H.-P. (1989). *Les impasses de la raison. Le véritable athéisme*. Québec : Presses de l'Université Laval.
- Daco, P. (1986). *Les triomphes de la psychanalyse*. Genève : Gérard & C°.
- Dahan-Dalmédico, A., & Peiffer, J. (1982). *Routes et dédales. Histoire des mathématiques*. Paris, Montréal : Études vivantes.
- d'Alembert, J. de R. (2011 [1751]). Discours préliminaire à l'*Encyclopédie* (1751). Dans D. Diderot, & J. de R. d'Alembert, *Encyclopédie* (1751). Édition électronique (ePub, PDF) v.: 1,0. Paris : Les Échos du Maquis, 1-80.
- D'Ambrosio, U. (1985). "Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics". *For the Learning of Mathematics*, 5 (1), 44-48.
- Daouaga Samari, G. (2018). *Approche glottopolitique de l'éducation bi/plurilingue dans l'Adamaoua. Attitudes, pratiques et représentations*. Thèse de doctorat. Ngaoundéré : Université de Ngaoundéré.
- D'Aquin, T. (2012). *Métaphysique d'Aristote*. Traduction de Guy-François Delaporte. Paris : L'Harmattan.
- Darche, M. (1993, décembre). « De conjectures en théorèmes : les mathématiques en action ». *PLOT*, N° 64/65 : ?, 2-7.
- Dauzat, A., Dubois, J., & Mitterand, H. (1971). *Nouveau dictionnaire étymologique et historique*. Paris : Larousse.

- Davis, P., Hersh, R., & Marchisotto, E. (2003). *The Mathematical Experience. Study Edition*. Boston – Basel – Berlin : Birkhäuser.
- De Guzman, M. (1988). *Aventures mathématiques*. Presses universitaires romandes.
- De Pracontal, M. (1986). *L'imposture scientifique en dix leçons*. Paris : La Découverte.
- De Robillard, D. et. al. (2019). Manifeste pour la reconnaissance du principe de diversité linguistique et culturelle dans les recherches concernant les langues. Pétition en ligne : <http://afef.org/manifeste-pour-la-reconnaissance-du-principe-de-diversite-linguistique-et-culturelle-dans-les>
- Delmer, F. (2002). « Quand art rime avec maths ». Dans M. Mashaal et. al., *L'explosion des mathématiques*. Paris : SMF et SMAI, 41-44. En ligne : <http://smai.emath.fr/spip.php?article121>
- Dictionnaire des Mathématiques : algèbre, analyse, géométrie. 1997. Paris : Encyclopédie Universalis et Albin Michel.
- Dieudonné, J. (1987). *Pour l'honneur de l'esprit humain : les mathématiques aujourd'hui*. Paris : Hachette.
- Diki-Kidiri, M. (éd.). (2008). *Le vocabulaire scientifique dans les langues africaines. Pour une approche culturelle de la terminologie*. Paris : Karthala.
- Diki-Kidiri, M., Mbodj, C., & Baboya Edema, A. (1997). « Des lexiques en langues africaines (sängö, wolof, lingála) pour l'utilisation de l'ordinateur ». *Meta* 42 (1), 94-109.
- Djebbar, A. (2015). *Ethnomathématique et histoire des mathématiques en Afrique à travers l'œuvre de Paulus Gerdes*. Paris : Exposé Séminaire Univ. Paris 7.
- Drouet, C. (2020). *Platon. La théorie de la connaissance*. Université de Paris Nanterre. L1-CM, Philosophie antique, 4e séquence, Paris, 01/04/2020.
- Dubois, J., Jiacomo, M., Guespin, L., Marcellesi, C., Marcellesi, J.-B., & Mével, J.-P. (2002). *Disctionnaire de linguistique*. Paris : Larousse.

- Dumont, R. (1962). *L'Afrique noire est mal partie*. Seuil (revue et corrigée en 1973).
- Dumont, R., & Mottin, M.-F. (1980). *L'Afrique étranglée*. Paris : Le Seuil.
- Durand-Guerrier, V. (2005). *Recherches sur l'articulation entre la logique et le raisonnement mathématique dans une perspective didactique* (Thèse de HDR). Lyon : Université Claude Bernard Lyon 1.
- Durkheim, E. (1912). *Les formes élémentaires de la vie religieuse. Le système totémique en Australie*. Paris : Presses universitaires de France.
- Dutertre, J., & Békollè, D. (2001, mai). « Mathématiques et développement en Afrique ». *Le Jaune et le Rouge*, n° 565. En ligne : <https://www.lajauneetlarouge.com/mathematiques-et-developpement-en-afrique/>
- Dyson, F. (1972). « Missed opportunities ». *American Mathematical Society*, 78(5), 635-652.
- El Karoui, N. (2013). « Les mathématiques financières ont-elles un avenir? », *Paris Innovation Review*.
- Elanga Atebe : L. (2016). « Cameroun : Où sont passés nos intellectuels? », *Signatures* 0036, 8-11.
- Essono, J.-M. (2006). *Phonétique, phonologie et morphophonologie*. Yaoundé : Cameroon University Press.
- Estes, W. K. (1960). "Component and Pattern Models with Markovian Interpretations". Dans K. J. Arrow (éd.), *Mathematical Methods in the Social Sciences*, 1959 : *Proceedings for the First Stanford Symposium*. Stanford : Stanford University Press, 265-276.
- ETN, O. (2010). *Stratégie Nationale de Formation des Gestionnaires du Système Éducatif Camerounais*. Yaoundé : MINEDUB.
- Evouna, J. (2019). *L'école des compétences : le défi de l'aménagement pédagogique*. Paris : Connaissances et savoirs.
- Faivre, A. « arithmosophie », *Encyclopædia Universalis* [en ligne] : <https://www.universalis.fr/encyclopedie/arithmosophie/>

- Fanon, F. (1961). *Les damnés de la terre*. Paris : La Découverte.
- Febvre, L. (1941). « La sensibilité et l'histoire : comment reconstituer la vie affective d'autrefois? », *Annales d'histoire sociale*, 3 (1), 5-20.
- Feuzeu, F. (2020). « Les violences en milieu scolaire au Cameroun : regard croisé sur un fléau aux conséquences dramatiques ». *International Multilingual Journal of Science and Technology (IMJST)*, Vol. 5, n° 12, 2135-2148.
- Feyfant, A. (2007). *Système éducatif et enseignants sénégalais*. Hypothèses. Eduveille : autour des recherches en éducation et formation. Site du Ministère de l'éducation sénégalais. En ligne : <https://eduveille.hypotheses.org/245>
- Fischer, H. (1994, février). "Dirichlet's Contributions to Mathematical Probability Theory". *Historia Mathematica*, 21 (1), 39-63.
- Flato, M. (1990). *Le pouvoir des mathématiques*. Paris : Hachette.
- Fokam, P. K. (2000). *Et si l'Afrique se réveillait?* Paris : Jaguar.
- François, J. (2016). *Il n'y a pas d'identité culturelle*. Paris : L'Herne.
- FSMP. ([s.d.]). *Des mathématiques au cœur de la finance*. Fondation Sciences mathématiques de Paris – FSMP. En ligne.
- Gaillard, A. M., & Gaillard, J. (2006). « Fuite des cerveaux, circulation des compétences et développement en Afrique : un défi global ». Dans M. Pilon, *Défis du développement en Afrique subsaharienne. L'éducation en jeu*. Paris : Pilon (éd. scientifique), 37-65. En ligne : http://horizon.documentation.ird.fr/exl-doc/pleins_textes/divers09-03/010038540.pdf
- Gerdes, P. : (1994). "On mathematics in the history of Sub-saharan Africa". *Historia Mathematica*, 21 (3) : 345-376.
- Gettliffe-Grant, N. (2004). « Analyse de médiation, médiatisation et apprentissages », *Alsic : Apprentissage des Langues et Systèmes d'Information et de Communication*, 7(1), 153-162.

- Giudice, G. F. (2013). *L'Odyssée du Zeptoespace, un voyage au cœur de la physique du LHC*. Lausanne : Presses polytechniques et universitaires romandes.
- Glaeser, G. (2019). « Axiomatique ». *Encyclopædia Universalis*.
- Godjevac, J. (1999). *Idées nettes sur la logique floue*. Paris : EPFL Press.
- Godot, K. (2005). *Situations de recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation. Exemple de la roue aux couleurs*. Thèse de doctorat. Grenoble I : Université Joseph-Fourier.
- Goldwirt, L., Lebbé, C., & Mourah, S. (2015). Modèles tumoraux précliniques pour guider le développement thérapeutique en oncologie. *La lettre du pharmacologue*, 29 (2), 48-77.
- Gourou, P. (1959). « Une humanité noire ». *Cahiers d'outre-mer*, 46, 129-146.
- Gouvernement du Canada. (2017). *L'accès aux manuels scolaires au Sénégal : un défi relevé avec succès!* En ligne : https://www.international.gc.ca/world-monde/stories-histoires/2016/access_textbooks_senegal-acces_manuels_senegal.aspx?lang=fra
- Gowers, T., Barrow-Green, J., & Leader, I. (2008). *The Princeton Companion to Mathematics*. Princeton : Princeton University Press.
- Grandjean, A. (2009). *Critique et réflexion : essai sur le discours kantien*. Paris : Vrin.
- Greenwald, S. J., & Thomley, J. E. (2012). *Encyclopedia of Mathematics and Society*, Vol. 1, 2 & 3. Amenia, New York : Salem Press.
- Greimas, A. J. (1966). *Sémantique structurale*. Paris : Presses universitaires de France.
- Grize, J.-B. (1973). Langues logico-mathématiques et langues naturelles. *Revue française de pédagogie*, 23 : 31-36.
- Guillopé, C., Helffer, B., Pansu, P., & Prural, B. (1998). « Maths A Venir, quels mathématiciens pour l'an 2000? ». *PLOT*, N° 85 : Profession : mathématicien, des Grecs au XXI^e siècle : 13-24.

- Guisti, E. (1999). *La naissance des objets mathématiques*. Trad. par Georges Barthélemy. Paris : Ellipses.
- Hales, T. (2001[1999]). "The Honey Comb Conjecture". *Discrete and Computational Geometry*, 25 : 1-22.
- Hasni, A., Bousadra, F., & Marcos, B. (2011). « L'enseignement par projets en sciences et technologies : De quoi parle-t-on et comment justifie-t-on le recours à cette approche? ». *Nouveau cahier de la recherche en éducation*, 14(1) : 7-28.
- Hasni, A., Bousadra, F., & Poulin, J.-E. (2012). « Les liens interdisciplinaires vus par des enseignants de sciences et technologies et des mathématiques du secondaire au Québec ». *Recherches en didactiques des sciences et des technologies – RDST*, 5 : 131-156.
- Hegel, G. (1987). *Précis de l'encyclopédie des sciences philosophiques*. Traduction par Gibelin. Paris : vrin.
- Hot, T., Babissagana, E., & Ebongue Makolle, F. (2014). *Guide de l'émergence africaine : L'émergence de l'Afrique en 50 idées clés*. Bruxelles : Samori media connection.
- Hurley, J. (1980). *Intermediate Calculus: Multivariable Functions and Differential Equations with Applications*. Philadelphie : Sunders College.
- Huylebrouck, D. (2005). « L'Afrique, berceau des mathématiques ». *Pour la science*, dossier N° 47 : <https://www.pourlascience.fr/sd/histoire-sciences/lafrrique-berceau-des-mathematiques-5702.php>
- Ienna, G. (2019). « *Natura constructa et phénoménotechnique : Spinozisme et pensée des mathématiques chez Gaston Bachelard* ». *L'épistémologie historique : Histoire et méthodes*. Paris : Éditions de la Sorbonne. En ligne : <https://doi.org/10.4000/books.psorbonne.39227>
- IMU (2009). *Mathematics in Africa: challenges and opportunities*. New York : A report for the John Templeton Foundation by International Mathematics Union.

- Inanan Kouéiwon, G. (2018). « Les matières « bêtes noires » des élèves en Côte d'Ivoire : cas des élèves du lycée moderne de Yopougon-Andokoi ». *Revue universitaire des sciences de l'éducation* : 101-113.
- IPAM (1993). *Guide Pratique du Maître*. EDICEF.
- Chuquet, J., Gilbert, E., & H. Chuquet. (2019). *Théorie des opérations énonciatives : définitions, terminologie, explications*.
- James, I. (2003). *Remarkable mathematicians: from Euler to Von Neumann*. Cambridge University Press.
- Jaspers, K. (1981 [1950]). *Introduction à la philosophie*. Traduit par Jeanne Hersch. Paris : 10/18.
- Kamgang, J. (2003). *Contribution à la stabilisation des systèmes mécaniques : contribution à l'étude de la stabilité des modèles épidémiologiques*. Thèse de doctorat. Universités de Metz et de Yaoundé 1. Metz : Université de Metz.
- Kant, E. (2001 [1783]). *Prolégomènes à toute métaphysique future qui pourra se présenter comme science*. Traduit par Louis Guillermit. Paris : Vrin.
- Kaper, H., & Roberts, F. (2019). *Mathematics of Planet Earth. Protecting our Planet, Learning from the Past, Saving for the Future*. New York : Springer.
- Karsenti, T., Garry, R.-P., Benziane, A., Ngoy-Fiama, B., & Baudot, F. (2012). *La formation des formateurs et des enseignants à l'ère du numérique : stratégies politiques et accompagnement pédagogique, du présentiel à l'enseignement à distance*. Montréal : Réseau international francophone des établissements de formation des formateurs (RIFEFF) / Agence universitaire de la Francophonie (AUF).
- Khun, T. (1972). *La structure des révolutions scientifiques*. Traduction de Laure Meyer. Paris : Flammarion.
- Kindschi, D. (2005). "The Role of Mathematics in the Science and Religious Discussion". "Science and Religion: Global Perspectives", June 4-8, 2005, Philadelphie, un programme du Metanexus Institute (www.metanexus.net). Philadelphie : Metanexus Institute Press.

- Knecht, H. (1981). *La logique chez Leibniz : essai sur le rationalisme baroque*. Lausanne : L'Age de l'Homme.
- Kono, C. R. (2014). *Mathématiques et applications*. Maroua : ENS-Université de Maroua.
- Kouakep Tchaptchié, Y. (2017). "Perturbation of a globally stable equilibrium: application on an age-structured model". *Sao Paulo Journal of Mathematical Sciences*, 11 : 430-455.
- Kristeva, J. (1969). *Séméiotikè. Recherches pour une sémanalyse*. Paris : Le Seuil.
- Lafortune, L. (2010). « Pédagogie du projet et développement des compétences transversales : un changement de posture pédagogique ». *Éducation Canada*, 49 (5), 16-20. En ligne : <https://www.edcan.ca/wp-content/uploads/EdCan-2009-v49-n5-Lafortune.pdf>
- Lafrance, Y. (1981). *La théorie platonicienne de la doxa*. Montréal, Paris : Bellarmin – Les Belles Lettres.
- Lafuente, M., & Genatios, C. (2005). *Science et technologie pour le développement national*. Caracas : Réseau Voltaire.
- Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). "Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8-9 year-old students", *Cognition*, 93, 99-125.
- Langacker, R. (1999). *Foundations of cognitive grammar*. Stanford : Stanford University Press.
- Latour, B. (1989). *La science en action. Introduction à la sociologie des sciences*. trad. Michel Biezunski. Paris : La Découverte.
- Laude, J. (1968). *La peinture française et l'art nègre (1905-1914). Contribution à l'étude des sources du fauvisme et du cubisme*. Paris : Klincksiek.
- Launay, M. (2016). *Le grand roman des mathématiques : de la préhistoire à nos jours*. Paris : Flammarion.

- Lavoisier, A. (1789). « Discours préliminaire au Traité élémentaire de chimie ». *Cahier pour l'analyse – Généalogie des sciences, travaux du Cercle d'épistémologie de l'École normale supérieure de Paris*, 9, 170-177.
- Le Borgne, H. (1995). « Actuaire et mathématiques dans la Banque ». *PLOT*, N° 71 : Brest-Loctudy, *Mathématiques à la pointe*, 21-27.
- Le Cam, M., & Salles, F. (2016). « Les performances des élèves de terminale S en mathématiques : Évolution sur vingt ans ». *Note d'information DEPP* (Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance) (35). En ligne : https://archives-statistiques-depp.education.gouv.fr/Default/doc/SYRACUSE/10288/les-performances-des-eleves-de-terminale-s-en-mathematique-evolution-sur-vingt-ans-franck-salles-mar?_lg=fr-FR
- Le Cor, G. (2014). « Les « fleurs mathématiques » de la poésie et la fiction américaine contemporaine. Enjeux d'une intersection littérature-mathématiques pour l'étude de l'anglais scientifique ». *ASp*, 66, 121-136. En ligne : <https://doi.org/10.4000/asp.4605>
- Lecaillon, J. (1974). *Comment fonctionne l'économie*. Paris : Centurion.
- Lecourt, D. (2015). *La philosophie des sciences*. Paris : Presses universitaires de France.
- Lenoir, Y., & Hasni, A. (2015). « Interdisciplinarité scolaire : de quoi parle-t-on? ». *Les cahiers pédagogiques*, 521 : 13-14.
- Lenoir, Y., & Sauvé, L. (1998). « Introduction. L'interdisciplinarité et la formation à l'enseignement primaire et secondaire : quelle interdisciplinarité pour quelle formation? ». *Revue des sciences de l'éducation*, 24 (1) : 3-29.
- Levet, J.-P. (1997). *Algèbre d'A-Khwarismi. Traductions et commentaires de la version latine de Robert Chester*. Poitiers : IREM.
- Lévy-Bruhl, L. (1910). *Les fonctions mentales dans les sociétés inférieures*. Paris : Félix Alcan.
- Loi, M. (1984). « Bachelard et les mathématiques ». *Séminaire de Philosophie et Mathématiques*, fasc. 3, 1-14.

- Lucas, T. (2011). « Les maths ont la bosse de l'industrie ». *L'Usine nouvelle*. En ligne : <https://www.usinenouvelle.com/article/les-maths-ont-la-bosse-de-l-industrie.N153083>
- Lumpkin, B. (1987). "African and African-American Contributions to Mathematics". *Portland Public Schools (PPS)*.
- M'Backé Diop, C. (2009-2010-2011). « La recherche scientifique et technologique africaine ». *ANKH*, n° 18/19/20, 309-338.
- Macaire, F. (1998). *Notre Beau Métier. Les classiques africains* (nouvelle édition).
- Makrides, G. (2012). *EUROMATH 2012. EMS Newsletter* (84).
- Malanda Dem, A. (1977). *La mentalité africaine et l'avenir de la science*. Kisangani : Les éditions de B.A.S.E.
- Malmberg, B. (1954). *La Phonétique*. Presses universitaires de France.
- Mani Kono, S. (2008). *Mathématiques et littérature : quelle complémentarité*. Meiganga – Kamerun.
- Manin, Y. (2007). *Mathematical Knowledge: internal, social and cultural aspects*. En ligne : arxiv.org/pdf/math/07/03427.pdf
- Mansion, S. (1969). « L'objet des mathématiques et l'objet de la dialectique selon Platon ». *Revue philosophique de Louvain*, 67 (95), 365-388.
- Marcus, S. (1968). « Poétique mathématique non-probabiliste ». *Langages*, 3 (12), 52-55.
- Martin, R. (1983). « La notion d'univers de croyance dans la définition du nom propre ». *Linx*, 9, 7-28.
- Martin, R. (1987). *Langage et croyance*. Liège : Mardaga.
- Martinet, A. (1961). *Élément de linguistique générale*. Paris : Armand Colin.
- Masood, E. (2009). *Science and Islam: A History*. Londres : Icon Books.
- McElroy, T. (2004). *A to Z of Mathematicians (Notable scientists)*. New York : Facts on File.

- McKendrick, A. (1925). Applications of Mathematic to Medical Problems. *Proccedings of the Edinburgh Mathematical Society*, 44 : 98-130.
- Mela, J.-F. (1993). « Quelles mathématiques dans 20 ans? » *PLOT*, N° 62 : Les Maths demain, 2-10.
- Mérède Cidalise-Montaise, M.-D. (2015). *Communication dans le système éducatif martiniquais et exclusion sociale*. Thèse de doctorat. Université des Antilles et de la Guyane.
- Merton, R., & Norman, W. (1973). *The Sociology of Science. Theoretical and Empirical Investigations*. Chicago, Londres : University of Chicago Press.
- Métangmo-Tatou, L. (2019). *Pour une linguistique du développement. Essai d'épistémologie sur l'émergence d'un nouveau paradigme en science du langage*. Québec : Science et bien commun.
- Michel, M. (2014). *Les mathématiques de l'Égypte ancienne*. Bruxelles : Safran.
- MINESEC (2012). *Programme Science et Technologies : Curriculum du sous-cycle d'observation de l'enseignement secondaire (6e, 5e)*. Yaoundé-Cameroun : IGE.
- MINESEC (2004, 2014). *Loi d'orientation n° 98/004 du 14 avril 1998 et Arrêté n° 263/ 14/ MINESEC/ IGE du 13 août 2014*.
- Morin, C. (2004). « Les sept savoirs nécessaires à l'éducation du futur (Notes de lecture) ». *Pédagogie collégiale*, 17 (3) : 35-36.
- Morin, E. (1999). *Les sept savoirs nécessaires à l'éducation du futur*. Paris : UNESCO.
- Moyon, M. (2012). « Penser les mathématiques à travers leur épistémologie et leur histoire : un enjeu de/dans la formation des maîtres ». Dans J.-L. Dorier et S. Coutat (éds.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle. Actes du colloque EMF2012 (GT4)*, Université de Genève : 641-652.
- Muchena, D. (2020, avril 20). *Afrique subsaharienne. Il faut protéger les détenus exposés au COVID-19, désangorger les prisons et libérer les prisonniers d'opinion*. Amnesty international. En ligne :

<https://www.amnesty.org/fr/latest/news/2020/04/subsaharanafrica-protect-detainees-at-risk-of-covid-unclog-prisons-and-release-prisoners/>

Mvé Ondo, B. (2004). « Quelle science pour quel développement en Afrique? ». *Hermès. La revue*. 2004/3, n° 40 : 210-215.

Ngamassu, D. (2005). *Problématique des grands groupes et didactique de français au Cameroun*. En ligne : <http://corela.revues.org/503>

Niclot, D., & Aroq, C. (2006). « Interdisciplinarité et programmes scolaires disciplinaires ». *Expérience(s), savoir(s), sujet(s)*. 8e Biennale de l'éducation et de la formation.

Njoh-Mouelle, E. (1970). *Jalons (Recherche d'une mentalité neuve)*. Yaoundé : Clé.

Njoh-Mouelle, E. (1998). *De la médiocrité à l'excellence (Essai sur la signification humaine du développement)*. Yaoundé : Clé.

Nkoumou, M. C. (2015). *L'approche par compétences (L'enseignement de l'histoire au Cameroun)*. Paris : L'Harmattan.

OCDE (2007). *Comprendre le cerveau : naissance d'une science de l'apprentissage (traduction française)*. Paris : OCDE.

Odusola, A., Cornia, G., Bhorat, H., & Conceição, P. (2017). *Inégalités de revenus en Afrique subsaharienne. Tendances divergentes, déterminants et conséquences*. New York : Programme des Nations Unies pour le Développement.

Ouaro, S. (2018). « Afrique : les mathématiques au service du développement ». *lepoint.fr* : https://www.lepoint.fr/economie/afrique-les-mathematiques-au-service-du-developpement-02-02-2018-2191689_28.php

Owona, D. (2007). *Les rudiments de la pensée*. Paris : Lulu.

Paillart, I. (2005). *La publicisation de la science : exposer, communiquer, débattre, publier, vulgariser. Hommage à Jean Caun*. Grenoble : Presses universitaires de Grenoble.

- Pallascio, R., Daniel, M., Lafortune, L., & Sykes, P. (1996). « Philosophe sur les mathématiques pour leur donner du sens ». *PLOT*, N° 76 : Journées APMEP de Grenoble (ateliers) : 43-46.
- Paty, M. (1999). « L'universalité de la science, une notion philosophique à l'épreuve de l'histoire ». *Màat. Revue africaine de philosophie*, 1 : 1-26.
- Pellegrin, P. (dir.) (2014). *Aristote. Oeuvres complètes*. Paris : Flammarion.
- Peraya, D. (1999). Médiation et médiatisation : Le campus virtuel. Tecfa – Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation, Université de Genève : HERMÈS, 25 : 153-167.
- Perrin, D. (2003). « Pourquoi faut-il enseigner les mathématiques aujourd'hui? », Conférence à la régionale de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public – APMEP de Strasbourg. En ligne : <https://www.imo.universite-paris-saclay.fr/~perrin/Conferences/Strasbourg.pdf>
- Perrin, D. (2004). « Pourquoi faut-il enseigner les mathématiques aujourd'hui? ». *L'Ouvert*, n° 109 : 5-20.
- Philonenko, A. (2004). *Lecture de la « phénoménologie » de Hegel. Préface – Introduction*. Paris : Vrin.
- Pierobon, F. (2003). *Kant et les mathématiques. La conception kantienne des mathématiques*. Paris : Vrin.
- Pigeaud, F. (2011). *Au Cameroun de Paul Biya*. Paris : Karthala.
- Pilon, M. (2006). Introduction. Dans M. Pilon, *Défis du développement en Afrique subsaharienne. L'éducation en jeu*. Paris : Pilon (éditeur scientifique), 9-23.
- Piron, F. (2016). « Les boutiques des sciences et des savoirs, au croisement entre université et développement local durable ». Dans Piron, Fl. et al., *Justice cognitive, libre accès et savoirs locaux*. Québec : Éditions science et bien commun, 305-324. <https://scienceetbiencommun.pressbooks.pub/justicecognitive1>

- Piron, F. (2019). « L'amoralité du positivisme institutionnel. L'épistémologie du lien comme résistance ». Dans L. Brière, M. Lieutenant Gosselin, & F. Piron, *Et si la recherche scientifique ne pouvait pas être neutre*. Québec : Éditions science et bien commun, 135-168.
- Piron, F. (2019). « Université, justice cognitive et développement social et humain ». Communication présentée lors des « Conversations, éthique, science et société ». En ligne : <https://www.youtube.com/watch?v=GyrVqjtgtQU>
- Piron, F., Regulus, S., & Dibounje Madiba, M. (2016). *Justice cognitive, libre accès et savoirs locaux*. Québec : Science et bien commun.
- Platon. (s.d.). *La République*. Traduction Léon Robin. Gallimard.
- Poincaré, H. (1904). « Cinquième complément à l'Analyse situs ». *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 18 : 45-110.
- Poincaré, H. (1908). « L'avenir des mathématiques ». *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 19 : 930-939.
- Poincaré, H. (1920). « Science et Méthode ». Vol. 19. Paris : Flammarion, 930-939.
- Poincaré, H. (1920). « Science et Méthode ». Dans *Œuvres philosophiques de Henri Poincaré* (édition définitive), Ernest Flammarion, éditeur. Paris : Bibliothèque nationale de France, Gallica : 1-332.
- Poirier, M., Lessard, A., Fortin, L., & Yergeau, E. (2013). « La perception différenciée de la relation élève-enseignant par les élèves à risque et non à risque de décrochage scolaire », *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 16 (1) : 1-23.
- Popper, K. (1999). *Les deux problèmes fondamentaux de la théorie de la connaissance*. Paris : Hermann.
- Popper, K. (2002 [1959]). *The Logic of Scientific Discovery*. Londres-New York : Routledge.

- Pourtier, R. (2010). « L'éducation, enjeu majeur de l'Afrique post-indépendances. Cinquante ans d'enseignement en Afrique : un bilan en demi-teinte ». *Afrique contemporaine*, 3 (n° 235) : 101-114.
- Pruvost-Beaurain, J.-M. (2019). *Mathématique*. *Encyclopædia Universalis* [en ligne] : universalis.fr/encyclopedia/mathematique/
- Puech, M. (1990). *Kant et la causalité. Étude sur la formation du système critique*. Paris : Vrin.
- Quentel, J.-C. (1997). L'imprégnation. Dans J.-C. Quentel, *L'enfant. Problèmes de genèse et d'histoire* (p. 199-249). Louvain-la-Neuve : De Boeck.
- Rabelais, F. (1992/1993 [1532]). *Pantagruel* [éd. établie par François Bon]. Paris : François Bon.
- Rashed, R. (1972). L'induction mathématique : al-Karaji, as-Samaw'al. *Archive for history of exact sciences* 9 (1) : 1-21.
- RBC (1949). *Le rôle de la Science dans la vie* (éd. La Banque Royale du Canada, Vol. Archives). Montréal : The Royal Bank of Canada.
- Reginensi, L. (2004). Du statut de la logique chez Jean Piaget. *Revue internationale des sciences sociales* 181 (3) : 491-505.
- Rey-Debove, J. (1985). Le métalangage en perspective. *Documentation et recherche en linguistique allemande contemporaine*, Vincennes 32 : 21-32.
- Rieunier, A. (2000). *Préparer un cours, Tome 1: Applications pratiques*. Paris : ESF éditeur.
- Robbins, L. (1932). *An Essay on the Nature and Significance of Economic Science*. Londres : Macmillan.
- Roegiers, X. (2006). *L'APC qu'est-ce c'est ?* EDICEF.
- Roegiers, X. (2008). *L'approche par compétences en Afrique francophone: Quelques tendances*. Genève : BIE de l'UNESCO.
- Rosch, E. (1983). Prototype Classification and Logical Classification. The Two Systems. Dans Scholnick (éd.), *New Trends in Cognitive Representation* (p. 73-86). Hillsdale : Erlbaum.

- Roy, O. (1979). *Le nouvel esprit scientifique de Bachelard*. Paris : Pédagogie moderne.
- Russell, B. (2005). *L'art de philosopher*. Traduit de l'anglais par Michel Parmentier. Québec : Les Presses de l'université de Laval.
- Russell, B. (2007). *Mysticisme et logique* [Nouvelle édition]. Paris : Vrin.
- Sagaut, P. (2008-2009). *Introduction à la pensée scientifique moderne*. Paris 6 : Université Pierre et Marie Curie.
- Sako, S. (2010). *Quelles ressources humaines pour accompagner l'émergence de l'Afrique?* Lomé : Forum des Indépendances Africaines, BOAD.
- Salmi, J. E. (2003). *Construire les sociétés du savoir : Nouveaux défis pour l'enseignement supérieur (Rapport de la Banque Mondiale)*. Les Presses de l'Université de Laval.
- Schatzman, E. (1989). *La science menacée*. Paris : Odile Jacob.
- Schuck, S. et Pereira, P. (dir.) (2011). *What Counts in Teaching Mathematics: Adding Value to Self and Content*. Springer.
- Seignobos & Tourneux, (2002). *Le Nord-Cameroun à travers ses mots*. Paris : Karthala, 196-197.
- « 7 Milliards de voisins », émission de Radio France internationale. (2014). « L'enseignement des mathématiques en Afrique ». En ligne : <https://www.rfi.fr/fr/emission/20140418-1-enseignement-mathematique-afrique>
- Serres, M., Dagognet, F., & Sinaceur, A. (s.d. [1930]). *Auguste Comte. Cours de philosophie positive : leçons 1 à 45. Présentation et notes*. Nouvelle édition, revue et corrigée. Paris : Hermann.
- SIAM Students Chapter. (2015). *MathComp4 All Workshop*. SIAM Students Chapter : University of Ngaoundere.
- Silo, G. (2006). « Visage social du baccalauréat ». *L'Étoile Éducative*, n° 96 : 9.
- Singh, S., & Coqueret, C. (2002). *Histoire des codes secrets : de l'Égypte des pharaons à l'ordinateur quantique*. Paris : Librairie générale française.

Sokal, A. (2013). « Qu'est-ce que la science? Quelle importance? ». Conférence prononcée le 23 mai 2013 à l'ENS de Paris.

Sokal, A., & Bricmont, J. (1997). *Impostures intellectuelles*. Paris : Odile Jacob.

Sokhna, M. (2006). *Formation continue à distance des professeurs de mathématiques du Sénégal: genèse instrumentale de ressources pédagogiques. Histoire et perspectives sur les mathématiques [math.HO]*. Montpellier : Université Montpellier II – Sciences et Techniques du Languedoc.

Sokhna, M., & Sarr, J. (2009). L'Université Virtuelle Africaine : passage d'une formation d'enseignants aux mathématiques à une formation d'enseignants de mathématiques au Sénégal. EMF2009, *Université Virtuelle Africaine (UVA)* : 907-921.

Soriano, A. (1998). « Apprendre à penser ». PLOT, N° 81 : 15-32.

Srinivasa Rao, K. (2000). "Life and work of the Mathematician Srinivasa Ramanujan". arXiv.org. En ligne : arXiv.org/pdf/math/0003184.pdf

Stevenson, H. W., & Stigler, J. W. (1992). *The Learning Gap: Why our schools are failing and what we can learn from Japanese and Chinese Education*. New York : Summit Books.

Stewart, I. (2006). *Letters to a young mathematician*. New York : Basic Books Group.

Tagodoé, N. (2011). *Les victimisations et les conséquences de la traite et l'esclavage négriers transatlantique selon les Afro-descendants*. Mémoire de maîtrise. Montréal : Université de Montréal. En ligne : <https://papyrus.bib.umontreal.ca/xmlui/handle/1866/6254>

Tao, T. (2012). "How to Become a Pure Mathematician (or Statistician): A List of Undergraduate and Basic Graduate Textbook". En ligne : <http://hbpms.blogspot.com/>

Tewa, J.-J. (2007). *Analyse globale des modèles épidémiologiques multi-compartimentaux : application à des modèles intra-hôtes de paludisme et de VIH*. Thèse de doctorat en mathématiques appliquées. Metz : Université de Lorraine – Université de Yaoundé 1.

- Théberge, M. (1998). « L'identité culturelle d'étudiants de la formation à l'enseignement : sentiments et référents identitaires ». *Revue des sciences de l'éducation de McGill*, 33 (003) : 265-283.
- Tomas, R. (2003). « Mathématisation indirecte et monde de la vie. Un commentaire de la section 9C de la Krisis ». *Kairos*, n° 22, Presses universitaires du Mirail : 213-234.
- Touoyem : (2016). L'Afrique à l'ère de la science ouverte. Plaidoyer pour un Pacte africain de développement pour l'émergence par les traditions (PADETRA). Dans F. Piron, S. Regulus, & M. Diboungé Madiba, *Justice cognitive, libre accès et savoirs locaux* (p. 333-344). Québec : Science et bien commun.
- Touré, S. (2002). L'enseignement des mathématiques dans les pays francophones d'Afrique et de l'Océan Indien. *ZDM*, 34 (4) : 175-178.
- Tourneux, H., & Métangmo-Tatou, L. (éds.). (2010). *Parler du sida au Nord-Cameroun*. Paris-Maroua : Karthala.
- Tourneux, H. (2011). *La transmission des savoirs en Afrique. Savoirs locaux et langues locales pour l'enseignement*. Paris : Karthala.
- Towa, M. (1971). *Essai sur la Problématique Philosophique dans l'Afrique Actuelle*. Yaoundé : Clé.
- Towa, M. (1977). *Identité et transcendance. Thèse de doctorat d'état*. Paris : Sorbonne.
- Traoré, K. & Barry, S. (2007). « La problématique d'une voie africaine en didactique des mathématiques : vrais et faux enjeux ». *RADISMA*, 2.
- Tronel, G. (2000). « 2000, année mondiale des mathématiques ». *PLOT*, N° 90 : *Quel lien y a-t-il entre un escargot et le nombre (1+)/2?* : 21-22.
- Tschumi, R. (1968). « Le langage et la pensée : leurs rapports et le dépassement de leurs niveaux dans les sciences et les littératures ». *Dialectica*, 22 (3) : 272-292.

- Tummarello, S. (2006). « Conjecture de Poincaré : les révélations de Perelman ». Futura-Sciences. En ligne : <https://www.futura-sciences.com/sciences/actualites/mathematiques-conjecture-poincare-revelations-perelman-9975/>
- UNESCO. (1982). *Déclaration de Mexico sur les politiques culturelles. Conférence mondiale sur les politiques culturelles*. Mexico : UNESCO.
- UNESCO. (2019). *Proclamation de la journée internationale des mathématiques*. Paris : UNESCO.
- UNESCO/ICSU. (1998). *Science et développement : perspectives pour le 21e siècle*. Colloque International de l'Académie royale des sciences d'Outre-mer, Bruxelles, 3-4 décembre 1998.
- Utilisateur supprimé. (2004, 07 28). *L'imposture scientifique en dix leçons (de Michel de Pracontal, Éditions La Découverte, Paris, 2001)*. Cuk.Ch. En ligne : <http://www.cuk.ch/articles/1584/>
- Van Nieuwenhoven, C. (2014). « Résolution des problèmes, une difficulté tant pour l'élève que pour l'enseignant : mieux comprendre pour mieux intervenir. Discussion », *Cahiers des Sciences de l'Éducation, Université de Liège (aSPe)*, 36, 215-226.
- Van Riet, G. (1952). « La théorie thomiste de l'abstraction ». *Revue philosophique de Louvain* 50 (27), 353-393.
- Vellard, D. (1988). *Anthropologie et science cognitive : une étude des procédures de calcul mental utilisées par une population africaine analphabète*. *Intellectica*, 6 (2), 169-209.
- Vergnaud, G. (1982). *Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques* (traduction française). Paris : CNRS.
- Vilani, C. (2010). « Mathématiques : agir pour développer le très fort potentiel que recèle l'Afrique ». [Propos recueillis par Desessard, Jean-François]. *Lettre Coordination pour l'Afrique de demain – CADE*, 133 (2). En ligne : <https://www.afrique-demain.org/mathematiques-agir-pour-developper-le-tres-fort-potentiel-que-recele-lafrique>

- Villani, C. (2010). *Afrique : le choix de la science, l'exemple de l'initiative AIMS*. IRD.
- Villani, C. (2011). *Pourquoi les mathématiques en Afrique?* Dans Rivasseau, Vincent (éd.), *Afrique : le choix de la science. L'exemple de l'initiative AIMS*. Paris : Éditions IRD, 19-51.
- Vovelle, M., & Bosséno, C.-M. (2001). « Des mentalités aux représentations ». *Sociétés et représentations*, 12 (2) : 15-28.
- Whitehead, A., & Russell, B. (1910). *Principia Mathematica*. Londres : Cambridge University Press.
- Wieruszewski, P. (1994). « Approche du raisonnement au collège ». *PLOT*, N° 66 : *L'évaluation au Collège* : 17-25.
- Yin, S., & Lalasz, R. (2005). *Données démographiques du tremblement de terre en Asie du Sud*. PRB (Population Reference Bureau). En ligne : <https://www.prb.org/donneesdemographiquesdutremblementdeterreenasiedusud>
- Ziegler, G. (2012). "Mathematics School Education Provides Answers – To Which Questions?" *European Mathematical Society – EMS Newsletter* 84 (82) : 7-11.

Liste des sigles et abréviations

AD : Adamaoua (Kamerun)

AIMS : African Institute for Mathematical Sciences

APCQ : Approches pédagogiques par les capacités et le questionnement

APMEP : Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public

Bac : Baccalauréat

BEP : Brevet d'études professionnelles

BEPC : Brevet d'études du premier cycle

BP : Brevet professionnel

BT : Brevet de technicien

CAP : Certificat d'aptitude professionnelle

CAPIEMP : Certificat d'aptitude pédagogique des instituteurs de l'enseignement maternel et primaire

CAPIET : Certificat d'aptitude pédagogique des instituteurs de l'enseignement technique

CERI : Centre pour la recherche et l'innovation dans l'enseignement

CNRS : Centre national de la recherche scientifique

CRAG : Cryptographie, algèbre et géométrie

DECC : Direction des examens, des concours et de la certification

DPSM : Distributed Point Source Method

DRES : Délégation régionale des enseignements secondaires de l'Adamaoua

EMS : European Mathematical Society

ET : Enseignement technique

GCE/A/L : General Certificate of Education for Advanced Level

GCE/O/L : General Certificate of Education for Ordinary Level

IMU : International Mathematics Union

INSA : Institut national des sciences appliquées

LMS : London Mathematical Society

MCA : Mathématiques et contextes d'apprentissage

MINESEC : Ministère des Enseignements secondaires (Kamerun)

NSF : National Science Foundation

PLOT : Poitiers, Limoges, Orléans et Tours

SECC : Service des examens, des concours et de la certification

SECETP : Service des examens et concours de l'enseignement technique et

professionnel

SIAM : Society for Industrial and Applied Mathematics

SMF : Société mathématique de France

TIMSS : Trends in International Mathematics and Science Study

UMA : Union mathématique africaine

UMI : Union mathématique internationale

UNESCO : United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization

Liste des figures

Figure 1 (p. 99) : Nombre de procédures nécessaires à la création d'une entreprise

Figure 2 (p. 114) : Schéma de l'allégorie de la ligne : $AC: CB = AD: DC = CE: EB$ (d'après Y. Lafrance, 1981)

Figure 3 (p. 118) : Position de la ou des mathématique-s dans l'univers des savoirs

Figure 4 (p. 190) : Conceptualisation des liens dans un contexte polydisciplinaire

Figure 5 (p. 193) : Processus d'adaptation du modèle mathématique avec le monde réel selon Hurley

Figure 6 (p. 195) : Processus enrichi d'interactions des mathématiques avec d'autres disciplines

Figure 7 (p. 197) : Processus d'interactions entre langue courante et métalangue mathématique

Figure 8 (p. 230) : Mathématisation d'un problème concret de nature agropastorale

Liste des tableaux

Tableau 1 (p. 33) : Statistiques des inscriptions en filières scientifiques en France (1851–2005)

Tableau 2 (p. 34) : Statistiques 2012–2013 des inscriptions aux examens gérés par la Direction des examens et concours (DECC)

Tableau 3 (p. 35) : Statistiques 20122013 des inscriptions aux examens gérés par l'Office du baccalauréat du Cameroun (OBC)

Tableau 4 (p. 36) : Statistiques 2012–2013 des inscriptions aux examens gérés par le General Certificate of Education (GCE) Board

Tableau 5 (p. 37) : Statistiques 2011 – 2014 des inscriptions en maths aux examens OBC/Adamaoua

Tableau 6 (p. 38) : Taux de réussite 2011–2014 en mathématiques au BEPC/Adamaoua

Tableau 7 (p. 39) : Quelques chiffres des examens 2011 et 2012 dans trois régions du Kamerun

Tableau 8 (p. 72) : Nombre et effets des tremblements de terre entre 1901 et 2005 par continent

Tableau 9 (p. 199) : Exemples de rapports analogiques simples entre une vision philosophique et une vision mathématique de quelques formulations de sujet

Tableau 10 (pp. 227–228) : Exemple de constructions d'activités qui mettent en lumière les interrelations entre quelques disciplines avec des outils conceptuels ou méthodologiques pouvant être exploités

Présentation de l'auteur



Né le 1er novembre 1967 à Ngounso, une banlieue de la ville de Magba dans la région de l'Ouest-Kamerun, **Christophe Fotso** est PLEG de mathématiques hors échelle. Ancien étudiant puis élève de l'Université et de l'École normale supérieure de Yaoundé I (1988-1993) respectivement, il entre dans la fonction publique camerounaise en 1993 et est affecté dans la région de l'Adamaoua où il exercera tour à tour comme animateur

pédagogique de mathématiques au Lycée bilingue de Ngaoundéré (1994-2003); chef service des examens, concours et certification à la Délégation régionale de l'ex-Ministère de l'enseignement technique et de la formation professionnelle (2003-2005); Inspecteur pédagogique régionale de mathématiques (2009-2012); chef service des examens et concours de l'enseignement technique et professionnel à la Délégation régionale des enseignements secondaires depuis 2013. Il est Chevalier des palmes académiques MINESEC (2018) et également enseignant vacataire à la Faculté des sciences de l'Université de Ngaoundéré. Passionné des mathématiques et de lecture scientifique engagée, il fait ses premiers pas dans l'écriture avec ce livre intitulé *Pour une mathématique au service du développement de l'Afrique*.

À propos des Éditions science et bien commun

Les [Éditions science et bien commun](#) sont une branche de l'[Association science et bien commun](#) (ASBC), un organisme sans but lucratif enregistré au Québec depuis juillet 2011.

L'Association science et bien commun

L'Association science et bien commun se donne comme mission d'appuyer et de diffuser des travaux de recherche transuniversitaire favorisant l'essor d'une science pluriverselle, ouverte, juste, plurilingue, non sexiste, non raciste, socialement responsable, au service du bien commun.

Pour plus d'information, écrire à info@scienceetbiencommun.org, s'abonner à son compte Twitter [@ScienceBienComm](#) ou à sa page Facebook : <https://www.facebook.com/scienceetbiencommun>

Les Éditions science et bien commun

Un projet éditorial novateur dont les principales valeurs sont les suivantes.

- la publication numérique en libre accès, en plus des autres formats
- la pluridisciplinarité, dans la mesure du possible
- le plurilinguisme qui encourage à publier en plusieurs langues, notamment dans des langues nationales africaines ou en créole, en plus du français
- l'internationalisation, qui conduit à vouloir rassembler des auteurs et autrices de différents pays ou à écrire en ayant à l'esprit un public issu de différents pays, de différentes cultures
- mais surtout la justice cognitive :

- chaque livre collectif, même s'il s'agit des actes d'un colloque, devrait aspirer à la parité entre femmes et hommes, entre juniors et seniors, entre auteurs et autrices issues du Nord et issues du Sud (des Suds); en tout cas, tous les livres devront éviter un déséquilibre flagrant entre ces points de vue;
- chaque livre, même rédigé par une seule personne, devrait s'efforcer d'inclure des références à la fois aux pays du Nord et aux pays des Suds, dans ses thèmes ou dans sa bibliographie;
- chaque livre devrait viser l'accessibilité et la « lisibilité », réduisant au maximum le jargon, même s'il est à vocation scientifique et évalué par les pairs.

Le catalogue

Le catalogue des Éditions science et bien commun (ESBC) est composé de livres qui respectent les valeurs et principes des ÉSBC énoncés ci-dessus.

- Des ouvrages scientifiques (livres collectifs de toutes sortes ou monographies) qui peuvent être des manuscrits inédits originaux, issus de thèses, de mémoires, de colloques, de séminaires ou de projets de recherche, des rééditions numériques ou des manuels universitaires. Les manuscrits inédits seront évalués par les pairs de manière ouverte, sauf si les auteurs ne le souhaitent pas (voir le point de l'évaluation ci-dessus).
- Des ouvrages de science citoyenne ou participative, de vulgarisation scientifique ou qui présentent des savoirs locaux et patrimoniaux, dont le but est de rendre des savoirs accessibles au plus grand nombre.
- Des essais portant sur les sciences et les politiques scientifiques (en études sociales des sciences ou en éthique des sciences, par exemple).
- Des anthologies de textes déjà publiés, mais non accessibles sur le web, dans une langue autre que le français ou qui ne sont pas en libre accès, mais d'un intérêt scientifique, intellectuel ou patrimonial démontré.
- Des manuels scolaires ou des livres éducatifs pour enfants

Pour l'accès libre et universel, par le biais du numérique, à des livres scientifiques publiés par des autrices et auteurs de pays des Suds et du Nord

Pour plus d'information : écrire à info@editionscienceetbiencommun.org

Pour une mathématique au service du développement de l'Afrique

Christophe Fotso

L'engouement pour la pratique des mathématiques dans les sociétés africaines est entravé par un certain nombre de préjugés. Pourtant de plus en plus de jeunes Africain·e·s plébiscitent aujourd'hui cette discipline longtemps redoutée. Face à cette situation paradoxale et aux opportunités qu'offre la filière mathématique pour le développement, ce livre porte un combat, déjà très ancien, contre l'ignorance, le discrédit à l'encontre des mathématiques. Cette discipline mal aimée non seulement œuvre au quotidien pour le bien-être de l'humanité, à travers ses interactions avec les autres disciplines, mais peut déboucher sur un développement inclusif véritablement durable. Cet essai se veut une aventure intellectuelle, un plaidoyer dans lequel sont défendues les vertus des mathématiques et l'Afrique à venir! Il s'agit d'un appel à la bonne conscience collective des Africain·e·s et de tous ceux et toutes celles prêt·e·s à relever les défis de l'émergence africaine.



Un accès libre et universel, par le biais du numérique, à des livres scientifiques et documentaires publiés par des auteurs et des autrices de pays des Suds et du Nord, dans la perspective de la justice cognitive et de l'écologie des savoirs.

editionscienceetbiencommun.org

Design de la couverture : Kate McDonnell

Imprimé en 2024

ISBN 978-2-925128-42-7



Ce livre est aussi disponible
en libre accès sous licence
Creative Commons CC-BY-SA

